



UNIMORE

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI
MODENA E REGGIO EMILIA

DIPARTIMENTO DI SCIENZE FISICHE, INFORMATICHE E MATEMATICHE

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Differenze di genere e didattica laboratoriale in matematica:
dalla progettazione della mostra
"Women of Mathematics from Around the World"
alla sperimentazione di un approccio laboratoriale per favorire l'equità
nell'apprendimento della matematica.

Relatrice:

Prof.ssa Chiara Giberti

Candidata:

Michela Garagnani

Correlatrice:

Prof.ssa Cristina Acciarri

Anno Accademico 2024-2025

Indice

Introduzione	1
Capitolo 1. Risultati in matematica e gender gap a livello internazionale.....	3
1.1 Cos'è il Programma PISA e qual è il suo scopo	3
1.2 I risultati in matematica nel mondo e in Italia	6
1.3 Il divario in matematica per area geografica e per istituto in Italia	11
1.4 Le differenze di genere in matematica nel mondo e in Italia.....	13
Capitolo 2. Le possibili cause del gender gap nei risultati in matematica	16
2.1 I fattori interni	16
2.1.1 La <i>self-efficacy</i> e la <i>math anxiety</i>	18
2.1.2 La <i>self-efficacy</i> e la <i>math anxiety</i> influenzano il gender gap	26
2.2 I fattori esterni.....	31
Capitolo 3. Possibili interventi per ridurre il divario di genere.....	36
3.1 Un esempio di interventi in ambito divulgativo: la mostra “Women of Mathematics from around the world. A gallery of portraits”	37
3.1.1 La prima fase della mostra: apertura alla cittadinanza	39
3.1.2 La seconda fase della mostra: apertura alle scuole.....	43
3.2 Il ruolo del laboratorio e le attività proposte in occasione dell'apertura alle scuole.....	47
3.2.1 La prima proposta: la crescita dei cerchi	50
3.2.2 La seconda proposta: la crescita dei quadrati	61
3.2.3 La terza proposta: il problema di piega e taglio	69
Conclusione.....	75
Bibliografia	79

Introduzione

Il presente lavoro di tesi si propone di analizzare il divario di genere nelle prestazioni matematiche e di indagarne alcune delle cause principali, per poi riflettere su possibili strategie educative e didattiche volte a contrastarlo. A tal fine, nel primo capitolo viene esaminata la situazione internazionale, con particolare attenzione al contesto italiano, riguardo i risultati in matematica dei ragazzi e delle ragazze quindicenni, età in cui sta terminando la scuola dell'obbligo e dovrebbero perciò essere pronti e pronte ad affrontare la vita adulta. Per svolgere questa analisi sono stati utilizzati i dati dell'indagine PISA 2022, promossa dall'Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico (OCSE). L'attenzione è posta in particolare sul divario di genere legato ai punteggi in matematica, che si presenta in molti Paesi ed Economie in modo statisticamente significativo a favore dei ragazzi.

Il divario di genere osservato nei risultati PISA non può essere interpretato esclusivamente in termini di abilità cognitive o di predisposizioni individuali. Numerosi studi hanno infatti evidenziato come esso sia il prodotto di una complessa interazione tra fattori di natura diversa, che agiscono lungo tutto il percorso educativo. Per questo motivo, il secondo capitolo è dedicato all'analisi dei principali fattori, sia esterni che interni all'individuo, che possono influenzare le prestazioni matematiche e contribuire alla costruzione del divario di genere.

Tra i fattori esterni si considera in particolare la diffusione di stereotipi di genere che associano la matematica a una materia prettamente maschile, contribuendo a rappresentarla come meno adatta alle ragazze. Questo genera le diverse aspettative che insegnanti e famiglie nutrono nei confronti di studenti e studentesse. Viene inoltre analizzata, in questa fase, la relazione tra il valore del Global Gender Gap Index e i risultati in matematica con lo scopo di sottolineare come nei contesti caratterizzati da una più elevata uguaglianza di genere, anche il divario di genere nelle prestazioni matematiche tende ad estinguersi.

Assumono, però, un ruolo fondamentale riguardo il divario di genere anche i fattori interni, legati alla sfera emotiva e motivazionale dell'individuo. In questo lavoro di tesi l'attenzione si concentra in particolare su due concetti indagati ampiamente dall'OCSE PISA: la *math anxiety* e la *self-efficacy*. La prima si riferisce all'ansia che si manifesta in situazioni che coinvolgono la matematica, la seconda riguarda invece la percezione che l'individuo ha della propria capacità di affrontare con successo compiti matematici. Entrambi i fattori risultano strettamente connessi ai risultati in matematica e spesso si osservano differenze statisticamente significative tra studenti e studentesse, contribuendo così ad ampliare il divario osservato nelle prestazioni matematiche.

Alla luce di queste considerazioni, il terzo capitolo si propone di esplorare alcune possibili strategie di intervento volte a ridurre le disuguaglianze di genere in ambito matematico. In particolare, l'attenzione si concentra su due strumenti ritenuti particolarmente significativi: la valorizzazione di modelli femminili nella matematica e l'utilizzo del laboratorio di matematica come approccio didattico.

La diffusione di modelli femminili, infatti, può svolgere un ruolo cruciale nel contrastare stereotipi radicati legati alla matematica e nel rendere così più accessibile l'idea di intraprendere percorsi di studio e di carriera in ambito matematico da parte delle ragazze. Parallelamente, il laboratorio di matematica favorendo un coinvolgimento più attivo degli studenti e delle studentesse, potrebbe ridurre l'ansia, accrescere la consapevolezza delle proprie capacità e promuovere un atteggiamento più positivo nei confronti della disciplina.

L'ultima parte del lavoro di tesi rappresenta un tentativo concreto di tradurre in pratica alcune delle osservazioni emerse dall'analisi dei dati PISA e dalla letteratura. In particolare, è stata ampliata la mostra itinerante "Women of Mathematics from around the world. A gallery of portraits". L'ampliamento ha previsto la creazione di contenuti aggiuntivi rispetto alla semplice esposizione dei poster raffiguranti delle ricercatrici matematiche appartenenti al progetto originale e la progettazione e realizzazione di alcune attività laboratoriali per le scuole. I laboratori hanno avuto l'obiettivo di creare un collegamento tra la parte divulgativa legata alla mostra e la parte didattica rivolta alle scuole. Gli studenti e le studentesse hanno avuto l'opportunità di entrare in contatto con la matematica in modo attivo e creativo e parallelamente di conoscere le storie e l'ambito di ricerca di figure femminili nel contesto matematico. Particolare attenzione è stata dedicata alla progettazione di attività accessibili a tutti ma allo stesso tempo coinvolgenti, capaci di stimolare la curiosità e di favorire un atteggiamento positivo nei confronti della disciplina.

Il progetto così ampliato è stato creato dal Dipartimento di Matematica dell'Università di Modena e Reggio Emilia (UNIMORE) e denominato "Ritratti di matematiche dal mondo".

Capitolo 1. Risultati in matematica e gender gap a livello internazionale

Questo capitolo si focalizza sull'analisi della differenza nelle performance in matematica tra maschi e femmine basandosi sull'interpretazione dei dati raccolti dal Programma PISA –Programme for International Student Assessment - ovvero un'indagine internazionale promossa da OCSE – Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico – che misura le competenze degli studenti quindicenni dei Paesi aderenti. Le rilevazioni OCSE-PISA sono la più estesa indagine internazionale nel campo dell'educazione. Alle ultime rilevazioni, risalenti al 2022 hanno aderito 37 Paesi membri OCSE e 44 Paesi ed Economie partner, inclusa l'Italia, sfiorando così i 700.000 studenti osservati.

1.1 Cos'è il Programma PISA e qual è il suo scopo

Lo scopo di PISA è quello di monitorare i ragazzi e le ragazze quando si avvicina il termine della scuola dell'obbligo (ecco perché quindicenni), poiché si vogliono monitorare i/le ragazzi/e nel momento in cui dovrebbero essere pronti ad affrontare la vita adulta. PISA non si occupa però delle conoscenze legate ai singoli obiettivi di ogni materia scolastica, anche perché sarebbe pressoché impossibile paragonare tante scuole diverse con programmi curriculari diversi tra loro, si occupa invece di accertare alcune competenze trasversali ritenute fondamentali per la vita futura. Il focus di PISA è in particolare sulla capacità di affrontare e risolvere i problemi della vita quotidiana (*problem solving*) e sulla capacità di riuscire a continuare ad apprendere finita la scuola dell'obbligo. Questa rilevazione è utile per mettere in luce quelle che sono le problematiche di un singolo Paese e cercare di migliorare i programmi educativi per formare cittadini più *competenti e consapevoli*. PISA si concentra su tre ambiti particolari: lettura, matematica e scienze; proprio perché le competenze su cui si basano questi settori sono ritenute fondamentali per essere un cittadino competente. L'internazionalità di questa rilevazione permette di confrontarsi con altre realtà e cercare di raggiungere i Paesi con risultati migliori. L'OCSE si occupa anche di raccogliere informazioni riguardanti l'atteggiamento e la motivazione degli studenti nell'apprendimento utilizzando un questionario di base con domande su loro stessi. Ogni edizione di queste prove prevede inoltre una ulteriore indagine facoltativa su una tematica che può variare di rilevazione in rilevazione, per esempio nel 2015 si è valutata l'abilità collaborativa nella risoluzione di problemi, nel 2022 invece si è ragionato sul pensiero creativo e sulla competenza finanziaria. Negli anni ci sono già state varie edizioni, nello specifico una ogni tre anni partendo dall'anno 2000. La motivazione per la quale l'ultima edizione è risalente al 2022 e non al 2021 è legata alla pandemia da Coronavirus. Dopo

l'edizione del 2025, i cui dati verranno pubblicati indicativamente un anno dopo come per tutte le altre edizioni, la rilevazione verrà svolta ogni quattro anni. Ogni edizione si focalizza su una delle tre competenze osservate. Le prove PISA del 2022 in particolare si sono concentrate sulla competenza matematica. La *competenza matematica*, secondo PISA è la capacità degli studenti e delle studentesse di ragionare matematicamente e di formulare, utilizzare e interpretare la matematica per risolvere problemi in una varietà di contesti del mondo reale. La *competenza matematica* inoltre aiuta le persone a comprendere il ruolo che la matematica ha nel mondo, a formulare dei giudizi in modo critico e a prendere delle decisioni fondate, cose necessarie per essere dei cittadini attivi, impegnati e riflessivi del XXI secolo. Nello specifico la *competenza matematica* comprende tanti aspetti, tra i quali è sicuramente importante la conoscenza dei numeri, delle misure, delle operazioni fondamentali, la comprensione dei concetti e dei termini matematici e tutto ciò che riguarda puramente il calcolo e l'esercizio; ma soprattutto sapere ragionare e applicare questi concetti in problemi legati alla vita quotidiana, dalla sfera domestica a quella lavorativa (OECD, 2023b).

Le prove PISA suddividono le competenze in livelli da 1 a 6, con un'ulteriore suddivisione del Livello 1 in tre sottolivelli, Livello 1a, Livello 1b e Livello 1c. Nel Livello 1c si posizionano gli studenti e le studentesse che sono in grado di rispondere a domande che riguardano contesti di facile comprensione, in cui tutte le informazioni rilevanti sono fornite chiaramente in un formato semplice e familiare (ad esempio, una piccola tabella o un'immagine) e definite in un testo molto breve e sintatticamente semplice. Questi studenti e studentesse sono capaci di seguire un'istruzione chiara che descrive un singolo passaggio o un'unica operazione per ottenere il risultato. Nel Livello 1b si posizionano coloro che rispetto a prima sono in grado, se necessario, di riconoscere quando alcune informazioni sono superflue e possono essere ignorate rispetto alla specifica domanda posta. Al Livello 1a, gli studenti e le studentesse sono in grado di rispondere a domande che riguardano contesti semplici, in cui tutte le informazioni necessarie sono presenti e le domande sono chiaramente definite. A differenza di prima però sono in grado di lavorare con due fonti contemporaneamente per estrarre le informazioni rilevanti. Coloro che si posizionano in questo livello sono in grado di eseguire procedure semplici e di routine seguendo istruzioni dirette in situazioni esplicite, riescono poi a compiere azioni ovvie o che richiedono una sintesi minima delle informazioni, ma che derivano chiaramente dagli stimoli forniti. Gli alunni e le alunne di questo livello utilizzano algoritmi, formule, procedure o convenzioni di base per risolvere problemi che più spesso riguardano numeri interi. Gli studenti e le studentesse che raggiungono un punteggio che li posiziona a uno qualsiasi dei tre sottolivelli appartenenti al Livello 1 sono denominati *low performer*. Il Livello 2 è considerato il livello base di competenza in matematica. Chi raggiunge questo livello è in grado di riconoscere situazioni in cui è necessario progettare strategie semplici per risolvere problemi, incluso l'utilizzo di

strategie contenenti una sola variabile per ottenere la soluzione. Gli studenti e le studentesse appartenenti a questo livello sono in grado di estrarre informazioni rilevanti da una o più fonti leggermente più complesse, come tabelle a doppia entrata, grafici o rappresentazioni bidimensionali di oggetti tridimensionali; inoltre, dimostrano una comprensione di base delle relazioni funzionali, sono in grado di risolvere problemi che coinvolgono rapporti semplici e sono capaci di effettuare interpretazioni letterali dei risultati. Al Livello 3, ragazzi e ragazze sono in grado di elaborare strategie di risoluzione iniziando a sviluppare un pensiero computazionale, comprese strategie che richiedono decisioni sequenziali o flessibilità nella comprensione di concetti familiari. Inoltre, sono in grado di risolvere compiti che richiedono l'esecuzione di diversi calcoli di routine, non tutti chiaramente definiti nel testo del problema e sono in grado di usare la visualizzazione spaziale come parte della strategia di risoluzione. Gli studenti e le studentesse a questo livello possono interpretare e utilizzare rappresentazioni basate su diverse fonti di informazione e ragionare direttamente su di esse, inclusa la presa di decisioni condizionali tramite una tabella a doppia entrata. Mostrano generalmente una certa capacità di gestire percentuali, frazioni e numeri decimali, e di lavorare con relazioni proporzionali. Al Livello 4, alunni e alunne sono in grado di lavorare efficacemente con modelli espliciti per situazioni concrete complesse, talvolta coinvolgendo due variabili, e dimostrano anche la capacità di lavorare con modelli che derivano da un approccio di pensiero computazionale più sofisticato. Iniziano a presentare alcuni aspetti di pensiero critico, come valutare la ragionevolezza di un risultato formulando giudizi qualitativi quando i calcoli non sono possibili con le informazioni fornite. Possono selezionare e integrare diverse rappresentazioni delle informazioni, comprese quelle simboliche o grafiche, collegandole direttamente ad aspetti di situazioni del mondo reale. Gli studenti e le studentesse risultano anche in grado di costruire e comunicare spiegazioni e argomentazioni basate sulle proprie interpretazioni, sul ragionamento e sulla metodologia utilizzata. Il Livello 5 e il Livello 6 sono i livelli in cui si posizionano coloro che hanno maggiore capacità di padroneggiare la materia detti *top performer*. In particolare, al Livello 5 si posizionano coloro che sono in grado di sviluppare e lavorare con modelli per situazioni complesse identificando o imponendo vincoli e specificando le ipotesi. Possono applicare strategie di problem solving sistematiche e ben pianificate per affrontare compiti più impegnativi, come decidere come sviluppare un esperimento, progettare una procedura ottimale o lavorare con visualizzazioni più complesse che non sono fornite direttamente nel compito. Gli studenti e le studentesse dimostrano una maggiore capacità di risolvere problemi le cui soluzioni richiedono spesso l'integrazione di conoscenze matematiche non esplicitamente indicate nel testo. A questo livello riflettono sul proprio lavoro e considerano i risultati matematici in relazione al contesto reale. Al Livello 6, gli studenti e le studentesse sono in grado di affrontare problemi astratti e dimostrare creatività e flessibilità di pensiero nello sviluppo delle

soluzioni. Per esempio, riescono a riconoscere quando una procedura non esplicitamente indicata in un compito può essere applicata in un contesto non standard oppure quando è necessario dimostrare una comprensione più profonda di un concetto matematico come parte della giustificazione. Sono capaci di collegare diverse fonti di informazione e rappresentazioni, includendo l'uso efficace di simulazioni o fogli di calcolo come parte della loro soluzione. Possiedono capacità di pensiero critico e una padronanza delle operazioni e delle relazioni matematiche simboliche e formali, che utilizzano per comunicare chiaramente il loro ragionamento. Sono inoltre in grado di riflettere sull'adeguatezza delle proprie azioni rispetto alla soluzione proposta e alla situazione originale (OECD, 2023a).

PISA utilizza anche un'altra classificazione basata su quello che si chiama *percentile*, ovvero una misura di “posizionamento” degli alunni e delle alunne considerando il punteggio ottenuto rispetto agli altri e alle altre. Se un ragazzo o una ragazza si posiziona nel decimo percentile significa che il punteggio raggiunto è superiore solo al 10% degli altri punteggi, e si può definire anche in questo caso *low performer*. Al 90° percentile si posizionano coloro che hanno superato il punteggio del 90% degli studenti totali e si possono definire *top performer* (OECD, 2023c).

In Italia è INVALSI (Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione) ad occuparsi della somministrazione e della raccolta dati delle prove generate da OCSE PISA. INVALSI è un istituto di ricerca che ha il compito di curare la partecipazione dell'Italia alle indagini internazionali sulla qualità del sistema scolastico, tra cui appunto le prove PISA. INVALSI però si occupa anche di predisporre e somministrare delle prove periodiche e sistematiche di italiano, matematica e inglese volte a valutare l'apprendimento degli studenti e delle studentesse d'Italia e la qualità del sistema scolastico italiano.

1.2 I risultati in matematica nel mondo e in Italia

La tabella seguente mostra i punteggi medi per ogni Paese partecipante alle prove PISA in matematica (OECD, 2023c). Sono colorati di azzurro i Paesi che hanno ottenuto risultati statisticamente superiori alla media OCSE, di bianco quelli che hanno ottenuto risultati statisticamente uguali alla media OCSE e di grigio quelli che hanno ottenuto risultati statisticamente inferiori. A livello globale la situazione non sembra molto confortante poiché solo 33 Paesi su 81 partecipanti sono statisticamente in linea o superiori alla media OCSE mentre tutti gli altri sono inferiori. L'Italia si posiziona nella fascia di colore bianco, con una media di 471 punti, molto simile alla media OCSE di 472 punti.

Mean score	Comparison country/economy
575	Singapore
552	Macao (China)
547	Chinese Taipei
540	Hong Kong (China)

536	Japan
527	Korea
510	Estonia
508	Switzerland
497	Canada
493	Netherlands
492	Ireland
489	Belgium
489	Denmark
489	United Kingdom
489	Poland
487	Austria
487	Australia
487	Czech Republic
485	Slovenia
484	Finland
483	Latvia
482	Sweden
479	New Zealand
475	Lithuania
475	Germany
474	France
473	Spain
473	Hungary
472	Portugal
471	Italy
469	Viet Nam
468	Norway
466	Malta
465	United States
464	Slovak Republic
463	Croatia
459	Iceland
458	Israel
453	Türkiye
442	Brunei Darussalam
441	<i>Ukrainian regions (18 of 27)</i>
440	Serbia
431	United Arab Emirates
430	Greece
428	Romania
425	Kazakhstan
425	Mongolia
418	<i>Cyprus</i>
417	Bulgaria
414	Moldova
414	Qatar
412	Chile
409	Uruguay
409	Malaysia
406	Montenegro
397	<i>Baku (Azerbaijan)</i>

395	Mexico
394	Thailand
391	Peru
390	Georgia
389	Saudi Arabia
389	North Macedonia
385	Costa Rica
383	Colombia
379	Brazil
378	Argentina
377	Jamaica
368	Albania
366	<i>Palestinian Authority</i>
366	Indonesia
365	Morocco
364	Uzbekistan
361	Jordan
357	Panama
355	<i>Kosovo</i>
355	Philippines
344	Guatemala
343	El Salvador
339	Dominican Republic
338	Paraguay
336	Cambodia

Tabella 1: Punteggio medio in matematica OCSE PISA 2022 (OECD, 2023c).

La seguente tabella invece mostra la differenza tra la media OCSE PISA 2022 e le medie delle edizioni precedenti in ogni singolo Paese/Economia partecipante. Tramite questa raccolta di dati si può osservare quindi come sta mutando l'andamento delle prestazioni matematiche nel tempo. La media OCSE è variata negli anni e quello che è successo è che è variata in negativo. Quello che si osserva è che in tutti i Paesi partecipanti si ha un decremento della media dei risultati in matematica rispetto alle edizioni precedenti. Questa decrescita dei singoli Paesi partecipanti ha ovviamente abbassato la media OCSE che è passata dai 500 punti del 2003 (con l'Italia a 466) ai 489 punti del 2018 (con Italia a 487) fino ad arrivare ai 472 del 2022 (con Italia a 471). Perciò, per quanto l'Italia abbia raggiunto un punteggio in linea con la media OCSE, è in calo rispetto alla precedente rilevazione del 2018.

Dalla lettura dei dati si può osservare come il calo più drastico si è ottenuto proprio dal 2018 al 2022, ovvero nel periodo successivo alla pandemia da Coronavirus. Infatti, il calo medio che si è registrato tra quelle due rilevazioni equivale a 15 punti, che sono assimilabili a circa tre quarti di un anno di apprendimento in matematica. Questo calo è tre volte superiore a qualsiasi altro calo registrato tra due edizioni successive dalla nascita di OCSE al 2018. Sicuramente la pandemia ha influenzato negativamente l'istruzione in tutto il mondo, ma non si può pensare che sia l'unica causa di questo calo. Infatti, osservando i dati nella tabella, si evince che la decrescita è iniziata già da prima in molti

Paesi. Per capire meglio l'affermazione si può ragionare sul fatto che circa la metà dei ragazzi e ragazze quindicenni ha subito chiusure scolastiche dovute alla pandemia per più di tre mesi; tuttavia, le rilevazioni PISA non evidenziano una differenza sostanziale nelle prestazioni tra alunni/e che hanno subito chiusure scolastiche più brevi e più lunghe. Quello che PISA ha invece notato è che è stato fondamentale durante il periodo di chiusura e di utilizzo della didattica a distanza il supporto di insegnanti e genitori per ottenere risultati migliori (OECD, 2023c).

	Cambiamento nella performance in matematica tra PISA 2022 e:											
	PISA 2003 (PISA 2022 - PISA 2003)		PISA 2006 (PISA 2022 - PISA 2006)		PISA 2009 (PISA 2022 - PISA 2009)		PISA 2012 (PISA 2022 - PISA 2012)		PISA 2015 (PISA 2022 - PISA 2015)		PISA 2018 (PISA 2022 - PISA 2018)	
	P Diff. punteggio	E.S.	Diff. punteggio	E.S.	Diff. punteggio	E.S.	Diff. punteggio	E.S.	Diff. punteggio	E.S.	Diff. punteggio	E.S.
OCSE												
Australia	-37	(6,2)	-33	(5,0)	-27	(5,3)	-17	(4,3)	-7	(3,6)	-4	(3,5)
Austria	-18	(6,8)	-18	(6,0)	m	m	-18	(5,0)	-9	(4,6)	-12	(4,4)
Belgio	-40	(6,4)	-31	(5,5)	-26	(5,3)	-25	(4,7)	-17	(4,2)	-19	(3,9)
Canada	-36	(6,0)	-30	(4,8)	-30	(4,8)	-21	(4,3)	-19	(3,9)	-15	(3,6)
Cile	m	m	0	(6,5)	-9	(5,7)	-11	(5,2)	-11	(4,3)	-6	(3,9)
Colombia	m	m	13	(6,3)	2	(6,2)	6	(5,5)	-7	(4,7)	-8	(4,8)
Costa Rica	m	m	m	m	-25	(5,5)	-22	(5,1)	-16	(4,1)	-18	(4,4)
Rep. Ceca	-29	(6,9)	-23	(5,8)	-6	(5,5)	-12	(5,0)	-5	(4,2)	-12	(3,9)
Danimarca	-25	(6,5)	-24	(5,2)	-14	(5,4)	-11	(4,7)	-22	(4,0)	-20	(3,4)
Estonia	m	m	-5	(5,3)	-2	(5,4)	-11	(4,6)	-10	(4,0)	-13	(3,5)
Finlandia	-60	(6,1)	-64	(5,0)	-56	(5,1)	-35	(4,5)	-27	(4,0)	-23	(3,5)
Francia	-37	(6,6)	-22	(5,7)	-23	(5,8)	-21	(5,0)	-19	(4,3)	-21	(4,1)
Germania	-28	(7,1)	-29	(6,4)	-38	(6,0)	-39	(5,5)	-31	(5,0)	-25	(4,6)
Grecia	-15	(7,2)	-29	(5,6)	-36	(6,2)	-33	(5,0)	-23	(5,2)	-21	(4,5)
Ungheria	-17	(6,7)	-18	(5,6)	-17	(6,0)	-4	(5,4)	-4	(4,5)	-8	(4,1)
Islanda	-56	(5,9)	-47	(4,7)	-48	(4,8)	-34	(4,3)	-29	(3,7)	-36	(3,4)
Irlanda	-11	(6,4)	-10	(5,3)	5	(5,4)	-10	(4,7)	-12	(4,0)	-8	(3,7)
Israele	m	m	16	(6,8)	11	(6,3)	-9	(6,7)	-12	(5,6)	-5	(5,3)
Italia	6	(7,1)	10	(5,6)	-12	(5,6)	-14	(5,1)	-18	(5,0)	-15	(4,7)
Giappone	1	(7,4)	12	(6,0)	7	(6,2)	-1	(5,9)	3	(5,0)	9	(4,4)
Repubblica di Corea	-15	(7,5)	-20	(6,8)	-19	(7,0)	-26	(7,0)	3	(6,0)	1	(5,4)
Lettonia	0	(7,0)	-3	(5,5)	1	(5,6)	-7	(5,0)	1	(3,9)	-13	(3,6)
Lituania	m	m	-11	(5,4)	-1	(5,3)	-4	(4,8)	-3	(4,0)	-6	(3,5)
Messico	10	(7,0)	-11	(5,5)	-23	(5,2)	-18	(4,4)	-13	(4,2)	-14	(4,0)
Paesi Bassi	-45	(7,4)	-38	(6,1)	-33	(7,4)	-30	(6,2)	-20	(5,2)	-27	(5,1)
Nuova Zelanda	-44	(6,3)	-43	(5,1)	-40	(5,3)	-21	(4,7)	-16	(4,1)	-15	(3,4)
Norvegia	-27	(6,4)	-21	(5,3)	-30	(5,3)	-21	(5,0)	-33	(4,1)	-33	(3,8)
Polonia	-1	(6,5)	-6	(5,3)	-6	(5,6)	-29	(5,6)	-16	(4,3)	-27	(4,1)
Portogallo	6	(6,9)	6	(5,6)	-15	(5,7)	-15	(5,7)	-20	(4,4)	-21	(4,2)
Rep. Slovacca	-34	(7,1)	-28	(5,8)	-33	(6,0)	-18	(5,7)	-11	(4,8)	-22	(4,5)
Slovenia	m	m	-20	(4,4)	-17	(4,6)	-17	(4,0)	-25	(3,3)	-24	(2,9)
Spagna	-12	(6,2)	-7	(4,9)	-10	(5,0)	-11	(4,3)	-13	(3,8)	m	m
Svezia	-27	(6,4)	-21	(5,2)	-12	(5,6)	4	(4,7)	-12	(4,7)	-21	(4,0)
Svizzera	-19	(6,8)	-22	(5,6)	-26	(5,8)	-23	(5,2)	-13	(4,5)	-7	(4,3)
Turchia	30	(8,9)	29	(6,6)	8	(6,4)	5	(6,2)	33	(5,2)	0	(3,6)
Regno Unito	m	m	-6	(5,1)	-3	(5,4)	-5	(5,3)	-4	(4,3)	-13	(4,1)
Stati Uniti	-18	(7,4)	-9	(7,0)	-23	(6,9)	-16	(6,5)	-5	(5,8)	-13	(5,6)
Media OCSE	m	m	m	m	m	m	-16	(3,6)	-12	(2,8)	m	m
Media OCSE-23	-22	(5,6)	-21	(4,2)	-21	(4,3)	-18	(3,7)	-15	(2,8)	-16	(2,3)
Media OCSE-26	m	m	m	m	m	m	-16	(3,7)	-13	(2,8)	-15	(2,3)
Media OCSE-35	m	m	-16	(4,1)	m	m	-16	(3,6)	-12	(2,8)	-15	(2,3)
Partners												
Albania	m	m	m	m	-9	(6,2)	-26	(4,6)	-45	(4,9)	-69	(3,9)
Argentina	m	m	-4	(7,8)	-11	(6,3)	-11	(5,5)	m	m	-2	(4,2)
Baku (Azerbaijani)	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	-23	(4,3)
Brasile	23	(7,5)	9	(5,3)	-7	(5,2)	-10	(4,4)	2	(4,3)	-5	(3,4)
Brunei Darussalam	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	12	(2,7)
Bulgaria	m	m	4	(8,1)	-11	(8,0)	-21	(6,3)	-24	(5,8)	-19	(5,5)
Cambogia	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	12	(4,4)
Croazia	m	m	-4	(5,3)	3	(5,8)	-8	(5,6)	-1	(4,6)	-1	(4,1)
Cipro	m	m	m	m	m	m	-21	(3,9)	-19	(3,4)	-32	(2,9)
Rep. Dominicana	m	m	m	m	m	m	m	m	11	(4,2)	14	(3,8)
El Salvador	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Georgia	m	m	m	m	11	(5,6)	m	m	-14	(4,6)	-8	(4,2)
Guatemala	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	10	(4,5)
Hong Kong (Cina)	-10	(7,8)	-7	(5,7)	-14	(5,9)	-21	(5,7)	-8	(5,0)	-11	(4,8)
Indonesia	5	(7,2)	-25	(7,3)	-6	(6,1)	-10	(5,9)	-21	(4,7)	-13	(4,5)
Giamaica	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Giordania	m	m	-23	(5,6)	-25	(6,0)	-24	(5,2)	-19	(4,3)	-39	(4,5)
Kazakistan	m	m	m	m	21	(5,5)	-6	(5,0)	m	m	2	(3,4)
Kosovo	m	m	m	m	m	m	m	m	-7	(3,3)	-11	(2,9)
Macao (Cina)	25	(6,3)	27	(4,4)	27	(4,5)	14	(3,9)	8	(3,2)	-6	(2,9)
Malaysia	m	m	m	m	4	(5,6)	-12	(5,4)	m	m	-32	(4,4)
Malta	m	m	m	m	3	(4,8)	m	m	-13	(3,6)	-6	(3,3)
Moldavia	m	m	m	m	17	(5,8)	m	m	-5	(4,3)	-6	(4,0)
Mongolia	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Montenegro	m	m	6	(4,5)	3	(4,9)	-4	(3,9)	-12	(3,3)	-24	(2,8)
Marocco	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	-3	(5,2)
Macedonia del Nord	m	m	m	m	m	m	m	m	17	(3,1)	-6	(2,9)
Autorità palestinese	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Panama	m	m	m	m	-3	(7,3)	m	m	m	m	4	(4,5)
Paraguay	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	11	(4,3)
Perù	m	m	m	m	26	(6,3)	23	(5,6)	5	(4,5)	-9	(4,2)
Filippine	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	2	(4,9)
Qatar	m	m	96	(4,4)	46	(4,5)	38	(3,8)	12	(3,2)	0	(2,8)
Romania	m	m	13	(7,1)	1	(6,8)	-17	(6,6)	-16	(6,1)	-2	(6,7)
Arabia Saudita	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	16	(4,1)
Serbia	m	m	5	(6,2)	-3	(6,0)	-9	(5,8)	m	m	-8	(4,9)
Singapore	m	m	m	m	13	(4,7)	1	(4,0)	10	(3,3)	6	(3,0)
Taipei Cinese	m	m	-2	(6,9)	4	(6,6)	-13	(6,2)	5	(5,6)	16	(5,3)
Thailandia	-23	(6,8)	-23	(5,4)	-25	(6,0)	-33	(5,6)	-22	(4,9)	-25	(4,9)
Regioni ucraine (18 di 27)	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Emirati Arabi Uniti	m	m	m	m	10	(5,0)	-3	(4,4)	4	(3,8)	-4	(3,2)
Uruguay	-13	(6,8)	-18	(5,3)	-18	(5,4)	-1	(5,0)	-9	(4,2)	-9	(4,0)
Uzbekistan	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Viet Nam	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m

Tabella 2: Cambiamento della media OCSE in matematica dal 2003 al 2022 (INVALSI, 2023a).

1.3 Il divario in matematica per area geografica e per istituto in Italia

In Italia si osserva una netta differenza di punteggio medio in matematica in base alle fasce territoriali. Questo significa che la situazione italiana non risulta per nulla omogenea.

	Tutti gli studenti																	
	Sotto il livello 1c (inferiore a 233.17 punti)		Livello 1c (da 233.17 a meno di 295.47 punti)		Livello 1b (da 295.47 a meno di 357.77 punti)		Livello 1a (da 357.77 a meno di 420.07 punti)		Livello 2 (da 420.07 a meno di 482.38 punti)		Livello 3 (da 482.38 a meno di 544.68 punti)		Livello 4 (da 544.68 a meno di 606.99 punti)		Livello 5 (da 606.99 a meno di 669.30 punti)		Livello 6 (uguale o superiore a 669.30 punti)	
	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.
Nord Ovest	0,0	(0,1)	0,8	(0,4)	4,5	(1,0)	13,2	(1,7)	24,1	(1,9)	25,9	(1,7)	19,3	(1,8)	9,7	(1,5)	2,6	(0,6)
Nord Est	0,1	(0,1)	0,8	(0,3)	4,5	(0,6)	12,8	(1,3)	24,5	(1,7)	29,5	(1,8)	19,0	(1,7)	7,4	(1,2)	1,4	(0,4)
Centro	0,0	(0,1)	0,8	(0,3)	7,0	(1,3)	20,6	(2,4)	28,3	(2,4)	23,6	(1,9)	13,8	(2,3)	4,9	(1,7)	1,0	(0,5)
Sud	0,4	(0,3)	3,6	(1,0)	14,6	(2,0)	26,9	(2,5)	26,5	(1,8)	17,4	(1,8)	8,0	(1,2)	2,3	(0,7)	0,3	(0,2)
Sud Isole	0,3	(0,3)	2,3	(0,7)	12,8	(1,6)	27,3	(2,9)	27,6	(1,9)	17,9	(2,3)	8,8	(1,8)	2,8	(1,1)	0,2	(0,2)
Italia	0,2	(0,1)	1,6	(0,3)	8,3	(0,6)	19,5	(0,9)	26,0	(0,9)	23,2	(0,8)	14,2	(0,9)	5,7	(0,6)	1,2	(0,2)

Tabella 3: Percentuale di alunni/e italiani/e nei diversi livelli di competenza in base all'area geografica (INVALSI, 2023b).

In Italia, infatti, il 70% dei ragazzi e delle ragazze raggiunge almeno il livello minimo di competenze (Livello 2), in linea con la percentuale globale del 69%. Questo è un buon risultato se osservato solo globalmente, però, gli/le alunni/e che raggiungono tale livello al Nord (sia nella zona Ovest che Est) sono circa l'82%, mentre al Sud circa il 55% e nelle Isole circa il 57%. Quindi quello che si evince è che poco più della metà degli studenti e delle studentesse del Sud o delle Isole riesce a raggiungere il livello minimo. È un dato piuttosto allarmante in quanto la restante metà della popolazione non riesce a raggiungere le competenze di base necessarie nella vita quotidiana. In particolare, quelli che non raggiungono il Livello 2 al Nord sono circa il 18% (in entrambe le zone Ovest ed Est), mentre al Sud sono quasi la metà del totale dei ragazzi e delle ragazze, circa il 46% e nelle Isole circa 43%. Osservando infine i risultati di chi raggiunge il Livello 5 e il Livello 6, ovvero i *top performer*, a Nord Ovest si ha una percentuale di circa il 12% e a Nord Est di circa il 9%, mentre al Sud e nelle Isole soltanto di circa il 3%. Questo significa che gli studenti e le studentesse più brillanti provengono nella maggior parte dal Nord Italia. Il Centro invece si pone in una via di mezzo rispetto a questi dati (72% sopra al Livello 2, 28% al Livello 1 e 6% tra Livello 5 e Livello 6).

	Tutti gli studenti																	
	Sotto il livello 1c (inferiore a 233.17 punti)		Livello 1c (da 233.17 a meno di 295.47 punti)		Livello 1b (da 295.47 a meno di 357.77 punti)		Livello 1a (da 357.77 a meno di 420.07 punti)		Livello 2 (da 420.07 a meno di 482.38 punti)		Livello 3 (da 482.38 a meno di 544.68 punti)		Livello 4 (da 544.68 a meno di 606.99 punti)		Livello 5 (da 606.99 a meno di 669.30 punti)		Livello 6 (uguale o superiore a 669.30 punti)	
	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.	%	E.S.
Liceo	0,0	(0,0)	0,6	(0,2)	3,9	(0,6)	14,1	(1,2)	25,2	(1,4)	26,8	(1,3)	18,9	(1,4)	8,6	(1,1)	1,9	(0,4)
Istituto Tecnico	0,2	(0,2)	1,6	(0,5)	9,5	(1,1)	21,3	(1,6)	27,9	(1,4)	23,4	(1,4)	12,1	(1,3)	3,3	(0,7)	0,6	(0,2)
Istituto Professionale	0,7	(0,4)	5,3	(1,4)	22,4	(2,3)	35,6	(2,7)	25,4	(2,2)	9,1	(2,0)	1,4	(0,6)	0,1	(0,2)	0,0	(0,0)
Centro di Formazione Professionale	0,3	(0,7)	4,8	(2,4)	21,6	(3,9)	34,8	(4,1)	27,1	(3,6)	9,3	(2,1)	2,0	(0,9)	0,2	(0,2)	0,0	(0,0)
Italia	0,2	(0,1)	1,6	(0,3)	8,3	(0,6)	19,5	(0,9)	26,0	(0,9)	23,2	(0,8)	14,2	(0,9)	5,7	(0,6)	1,2	(0,2)

Tabella 4: Percentuale di alunni/e italiani/e nei diversi livelli di competenza per istituto di appartenenza (INVALSI, 2023b).

Si può fare un'ulteriore analisi per quanto riguarda i diversi indirizzi scolastici. La percentuale dei ragazzi e delle ragazze che raggiungono il Livello 2 o superiore, ovvero di quelli che superano il livello base è di circa l'81% nei Licei e del 67% nei Tecnici mentre cala drasticamente negli Istituti Professionali e nei Centri di Formazione Professionale, aggirandosi attorno al 36% e 38% rispettivamente. Un altro dato significativo è la percentuale di ragazzi al Livello 5 e al Livello 6 che risulta essere praticamente nulla in questi ultimi istituti (rispettivamente 0,1% e 0,2%), mentre la percentuale nei Licei raggiunge circa l'11%. Ovviamente si potrebbe continuare ad analizzare questi dati considerando anche i diversi tipi di Licei, in quanto sicuramente l'approfondimento degli argomenti matematici, l'approccio alla disciplina e soprattutto le emozioni verso quest'ultima sono differenti in un Liceo scientifico rispetto ad altri tipi di Licei. Nei prossimi paragrafi di questa tesi si vuole però analizzare i dati PISA rispetto al genere, analizzando così il gender gap nelle performance in matematica nel mondo e, in particolare, in Italia.

1.4 Le differenze di genere in matematica nel mondo e in Italia

In questa sezione si vuole analizzare la differenza di prestazioni in matematica tra maschi e femmine a livello internazionale per poi soffermarsi in particolare sulla situazione italiana.

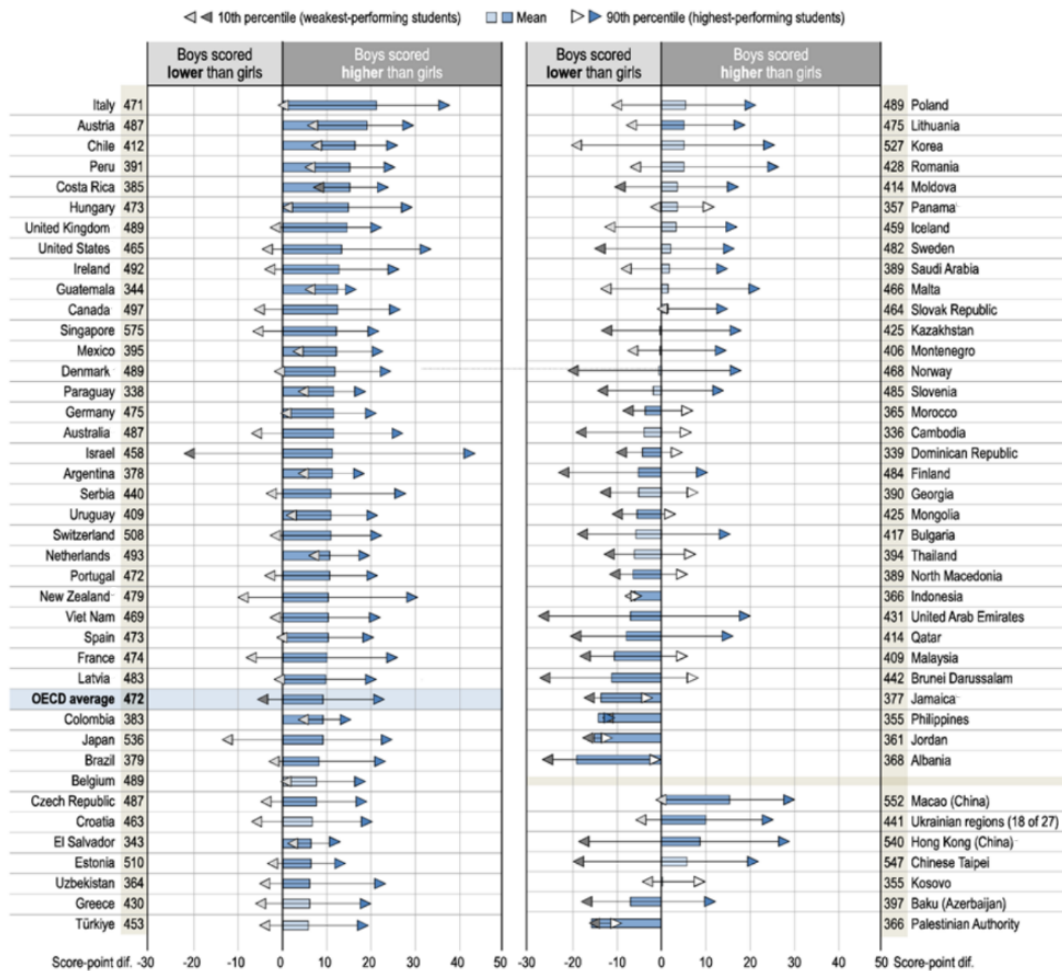


Figura 1: Gender gap in matematica secondo OCSE PISA 2022 (OECD, 2023c).

Quello che si nota dalla Figura 1, guardando le barre in azzurro, che rappresentano la differenza tra i punteggi dei ragazzi e quelli delle ragazze, è che a livello globale succede quasi sempre che gli studenti ottengono punteggi maggiori rispetto alle studentesse in matematica. Infatti, gli alunni hanno superato le alunne di 9 punti considerando la media OCSE.

In particolare, in 40 Paesi aderenti i ragazzi hanno superato le ragazze e questa differenza risulta essere statisticamente significativa (fasce più scure verso sinistra) mentre solo in 17 è successo il contrario (fasce più scure verso destra). Nei restanti 24 Paesi, invece, non è statisticamente significativo il divario (fasce in azzurro più chiaro).

Purtroppo, si può notare che il divario più ampio si è presentato proprio in Italia, con una differenza di 21 punti a favore degli studenti maschi, contro i 9 punti di media citati precedentemente. Seguono poi Austria, Cile, Macao, Perù e Costa Rica, in ordine decrescente, con 15 punti o più di divario.

Osservando più da vicino la situazione italiana, si nota che le ragazze ottengono punteggi sotto la media OCSE delle ragazze, 461 rispetto a 468, mentre i ragazzi italiani superiore rispetto alla media OCSE dei ragazzi, 482 contro 477. Questo significa che gli studenti italiani raggiungono competenze matematiche che possono competere con gli altri Paesi partecipanti, mentre le studentesse raggiungono competenze inferiori rispetto alle loro coetanee. Inoltre, è significativo il fatto che 20 punti sono ritenuti da PISA indicativamente come l'equivalente di un anno di apprendimento scolastico, ciò significa che il divario nelle competenze matematiche tra studenti e studentesse in Italia è paragonabile a un anno scolastico (Avvisati, 2021; Avvisati & Givord, 2023).

È importante anche osservare qual è il divario tra i *top performer* e i *low performer*, questo dato è infatti cruciale per rendersi conto di quanta disparità c'è e da cosa può essere dovuta. Questa differenza può essere analizzata per genere, considerando quindi la differenza tra alunni e alunne che ottengono i risultati peggiori e la differenza tra studenti e studentesse che ottengono i risultati migliori.

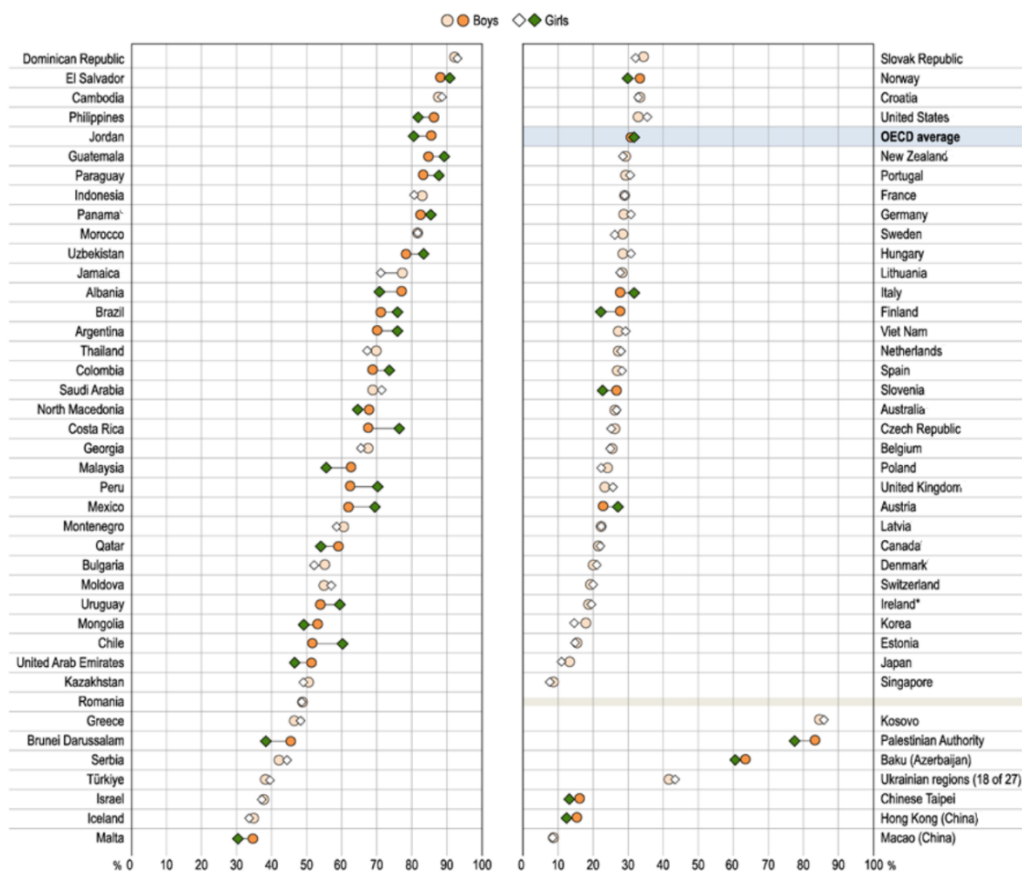


Figura 2: Low performer in matematica per genere (OECD, 2023c).

Nella Figura 2 si osservano le percentuali di maschi e femmine che non superano il Livello 2, ovvero il livello base. In arancione è rappresentata la percentuale dei maschi, in verde quella delle femmine e se la differenza è statisticamente significativa viene rappresentata con i toni più accesi degli stessi colori. Quello che si osserva è che mediamente il 31% dei ragazzi e il 32% delle ragazze non superano questo livello nei Paesi aderenti. Il divario di genere tra i *low performer*, quindi, non è così accentuato in media nei Paesi OCSE. In Italia però si nota che la differenza è statisticamente significativa e risulta superiore la percentuale delle alunne rispetto a quella degli alunni (rispettivamente 32% e 27%).

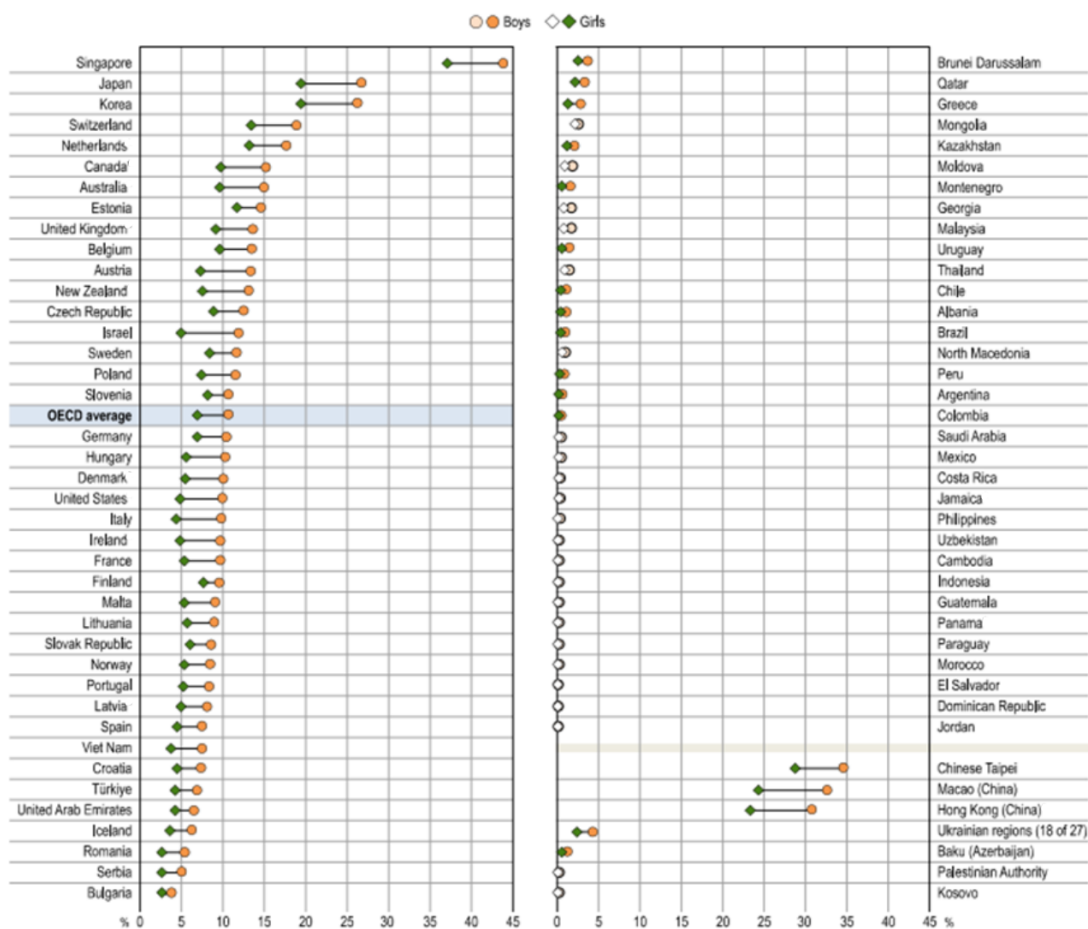


Figura 3: Top performer in matematica per genere (OECD, 2023c).

Nella Figura 3 invece sono rappresentate le percentuali dei *top performer* con lo stesso criterio descritto in precedenza. Rispetto a prima però le differenze sono più significative. I ragazzi che superano il Livello 5 nell'OCSE sono circa l'11% contro il 7% delle ragazze. È vero che nella maggior parte dei Paesi partecipanti la differenza percentuale tra ragazzi e ragazze è minima, ovvero sotto i quattro punti percentuali, ma la cosa da sottolineare è che in nessuno di essi la percentuale delle ragazze supera quella dei ragazzi.

Capitolo 2. Le possibili cause del gender gap nei risultati in matematica

Nel capitolo precedente si è osservato come spesso i ragazzi quindicenni ottengano risultati migliori delle ragazze coetanee in matematica. In questo capitolo si vuole cercare di capire quali potrebbero essere le cause di tale divario. In letteratura vengono individuati due tipi di fattori influenti, *fattori interni* e *fattori esterni*. I fattori interni sono legati alla singola persona, mentre quelli esterni sono legati alla società e alla cultura in cui la persona si trova immersa. Per capire a pieno da dove nasce il gender gap in matematica e individuare poi delle possibili strade per ridurre il divario, si devono tenere in considerazione tutti questi fattori e i rispettivi intrecci (Giberti, 2019).

2.1 I fattori interni

Tra i fattori interni si trovano in letteratura fattori di tipo biologico ma anche fattori di tipo psicosociale legati alle convinzioni, alle motivazioni e alla fiducia nelle proprie capacità. Willis (1995) osserva che, secondo alcuni insegnanti, il problema legato al divario di genere in matematica non ha a che fare con un insegnamento scolastico a volte inappropriato della materia, né a livello di contenuti né a livello didattico. Infatti, se il programma di matematica che viene insegnato a scuola risulta non adatto alle ragazze il problema è semplicemente legato alla “natura della materia”. Secondo questo pensiero, in altre parole, le ragazze non sono “naturalmente portate” per la matematica e non si può fare nulla per ottenere la parità. Per fortuna ad oggi qualcosa sta cambiando. In una serie di recenti pubblicazioni di ricercatori e ricercatrici, le accuse implicite e non verso le scarse capacità e la carente motivazione delle ragazze riguardo la matematica, sostenuti nella letteratura per almeno 20 anni, si dimostrano del tutto insufficienti come spiegazione del rendimento spesso meno brillante delle ragazze rispetto a quello dei ragazzi (Johnston, 1995; Mura, 1995; Willis, 1995). Attualmente l’attenzione si è finalmente spostata sul capire quali possano essere le varie cause del divario di genere, e lo si fa non più in termini puramente biologici, ma prendendo in considerazione fattori cognitivi e metacognitivi legati all’apprendimento della matematica, le modalità in cui viene insegnata all’interno del sistema scolastico e il ruolo della cultura e della società nella creazione di questo divario. La percezione negativa della matematica e lo scarso rendimento scolastico da parte delle ragazze nasce spesso dal tipo di matematica insegnata a scuola e non dal semplice fatto di essere femmine (Boaler, 1997).

Attualmente molti studi sostengono che i fattori biologici, ovvero legati alle abilità cognitive di maschi e femmine, non possono essere considerati una motivazione della differenza nelle performance matematiche (Halpern et al., 2011; Ruffing et al., 2015): gli stessi risultati delle prove

OCSE PISA e, in particolare, l'estrema eterogeneità del gender gap nei diversi paesi, porta infatti a mettere in secondo piano i fattori biologici. Esistono solo alcuni studi (Lawton & Hatcher, 2005) che hanno osservato migliori abilità visuospatiali nei ragazzi rispetto alle ragazze, gli stessi studi però mostrano anche che questa disparità può essere facilmente eliminata mediante un allenamento mirato di breve durata. Questo non significa che i fattori biologici non influenzino l'apprendimento in nessuna misura, ma sicuramente non può essere una risposta esaustiva al problema, deve essere affiancato ad altri aspetti. Si può trovare conferma di ciò dalle osservazioni fatte al Capitolo 1, se il fattore biologico fosse l'unico fattore che può spiegare il gender gap, allora in tutti i Paesi aderenti all'OCSE si dovrebbe registrare un divario in positivo per i ragazzi, ma non è così. In alcuni Paesi, anche se in minoranza, le studentesse quindicenni hanno performato meglio degli studenti coetanei (Contini et al., 2017; Hill et al., 2010; OECD, 2016). Inoltre, se il gender gap fosse generato soltanto da fattori di tipo biologico allora già precedentemente all'inizio della scuola primaria si dovrebbero registrare delle differenze tra bambini e bambine nell'approccio ai numeri e allo spazio, cosa che si è dimostrata non sempre vera (Martinot et al., 2025). Lo studio di Martinot e i colleghi (2025), per esempio, presenta un'analisi della durata di quattro anni sulle competenze matematiche di alunni francesi di classi prima e seconda della scuola primaria, per un totale di oltre 2,6 milioni di bambini/e monitorati. I risultati mostrano che, al momento dell'ingresso nella scuola primaria, bambini e bambine ottengono punteggi pressoché equivalenti in matematica. Tuttavia, già dopo circa quattro mesi di scuola emerge un divario di genere statisticamente significativo a favore dei maschi che poi aumenta nel corso di tutto il primo anno. Nel complesso, i dati indicano che il primo anno di scuola primaria rappresenta il momento cruciale in cui prende forma il divario di genere in matematica a favore degli alunni.

Tra i fattori psicosociali si trovano invece fattori legati alle motivazioni, alle convinzioni e alla fiducia nelle proprie capacità (Winkelmann et al., 2008). L'OCSE nel 2022 si è occupata di raccogliere dati legati proprio a questi fattori interni correlati all'apprendimento della matematica: la *motivation*, ovvero la motivazione e la voglia di imparare per il gusto di farlo, e le *self-beliefs*, ovvero le convinzioni su sé stessi/e e sulle proprie capacità. Quest'ultima comprende quattro concetti: *self-efficacy*, *self-concept*, *anxiety*, e *growth mindset*. La *self-efficacy*, ovvero l'autoefficacia, si riferisce alla fiducia nelle proprie capacità in relazione a specifici problemi, anche quando sono difficili. La *self-concept* e *l'anxiety*, ovvero l'idea di sé e l'ansia, sono concetti legati all'apprendimento matematico, a quanto lo/la studente/studentessa si ritiene in grado di affrontare nuove nozioni e nuovi problemi e quanto al contrario ha paura dell'errore o in generale di non essere all'altezza della materia. Infine, la *growth mindset*, ovvero la mentalità di crescita, è la convinzione che l'intelligenza

e le competenze possano sempre essere acquisite attraverso il lavoro e l'impegno e non sono quindi caratteristiche innate nel singolo studente e nella singola studentessa.

2.1.1 La *self-efficacy* e la *math anxiety*

In questa sezione si vuole analizzare, utilizzando i dati PISA 2022, l'effetto della *self-efficacy* e della *math anxiety* sui risultati in matematica, con particolare attenzione alle differenze di genere. La scelta di focalizzarsi su questi fattori deriva dal fatto che la *motivation* e la *growth mindset* influenzano le performance matematiche soprattutto in modo indiretto, attraverso le convinzioni degli studenti circa le proprie capacità; mentre la *self-efficacy*, la *self-concept* e la *math anxiety* risultano più direttamente associate ai risultati (OECD, 2024). In particolare, si è scelto di analizzare su una sola tra *math anxiety* e *self-concept* poiché esiste una stretta correlazione tra le due: più gli studenti e le studentesse sono ansiosi e ansiose verso la matematica e meno sono sicuri e sicure delle proprie competenze nella materia (Ahmed et al., 2012; Kaskens et al., 2020). Nel Volume V dei risultati di PISA 2022 si legge proprio come la fiducia nelle proprie capacità (*self-efficacy*) e i livelli d'ansia legati alla materia (*math anxiety*) svolgano un ruolo fondamentale nell'apprendimento matematico. Questi sentimenti agiscono non solo sui risultati scolastici a breve termine, ma anche proprio sulla motivazione degli studenti e delle studentesse a perseverare, a rendersi disponibili nello studio e a impegnarsi a trovare strategie efficaci per comprendere sempre più nozioni e raggiungere sempre più competenze matematiche. Più gli alunni e le alunne si sentono efficaci e poco ansiosi, più sono implicati attivamente nella costruzione della propria conoscenza.

Nei risultati PISA 2022 si evidenzia una corrispondenza positiva tra l'autoefficacia in matematica e le prestazioni. In particolare, infatti, l'incremento di un punto nell'indice OCSE di autoefficacia, tenendo in considerazione anche il profilo socioeconomico degli studenti e delle scuole, equivale all'aumento medio di 28 punti OCSE nelle prestazioni matematiche. Questo significa perciò, che gli alunni e le alunne che si sentono più sicuri e sicure delle proprie capacità di risolvere problemi matematici e affrontare lezioni e compiti di matematica ottengono migliori risultati nella materia.

Change in mathematics performance associated with a one-unit increase in the index of mathematics self-efficacy after accounting for students' and schools' socio-economic profile	Score dif.	S.E.
	OECD	
Australia	39	(1,0)
Austria	27	(1,0)
Belgium	24	(1,1)
Canada	34	(0,7)

Chile	14	(1,1)
Colombia	14	(1,0)
Costa Rica	m	m
Czechia	29	(1,1)
Denmark	32	(1,3)
Estonia	31	(1,2)
Finland	31	(0,8)
France	28	(1,1)
Germany	27	(1,4)
Greece	26	(1,2)
Hungary	26	(1,3)
Iceland	28	(1,5)
Ireland	34	(1,1)
Israel	26	(1,3)
Italy	31	(1,2)
Japan	27	(1,2)
Korea	36	(1,3)
Latvia	28	(1,1)
Lithuania	26	(1,1)
Mexico	16	(1,0)
Netherlands	23	(1,4)
New Zealand	39	(1,3)
Norway	30	(1,1)
Poland	22	(1,0)
Portugal	26	(1,0)
Slovak Republic	21	(1,0)
Slovenia	19	(1,0)
Spain	28	(0,7)
Sweden	34	(1,1)
Switzerland	31	(1,2)
Türkiye	22	(1,0)
United Kingdom	39	(1,3)
United States	32	(1,7)
OECD average	28	(0,2)
Partners		
Albania	19	(1,2)
Argentina	15	(1,0)
Baku (Azerbaijan)	17	(1,4)
Brazil	13	(0,9)
Brunei Darussalam	33	(1,1)
Bulgaria	16	(1,3)
Cambodia	7	(1,6)
Croatia	27	(1,1)
Cyprus	25	(1,2)
Dominican Republic	5	(0,7)
El Salvador	m	m
Georgia	23	(1,7)
Guatemala	8	(1,3)
Hong Kong (China)	29	(1,2)
Indonesia	m	m
Jamaica	10	(1,5)
Jordan	11	(0,9)

Kazakhstan	m	m
Kosovo	13	(1,0)
Macao (China)	36	(1,1)
Malaysia	23	(1,3)
Malta	35	(1,5)
Moldova	23	(1,1)
Mongolia	18	(1,3)
Montenegro	14	(0,9)
Morocco	12	(0,9)
North Macedonia	13	(0,9)
Palestinian Authority	13	(0,8)
Panama	11	(1,2)
Paraguay	11	(1,3)
Peru	17	(1,3)
Philippines	6	(1,0)
Qatar	20	(1,0)
Romania	14	(1,0)
Saudi Arabia	13	(0,9)
Serbia	21	(1,4)
Singapore	36	(1,1)
Chinese Taipei	33	(1,3)
Thailand	m	m
Ukrainian regions (18 of 27)	24	(1,7)
United Arab Emirates	26	(0,8)
Uruguay	17	(1,1)
Uzbekistan	11	(0,9)
Viet Nam	21	(1,4)

Tabella 5: Cambiamento delle prestazioni matematiche in base all'incremento di una unità dell'indice di *self-efficacy* (OECD, 2024).

Nella Tabella 5 si legge qual è l'incremento di punteggio nei vari Paesi OCSE in corrispondenza dell'aumento unitario dell'indice di *self-efficacy*; ciò che si nota è che in generale l'aumento è statisticamente rilevante. In Italia, per esempio, l'aumento è di 31 punti rispetto ai 28 punti medi citati precedentemente.

La tabella è poi completata nel Volume V dei risultati PISA 2022 con ulteriori colonne in cui viene calcolato l'aumento delle prestazioni matematiche in relazione a quanto gli alunni e le alunne si sentono sicuri e sicure di svolgere le attività seguenti:

- Guardando una tabella degli orari dei treni quanto tempo ci vorrebbe per andare da un posto all'altro.
- Calcolare l'aumento di costo di un computer dopo aver aggiunto le tasse.
- Calcolare quanti metri quadrati di piastrelle servono per coprire un pavimento.
- Comprendere le tabelle scientifiche presentate in un articolo.
- Risolvere un'equazione come $6x^2 + 5 = 29$.
- Trovare la distanza reale tra due luoghi su una mappa in scala 1:10.000.
- Risolvere un'equazione come $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$.

- Calcolare il consumo energetico di un apparecchio elettronico a settimana.
- Risolvere un'equazione come $3x + 5 = 17$.

Si osserva dai dati relativi a questi specifici compiti che gli studenti e le studentesse che si sentono più sicuri e più a loro agio a risolvere questo tipo di attività matematiche ottengono risultati statisticamente migliori nella materia.

Nel PISA 2022 si nota anche che nei vari Paesi aderenti la *self-efficacy* risulta solitamente negativa nei livelli inferiori al livello minimo, mentre positiva nei livelli medi o eccellenti. Ciò significa che i ragazzi e le ragazze che ottengono risultati nella media o superiori si sentono più sicuri rispetto a quelli che ottengono risultati sotto la media OCSE.

	Index of mathematics self-efficacy, by proficiency levels in mathematics					
	Low performer (Below Level 2)		Skilled performers (Level 3 or above)		Skilled performers (Level 5 or above)	
	Mean index	S.E.	Mean index	S.E.	Mean index	S.E.
OECD						
Australia	-1,00	(0,03)	0,25	(0,02)	0,92	(0,03)
Austria	-0,74	(0,04)	0,46	(0,02)	1,16	(0,04)
Belgium	-0,91	(0,04)	0,01	(0,02)	0,48	(0,04)
Canada	-0,90	(0,03)	0,32	(0,02)	0,96	(0,03)
Chile	-0,95	(0,03)	-0,05	(0,04)	1,03	(0,15)
Colombia	-0,68	(0,02)	0,26	(0,05)	1,20	(0,23)
Costa Rica	-0,82	(0,02)	-0,17	(0,07)	c	c
Czechia	-1,10	(0,03)	0,06	(0,02)	0,64	(0,04)
Denmark	-1,11	(0,04)	0,07	(0,03)	0,84	(0,07)
Estonia	-1,14	(0,05)	-0,08	(0,02)	0,62	(0,05)
Finland	-1,05	(0,03)	0,09	(0,02)	0,88	(0,05)
France	-0,79	(0,03)	0,46	(0,03)	1,25	(0,06)
Germany	-0,88	(0,04)	0,22	(0,03)	0,95	(0,05)
Greece	-1,06	(0,03)	0,16	(0,03)	0,96	(0,11)
Hungary	-0,98	(0,04)	0,22	(0,03)	1,04	(0,05)
Iceland	-0,85	(0,05)	0,26	(0,03)	1,01	(0,09)
Ireland	-1,02	(0,04)	0,15	(0,02)	1,02	(0,06)
Israel	-1,10	(0,04)	-0,08	(0,04)	0,64	(0,06)
Italy	-0,94	(0,03)	-0,03	(0,02)	0,56	(0,04)
Japan	-1,47	(0,06)	-0,20	(0,03)	0,39	(0,04)
Korea	-1,66	(0,06)	-0,16	(0,03)	0,49	(0,04)
Latvia	-1,21	(0,04)	-0,18	(0,03)	0,63	(0,07)
Lithuania	-0,87	(0,03)	0,12	(0,02)	0,86	(0,05)
Mexico	-0,86	(0,02)	-0,07	(0,04)	c	c
Netherlands	-0,95	(0,05)	0,02	(0,02)	0,47	(0,04)
New Zealand	-1,18	(0,04)	0,09	(0,03)	0,95	(0,07)
Norway	-1,13	(0,04)	0,00	(0,03)	0,83	(0,06)
Poland	-1,17	(0,04)	-0,23	(0,02)	0,43	(0,05)
Portugal	-1,02	(0,04)	0,07	(0,02)	0,76	(0,05)
Slovak Republic	-0,97	(0,04)	0,07	(0,03)	0,74	(0,07)
Slovenia	-0,90	(0,04)	-0,01	(0,03)	0,58	(0,06)

Spain	-0,74	(0,02)	0,20	(0,02)	0,85	(0,04)
Sweden	-1,02	(0,04)	0,19	(0,02)	0,93	(0,04)
Switzerland	-0,78	(0,05)	0,35	(0,02)	0,89	(0,04)
Türkiye	-0,95	(0,03)	0,13	(0,03)	0,72	(0,09)
United Kingdom	-0,90	(0,04)	0,24	(0,03)	0,92	(0,05)
United States	-0,83	(0,03)	0,13	(0,03)	0,80	(0,07)
OECD average	-0,99	(0,01)	0,09	(0,00)	0,81	(0,01)
Partners						
Albania	-0,53	(0,03)	0,74	(0,07)	1,17	(0,26)
Argentina	-0,95	(0,03)	0,05	(0,05)	0,99	(0,30)
Baku (Azerbaijan)	-0,75	(0,04)	0,13	(0,05)	0,76	(0,18)
Brazil	-1,08	(0,02)	0,06	(0,06)	1,09	(0,16)
Brunei Darussalam	-1,04	(0,02)	-0,09	(0,02)	0,68	(0,11)
Bulgaria	-1,06	(0,03)	-0,12	(0,06)	0,79	(0,10)
Cambodia	-0,85	(0,02)	-0,29	(0,11)	m	m
Croatia	-0,77	(0,03)	0,31	(0,03)	1,01	(0,06)
Cyprus	-0,85	(0,03)	0,33	(0,04)	1,15	(0,10)
Dominican Republic	-0,89	(0,03)	-0,07	(0,24)	m	m
El Salvador	m	m	m	m	m	m
Georgia	-0,89	(0,03)	0,35	(0,07)	1,17	(0,16)
Guatemala	-0,78	(0,02)	0,05	(0,16)	m	m
Hong Kong (China)	-1,23	(0,05)	-0,21	(0,02)	0,20	(0,04)
Indonesia	m	m	m	m	m	m
Jamaica	-0,87	(0,03)	-0,13	(0,07)	m	m
Jordan	-0,81	(0,02)	0,21	(0,09)	m	m
Kazakhstan	m	m	m	m	m	m
Kosovo	-0,89	(0,02)	0,36	(0,10)	c	c
Macao (China)	-1,10	(0,06)	0,12	(0,02)	0,66	(0,03)
Malaysia	-1,06	(0,02)	0,01	(0,05)	1,00	(0,15)
Malta	-0,98	(0,05)	0,32	(0,03)	0,97	(0,08)
Moldova	-0,98	(0,02)	0,16	(0,04)	1,16	(0,16)
Mongolia	-0,93	(0,03)	0,04	(0,04)	0,87	(0,10)
Montenegro	-1,10	(0,03)	0,01	(0,05)	0,82	(0,27)
Morocco	-0,88	(0,02)	0,19	(0,12)	m	m
North Macedonia	-0,83	(0,02)	0,13	(0,05)	0,99	(0,28)
Palestinian Authority	-0,82	(0,02)	0,32	(0,08)	c	c
Panama	-0,73	(0,03)	0,31	(0,14)	m	m
Paraguay	-0,74	(0,02)	-0,04	(0,11)	m	m
Peru	-0,67	(0,02)	0,11	(0,04)	0,79	(0,22)
Philippines	-0,86	(0,02)	-0,26	(0,08)	m	m
Qatar	-0,79	(0,03)	0,25	(0,04)	0,91	(0,11)
Romania	-0,75	(0,03)	0,01	(0,04)	0,63	(0,09)
Saudi Arabia	-0,70	(0,03)	0,26	(0,06)	c	c
Serbia	-1,14	(0,03)	0,02	(0,05)	0,89	(0,13)
Singapore	-0,82	(0,05)	0,46	(0,01)	0,83	(0,02)
Chinese Taipei	-1,53	(0,05)	0,02	(0,03)	0,53	(0,04)
Thailand	m	m	m	m	m	m
Ukrainian regions (18 of 27)	-1,08	(0,04)	-0,07	(0,05)	0,72	(0,14)
United Arab Emirates	-0,68	(0,02)	0,33	(0,02)	1,04	(0,03)
Uruguay	-0,96	(0,02)	-0,08	(0,04)	0,81	(0,16)
Uzbekistan	-0,56	(0,03)	0,46	(0,09)	c	c
Viet Nam	-0,98	(0,03)	-0,31	(0,03)	0,16	(0,07)

Tabella 6: Indice di self-efficacy in base al livello di competenza (OECD, 2024).

A partire da questa osservazione si può ragionare sul fatto che intervenire sul miglioramento delle prestazioni degli studenti e delle studentesse, soprattutto quelli e quelle più deboli nella materia, può essere un buon modo per aumentare l'autoefficacia e di conseguenza renderli e renderle più sicuri e sicure di sé.

Riguardo la *math anxiety*, i dati PISA 2022 risultano in peggioramento. Gli studenti e le studentesse dal 2012 al 2022 hanno aumentato il loro livello di ansia legato alla materia, almeno nella maggior parte dei Paesi analizzati. In media sono aumentati rispetto al 2012 gli studenti e le studentesse che hanno riferito di sentirsi impotenti e in tensione nello svolgere compiti a casa e problemi matematici.

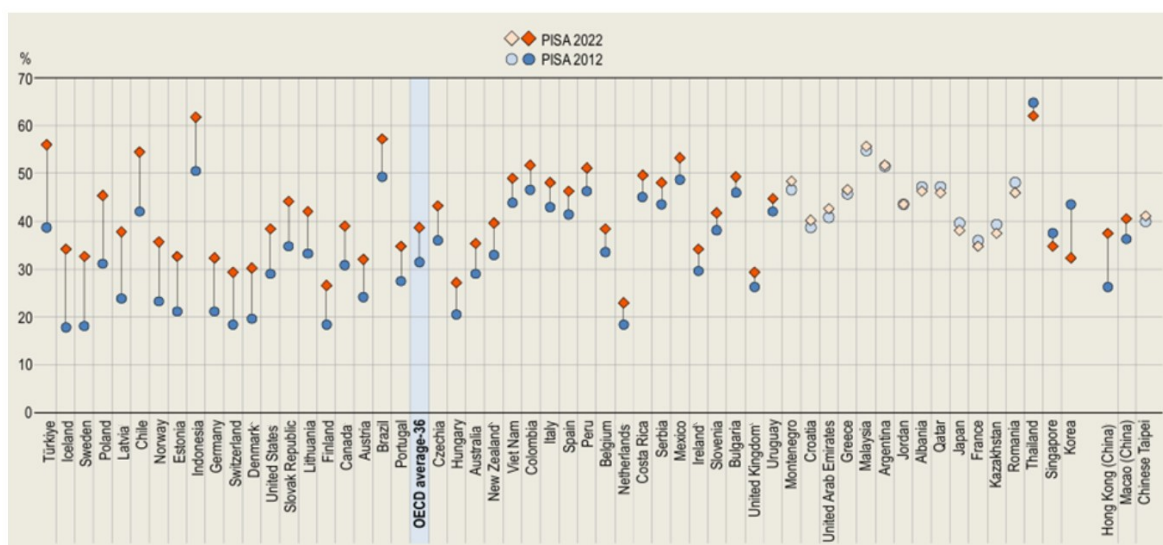


Figura 4: Math anxiety dal 2012 al 2022 secondo i dati PISA (OECD, 2024).

Nella Figura 5 sono mostrati i livelli di *math anxiety* nel 2012 in blu e nel 2022 in arancione. Le differenze statisticamente significative sono rappresentate con gli stessi colori ma in tono più acceso. Ciò che si nota è che in quasi tutti i Paesi OCSE in effetti si hanno delle differenze che evidenziano un indice di ansia maggiore nel 2022 in modo statisticamente rilevante. Questo mostra come gli alunni e le alunne stiano sviluppando atteggiamenti sempre più negativi nei confronti della matematica e questo risultato desta preoccupazione. Ciò, infatti, non influisce soltanto sulle prestazioni a breve termine, sul singolo compito in classe o sul singolo argomento, ma anche più in generale sull'apprendimento permanente, sull'apprendimento a lungo termine. L'apprendimento permanente, o *lifelong learning*, è un processo dinamico, sfaccettato e continuo attraverso cui una persona acquisisce competenze e conoscenze lungo tutto l'arco della vita (OECD, 2021). Questo tipo di apprendimento, quindi, non è legato a una fase specifica della vita della persona e soprattutto non è confinato all'interno del contesto formale, come per esempio la scuola; ma è esteso al di fuori delle tradizionali fasi educative dello studente e della studentessa, e a contesti anche non formali, come per esempio contesti scolastici alternativi, solitamente che non rilasciano una qualifica, e informali, come

per esempio il contesto familiare o comunitario (OECD, 2019; UNESCO, 2006). Sviluppare questo tipo di apprendimento è fondamentale per ogni studente/studentessa sia dal punto di vista personale che, in futuro, professionale. Aiuta in particolare nell’adattamento ai rapidi e continui cambiamenti del contesto ambientale, sociale ed economico in cui la società odierna e futura risultano immerse. È importante che l’istruzione si attivi affinché ci sia una buona predisposizione degli alunni e delle alunne verso questo tipo di apprendimento, poiché “L'apprendimento permanente è incentrato sulle persone e basato sui diritti umani. Il suo scopo è fornire alle persone opportunità per sviluppare le loro capacità e raggiungere il loro potenziale nel corso della vita, indipendentemente dal loro punto di partenza; riconoscere un'ampia gamma di esigenze e richieste di apprendimento; e contribuire allo sviluppo di un'economia avanzata e di una società inclusiva” (UNESCO, 2022, p.18, traduzione a cura dell'autrice). Per raggiungere questi obiettivi è quindi necessario trovare un modo per investire questa continua crescita dell’ansia verso la matematica. Dall’analisi dei dati PISA 2022, si può infatti osservare come la *math anxiety* influenzi negativamente i risultati matematici e di conseguenza l’apprendimento permanente della materia.

Change in mathematics performance associated with a one-unit increase in the index of mathematics anxiety after accounting for students' and schools' socio-economic profile		
	Score dif.	S.E.
OECD		
Australia	-19	(0,9)
Austria	-18	(0,9)
Belgium	-14	(1,0)
Canada	-20	(0,8)
Chile	-13	(1,2)
Colombia	-10	(1,1)
Costa Rica	m	m
Czechia	-19	(1,0)
Denmark	-27	(1,3)
Estonia	-23	(1,2)
Finland	-21	(0,9)
France	-18	(1,0)
Germany	-19	(1,0)
Greece	-18	(1,4)
Hungary	-20	(0,9)
Iceland	-18	(1,6)
Ireland	-17	(1,2)
Israel	m	m
Italy	-18	(1,2)
Japan	-13	(1,2)
Korea	-14	(1,4)
Latvia	-22	(1,2)
Lithuania	-19	(1,0)

Mexico	-11	(1,2)
Netherlands	-12	(1,4)
New Zealand	-19	(1,5)
Norway	-23	(1,1)
Poland	-15	(1,2)
Portugal	-18	(1,2)
Slovak Republic	-16	(1,1)
Slovenia	-14	(1,0)
Spain	-17	(0,8)
Sweden	-24	(1,1)
Switzerland	-20	(1,1)
Türkiye	-8	(1,0)
United Kingdom	-22	(1,5)
United States	-19	(1,1)
OECD average	-18	(0,2)
Partners		
Albania	-15	(1,4)
Argentina	-13	(1,1)
Baku (Azerbaijan)	-10	(1,4)
Brazil	-13	(0,9)
Brunei Darussalam	-6	(1,4)
Bulgaria	-7	(1,4)
Cambodia	-13	(1,7)
Croatia	-14	(1,0)
Cyprus	-16	(1,3)
Dominican Republic	-6	(1,1)
El Salvador	-6	(1,0)
Georgia	-16	(1,4)
Guatemala	-10	(1,1)
Hong Kong (China)	-21	(1,4)
Indonesia	m	m
Jamaica	-8	(1,5)
Jordan	-11	(1,1)
Kazakhstan	-14	(0,7)
Kosovo	-12	(1,0)
Macao (China)	-23	(1,3)
Malaysia	-8	(1,5)
Malta	-20	(1,7)
Moldova	-19	(1,1)
Mongolia	-13	(0,9)
Montenegro	-15	(1,0)
Morocco	-7	(0,9)
North Macedonia	-10	(1,1)
Palestinian Authority	-11	(0,9)
Panama	-7	(1,6)
Paraguay	-14	(1,2)
Peru	-15	(1,4)
Philippines	m	m
Qatar	-14	(1,2)
Romania	-9	(1,0)
Saudi Arabia	-10	(0,8)
Serbia	-12	(1,2)

Singapore	-20	(1,2)
Chinese Taipei	-18	(1,7)
Thailand	m	m
Ukrainian regions (18 of 27)	-13	(1,6)
United Arab Emirates	-18	(0,7)
Uruguay	-14	(1,6)
Uzbekistan	-10	(1,0)
Viet Nam	-14	(1,3)

Tabella 7: Cambiamento delle prestazioni matematiche associate all'incremento di un'unità dell'indice della *math anxiety* (OECD, 2024).

Dalla Tabella 7 si osserva che i dati PISA 2022 hanno rilevato in media tra i Paesi OCSE un calo di 18 punti sulle prestazioni matematiche in relazione all'aumento di un punto sull'indice di *math anxiety*, tenendo conto del profilo socioeconomico degli studenti e delle scuole. In Italia in particolare l'aumento di un punto sull'indice di ansia in matematica corrisponde a un calo delle prestazioni matematiche pari a 18 punti, quindi perfettamente in linea con la media OCSE.

I dati relativi al cambiamento delle prestazioni matematiche legati alla *math anxiety* sono stati studiati nel Volume V dei risultati PISA 2022 anche in relazione a quanto gli studenti e le studentesse si trovano d'accordo con alcune affermazioni. Il risultato che si ottiene è che più alunni e alunne si sentono d'accordo con le affermazioni più le loro prestazioni matematiche sono carenti. Le frasi analizzate sono tutte legate a sentimenti di ansia riguardo la materia e sono le seguenti:

- Spesso mi preoccupa del fatto che per me saranno difficili le lezioni di matematica.
- Divento molto teso/a quando devo fare i compiti di matematica.
- Mi sento molto nervoso/a mentre lavoro su problemi di matematica.
- Mi sento impotente quando cerco di risolvere un problema di matematica.
- Temo di prendere voti bassi in matematica.
- Mi sento ansioso/a all'idea di sbagliare in matematica.

Si conclude, dunque che la *math anxiety* è un fattore su cui si deve lavorare per migliorare le prestazioni matematiche e per rendere i ragazzi e le ragazze più predisposti a costruire le proprie conoscenze che possano anche durare nel tempo, quindi a predisporre gli studenti e le studentesse ad apprendere in modo permanente.

2.1.2 La *self-efficacy* e la *math anxiety* influenzano il gender gap

Questa sezione ha lo scopo di comprendere il legame tra i fattori interni descritti nella sezione precedente, la *self-efficacy* e la *math anxiety*, e il gender gap in matematica registrato dai dati PISA 2022.

	Gender differences (boys - girls) Low performer		Gender differences (boys - girls) Level 3 or above		Gender differences (boys - girls) Top performer	
	Dif.	S.E.	Dif.	S.E.	Dif.	S.E.
OECD						
Australia	0,31	(0,05)	0,34	(0,03)	0,29	(0,06)
Austria	0,01	(0,09)	0,31	(0,04)	0,26	(0,09)
Belgium	0,22	(0,08)	0,33	(0,04)	0,38	(0,09)
Canada	0,20	(0,06)	0,27	(0,03)	0,29	(0,06)
Chile	0,32	(0,05)	0,17	(0,08)	c	c
Colombia	0,12	(0,04)	0,23	(0,09)	c	c
Costa Rica	0,18	(0,04)	0,05	(0,14)	c	c
Czechia	0,20	(0,07)	0,33	(0,04)	0,39	(0,07)
Denmark	0,46	(0,08)	0,48	(0,05)	0,43	(0,14)
Estonia	0,16	(0,09)	0,27	(0,04)	0,33	(0,07)
Finland	0,25	(0,06)	0,31	(0,04)	0,47	(0,10)
France	0,03	(0,08)	0,35	(0,04)	0,28	(0,10)
Germany	0,19	(0,09)	0,26	(0,04)	0,26	(0,11)
Greece	0,12	(0,05)	0,16	(0,06)	0,22	(0,24)
Hungary	0,10	(0,06)	0,35	(0,05)	0,34	(0,11)
Iceland	0,23	(0,08)	0,31	(0,07)	0,38	(0,19)
Ireland	0,07	(0,08)	0,24	(0,04)	0,32	(0,11)
Israel	0,09	(0,08)	0,47	(0,07)	0,51	(0,14)
Italy	0,15	(0,05)	0,27	(0,04)	0,16	(0,12)
Japan	0,14	(0,11)	0,39	(0,04)	0,38	(0,07)
Korea	0,15	(0,12)	0,24	(0,06)	0,28	(0,08)
Latvia	0,14	(0,07)	0,22	(0,05)	0,29	(0,12)
Lithuania	0,14	(0,06)	0,22	(0,04)	0,34	(0,11)
Mexico	0,07	(0,04)	0,16	(0,09)	c	c
Netherlands	0,53	(0,10)	0,45	(0,03)	0,40	(0,08)
New Zealand	0,31	(0,08)	0,44	(0,05)	0,57	(0,12)
Norway	0,20	(0,08)	0,46	(0,05)	0,55	(0,13)
Poland	0,21	(0,08)	0,28	(0,04)	0,29	(0,09)
Portugal	0,25	(0,07)	0,22	(0,04)	0,19	(0,12)
Slovak Republic	0,28	(0,07)	0,33	(0,05)	0,35	(0,14)
Slovenia	0,21	(0,07)	0,35	(0,06)	0,39	(0,13)
Spain	0,15	(0,05)	0,22	(0,03)	0,19	(0,09)
Sweden	0,28	(0,06)	0,23	(0,04)	0,25	(0,09)
Switzerland	0,27	(0,09)	0,35	(0,04)	0,37	(0,07)
Türkiye	0,06	(0,06)	0,10	(0,05)	0,12	(0,15)
United Kingdom	0,35	(0,07)	0,33	(0,05)	0,33	(0,09)
United States	0,13	(0,06)	0,25	(0,04)	0,22	(0,11)
OECD average	0,20	(0,01)	0,29	(0,01)	0,33	(0,02)
Partners						
Albania	-0,11	(0,05)	-0,09	(0,14)	c	c
Argentina	0,11	(0,04)	0,18	(0,09)	c	c
Baku (Azerbaijan)	0,19	(0,08)	0,15	(0,10)	c	c
Brazil	0,23	(0,03)	0,23	(0,08)	c	c
Brunei Darussalam	0,04	(0,03)	0,21	(0,05)	0,15	(0,21)
Bulgaria	0,18	(0,05)	0,07	(0,08)	0,02	(0,19)
Cambodia	0,07	(0,04)	0,10	(0,15)	m	m
Croatia	0,07	(0,06)	0,18	(0,05)	0,22	(0,12)
Cyprus	0,09	(0,07)	0,25	(0,07)	0,31	(0,19)

Dominican Republic	-0,04	(0,05)	c	c	m	m
El Salvador	m	m	m	m	m	m
Georgia	0,03	(0,05)	0,13	(0,12)	c	c
Guatemala	0,14	(0,04)	-0,02	(0,21)	m	m
Hong Kong (China)	0,33	(0,12)	0,44	(0,04)	0,38	(0,07)
Indonesia	m	m	m	m	m	m
Jamaica	0,27	(0,07)	0,21	(0,14)	m	m
Jordan	-0,13	(0,04)	0,04	(0,23)	m	m
Kazakhstan	m	m	m	m	m	m
Kosovo	0,06	(0,04)	0,07	(0,21)	m	m
Macao (China)	0,20	(0,14)	0,37	(0,04)	0,32	(0,06)
Malaysia	-0,11	(0,04)	0,20	(0,06)	c	c
Malta	0,00	(0,09)	0,15	(0,06)	0,34	(0,14)
Moldova	0,15	(0,04)	0,12	(0,07)	c	c
Mongolia	0,09	(0,04)	0,08	(0,06)	0,17	(0,20)
Montenegro	0,31	(0,06)	-0,08	(0,09)	c	c
Morocco	-0,01	(0,04)	0,35	(0,22)	m	m
North Macedonia	0,01	(0,05)	-0,07	(0,10)	c	c
Palestinian Authority	-0,01	(0,05)	0,02	(0,16)	m	m
Panama	0,07	(0,06)	0,37	(0,34)	m	m
Paraguay	0,02	(0,04)	-0,06	(0,23)	m	m
Peru	0,18	(0,04)	0,35	(0,08)	c	c
Philippines	0,07	(0,03)	0,26	(0,13)	m	m
Qatar	-0,05	(0,06)	0,18	(0,07)	0,33	(0,19)
Romania	0,02	(0,05)	-0,02	(0,05)	0,15	(0,16)
Saudi Arabia	-0,12	(0,06)	-0,02	(0,12)	c	c
Serbia	0,01	(0,06)	0,02	(0,06)	0,06	(0,17)
Singapore	0,30	(0,12)	0,28	(0,03)	0,23	(0,04)
Chinese Taipei	0,27	(0,13)	0,40	(0,05)	0,41	(0,06)
Thailand	m	m	m	m	m	m
Ukrainian regions (18 of 27)	0,10	(0,07)	0,26	(0,09)	0,45	(0,29)
United Arab Emirates	0,05	(0,04)	0,19	(0,04)	0,19	(0,07)
Uruguay	0,01	(0,07)	0,07	(0,07)	c	c
Uzbekistan	0,08	(0,05)	0,31	(0,17)	m	m
Viet Nam	-0,05	(0,07)	0,12	(0,04)	0,22	(0,16)

Tabella 8: Differenza tra l'indice della self-efficacy nei maschi e nelle femmine in base al livello di competenza di appartenenza (OECD, 2024).

La Tabella 8 mostra che l'indice di autoefficacia è superiore negli studenti rispetto alle studentesse coetanee nella maggior parte dei Paesi OCSE. Non c'è questa differenza a favore degli alunni soltanto per quanto riguarda i *low performer*, ma anche per quanto riguarda gli studenti con risultati nella media e i *top performer*. Ciò significa che, anche le studentesse che ottengono ottimi risultati, si ritengono comunque meno autoefficaci rispetto agli studenti coetanei e allo stesso livello OCSE di prestazione in matematica. Questo significa che, anche se è importante agire sul miglioramento delle prestazioni matematiche per aumentare la sicurezza che hanno gli studenti e le studentesse nei confronti delle proprie capacità e nella risoluzione di compiti e problemi matematici, ciò non basterebbe a diminuire il divario tra ragazzi e ragazze perché altrimenti all'aumentare del livello delle

competenze matematiche dello studente e della studentessa il gender gap dovrebbe diminuire, ma non è così.

In Italia, per esempio, la differenza di indice di *self-efficacy* tra ragazzi e ragazze che si posizionano tra i *low performer* è di 0.17, al Livello 3 o superiore è di 0.27 e tra i *top performer* è di 0.18. Quindi addirittura succede che, se si osservano i dati di *self-efficacy* sopra al livello minimo di prestazione matematica (Livello 3 o superiore), la differenza tra i dati dei ragazzi e delle ragazze è maggiore rispetto alla differenza che si ottiene sotto al livello minimo.

Per quanto riguarda la *math anxiety* invece si possono osservare i seguenti dati.

	Gender differences (boys - girls) Low performer		Gender differences (boys - girls) Level 3 or above		Gender differences (boys - girls) Top performer	
	Dif.	S.E.	Dif.	S.E.	Dif.	S.E.
OECD						
Australia	-0,45	(0,05)	-0,41	(0,03)	-0,40	(0,06)
Austria	-0,30	(0,09)	-0,52	(0,06)	-0,31	(0,14)
Belgium	-0,58	(0,08)	-0,50	(0,04)	-0,44	(0,09)
Canada	-0,46	(0,06)	-0,42	(0,03)	-0,46	(0,07)
Chile	-0,51	(0,05)	-0,37	(0,08)	c	c
Colombia	-0,30	(0,04)	-0,33	(0,09)	c	c
Costa Rica	-0,44	(0,04)	-0,37	(0,13)	c	c
Czechia	-0,38	(0,07)	-0,38	(0,03)	-0,34	(0,08)
Denmark	-0,68	(0,08)	-0,51	(0,06)	-0,20	(0,15)
Estonia	-0,47	(0,11)	-0,43	(0,04)	-0,32	(0,09)
Finland	-0,57	(0,06)	-0,47	(0,04)	-0,47	(0,10)
France	-0,61	(0,09)	-0,55	(0,04)	-0,24	(0,13)
Germany	-0,49	(0,09)	-0,62	(0,05)	-0,43	(0,12)
Greece	-0,41	(0,06)	-0,32	(0,06)	-0,31	(0,24)
Hungary	-0,31	(0,06)	-0,38	(0,05)	-0,31	(0,13)
Iceland	-0,52	(0,09)	-0,30	(0,08)	-0,12	(0,25)
Ireland	-0,53	(0,10)	-0,58	(0,04)	-0,57	(0,15)
Israel	m	m	m	m	m	m
Italy	-0,39	(0,06)	-0,39	(0,04)	-0,18	(0,11)
Japan	-0,30	(0,10)	-0,35	(0,04)	-0,38	(0,06)
Korea	-0,44	(0,12)	-0,30	(0,05)	-0,28	(0,09)
Latvia	-0,39	(0,08)	-0,34	(0,05)	-0,42	(0,13)
Lithuania	-0,53	(0,06)	-0,43	(0,05)	-0,60	(0,13)
Mexico	-0,28	(0,04)	-0,26	(0,11)	c	c
Netherlands	-0,36	(0,09)	-0,40	(0,05)	-0,23	(0,10)
New Zealand	-0,51	(0,08)	-0,41	(0,04)	-0,33	(0,10)
Norway	-0,52	(0,07)	-0,69	(0,05)	-0,60	(0,15)
Poland	-0,28	(0,08)	-0,24	(0,05)	-0,12	(0,10)
Portugal	-0,32	(0,05)	-0,28	(0,04)	-0,17	(0,11)
Slovak Republic	-0,32	(0,07)	-0,42	(0,05)	-0,35	(0,13)
Slovenia	-0,49	(0,07)	-0,42	(0,05)	-0,40	(0,17)
Spain	-0,44	(0,05)	-0,44	(0,03)	-0,13	(0,08)
Sweden	-0,42	(0,08)	-0,44	(0,04)	-0,40	(0,11)

Switzerland	-0,32	(0,09)	-0,58	(0,04)	-0,53	(0,08)
Türkiye	-0,45	(0,06)	-0,29	(0,06)	-0,07	(0,11)
United Kingdom	-0,45	(0,08)	-0,60	(0,05)	-0,47	(0,09)
United States	-0,33	(0,07)	-0,53	(0,07)	-0,65	(0,19)
OECD average	-0,43	(0,01)	-0,42	(0,01)	-0,35	(0,02)
Partners						
Albania	-0,11	(0,05)	-0,20	(0,13)	c	c
Argentina	-0,28	(0,05)	-0,23	(0,09)	c	c
Baku (Azerbaijan)	-0,28	(0,07)	-0,20	(0,10)	c	c
Brazil	-0,40	(0,04)	-0,60	(0,09)	c	c
Brunei Darussalam	-0,24	(0,04)	-0,29	(0,05)	-0,08	(0,18)
Bulgaria	-0,08	(0,05)	-0,04	(0,07)	0,19	(0,23)
Cambodia	0,01	(0,03)	-0,20	(0,22)	m	m
Croatia	-0,46	(0,07)	-0,39	(0,05)	-0,16	(0,16)
Cyprus	-0,28	(0,05)	-0,29	(0,07)	-0,20	(0,19)
Dominican Republic	-0,19	(0,04)	c	c	m	m
El Salvador	-0,28	(0,04)	-0,57	(0,29)	m	m
Georgia	-0,14	(0,05)	-0,37	(0,09)	c	c
Guatemala	-0,28	(0,04)	-0,31	(0,32)	m	m
Hong Kong (China)	-0,41	(0,10)	-0,52	(0,04)	-0,48	(0,06)
Indonesia	m	m	m	m	m	m
Jamaica	-0,24	(0,07)	-0,23	(0,13)	m	m
Jordan	0,01	(0,03)	-0,05	(0,18)	m	m
Kazakhstan	-0,09	(0,03)	-0,20	(0,05)	-0,12	(0,19)
Kosovo	-0,20	(0,04)	-0,37	(0,24)	m	m
Macao (China)	-0,28	(0,13)	-0,43	(0,04)	-0,42	(0,08)
Malaysia	-0,21	(0,04)	-0,30	(0,05)	c	c
Malta	-0,37	(0,10)	-0,43	(0,06)	-0,60	(0,16)
Moldova	-0,29	(0,04)	-0,39	(0,07)	c	c
Mongolia	-0,26	(0,05)	-0,27	(0,06)	-0,34	(0,23)
Montenegro	-0,14	(0,06)	-0,09	(0,08)	c	c
Morocco	-0,14	(0,03)	-0,21	(0,14)	m	m
North Macedonia	-0,21	(0,05)	-0,03	(0,08)	c	c
Palestinian Authority	-0,02	(0,04)	-0,08	(0,14)	m	m
Panama	-0,21	(0,07)	-0,57	(0,18)	m	m
Paraguay	-0,23	(0,04)	-0,04	(0,25)	m	m
Peru	-0,27	(0,04)	-0,34	(0,09)	c	c
Philippines	m	m	m	m	m	m
Qatar	-0,15	(0,07)	-0,22	(0,08)	-0,27	(0,24)
Romania	-0,19	(0,05)	-0,24	(0,06)	-0,36	(0,15)
Saudi Arabia	-0,04	(0,05)	0,06	(0,11)	c	c
Serbia	-0,12	(0,06)	-0,26	(0,06)	-0,12	(0,19)
Singapore	-0,28	(0,13)	-0,41	(0,04)	-0,41	(0,05)
Chinese Taipei	-0,22	(0,10)	-0,34	(0,03)	-0,35	(0,06)
Thailand	m	m	m	m	m	m
Ukrainian regions (18 of 27)	-0,22	(0,06)	-0,30	(0,08)	-0,41	(0,26)
United Arab Emirates	-0,22	(0,04)	-0,29	(0,04)	-0,19	(0,10)
Uruguay	-0,32	(0,06)	-0,20	(0,08)	c	c
Uzbekistan	-0,06	(0,04)	-0,22	(0,15)	m	m
Viet Nam	-0,08	(0,05)	-0,32	(0,04)	-0,30	(0,12)

Tabella 9: Differenza tra l'indice della math-anxiety nei maschi e nelle femmine in base al livello di competenza di appartenenza (OECD, 2024).

Ciò che si nota dalla Tabella 9 è che le ragazze quindicenni riportano in generale livelli di ansia nei confronti della materia che sono statisticamente più elevati rispetto ai ragazzi coetanei. In particolare, questa differenza a sfavore delle alunne non è presente soltanto tra i cosiddetti *low performer*, ma anche tra gli alunni e le alunne che ottengono risultati matematici nella media o addirittura tra i *top performer*. Questo significa che anche le studentesse che ottengono ottimi risultati si sentono comunque più ansiose rispetto agli studenti coetanei e appartenenti allo stesso livello di prestazione matematica secondo l'OCSE.

Certamente, come già sostenuto in precedenza, non si può analizzare il problema delle differenze di genere in matematica solo da un punto di vista, ma il problema dell'ansia in matematica è sicuramente uno dei fattori cruciali che fa aumentare il gender gap. È importante notare come concentrarsi esclusivamente sulle prestazioni non è una soluzione per ridurre l'ansia tra gli studenti e le studentesse e ridurre il gender gap. Infatti, se così fosse allora le studentesse che ottengono buoni risultati dovrebbero avere livelli di ansia paragonabili agli studenti coetanei e appartenenti allo stesso livello di competenze PISA, ma non è così.

Dalle osservazioni sulla *self.efficacy* e sulla *math anxiety* si evince che si dovrebbe cercare di lavorare sul rendere le ragazze sicure delle proprie capacità e soprattutto fare in modo che non percepiscano la matematica come una materia intrinsecamente difficile e non adatta a loro per sperare di raggiungere la parità (OECD, 2024).

2.2 I fattori esterni

I fattori esterni che influiscono sul gender gap in matematica sono diversi e sono legati alla società di cui gli studenti e le studentesse fanno parte. Ad esempio, alcuni studi hanno evidenziato come esista una stretta correlazione tra il gender gap in matematica e il ruolo che la donna riveste in quella società. Nelle società in cui le donne sono emancipate, ovvero nelle quali c'è meno disparità di genere, il gender gap in matematica si riduce notevolmente e addirittura in alcuni Paesi scompare del tutto (González de San Román & De La Rica, 2012; Guiso et al., 2008). Per fare questo tipo di osservazioni molte ricerche si sono basate proprio sul mettere in relazione i più conosciuti indici di equità di genere in campo socioeconomico con il divario nei risultati matematici tra alunni e alunne nelle prove OCSE PISA. Uno dei principali indici è il Global Gender Gap Index che analizza con periodicità annuale la situazione della parità di genere a livello mondiale. Per ottenere i dati passa attraverso quattro dimensioni chiave, denominate *subindex*.

I quattro *subindex* sono:

- la partecipazione economica e le opportunità
- il livello di istruzione

- la salute e la sopravvivenza
- l'emancipazione politica

Il valore del Global Gender Gap Index è compreso tra 0 e 1 e rappresenta il rapporto tra i valori di opportuni indicatori considerati all'interno dei *subindex*, calcolati per le donne e gli stessi indicatori calcolati per gli uomini. Per ciascun *subindex*, gli indicatori sono combinati tramite media pesata, poiché ogni *subindex* contiene un numero differente di indicatori e ciascun indicatore ha una rilevanza diversa sul divario complessivo. Infine, i quattro *subindex* vengono aggregati mediante media semplice per ottenere il valore complessivo dell'indice. In questo modo lo 0 (o 0%) rappresenta la completa disparità mentre l'1 (o 100%) la completa parità. Nel 2025 il Global Gender Gap Index ha mostrato che attualmente nessun Paese aderente è riuscito a raggiungere l'assoluta parità. In particolare, solo l'Islanda è riuscita a superare la soglia del 90% (il 92,6% precisamente). L'Italia nel 2025 si è posizionata all'85° posto a rispetto alle 148 nazioni che partecipano da tutto il mondo ed ha guadagnato soltanto due posizioni rispetto al 2024. Purtroppo, in Europa l'Italia risulta attualmente essere in fondo alla classifica posizionandosi al 24° posto su 27 Paesi e ottenendo un punteggio del 70,4%. (WORLD ECONOMIC FORUM, 2025). Uno studio particolarmente significativo che ha utilizzato questo indice globale sulla parità di genere e i risultati in matematica è lo studio di Guiso e colleghi (2008) basato sulle prove PISA del 2003. Questo studio ha evidenziato come nei Paesi aderenti all'OCSE in cui l'indice di parità di genere è più basso si ottiene maggiore disparità di genere anche nei risultati matematici. Perciò esiste una stretta correlazione tra il ruolo della donna nella società, ovvero il valore calcolato a partire da quei quattro *subindex* rapportati tra uomo e donna, e i risultati che le ragazze ottengono in matematica.

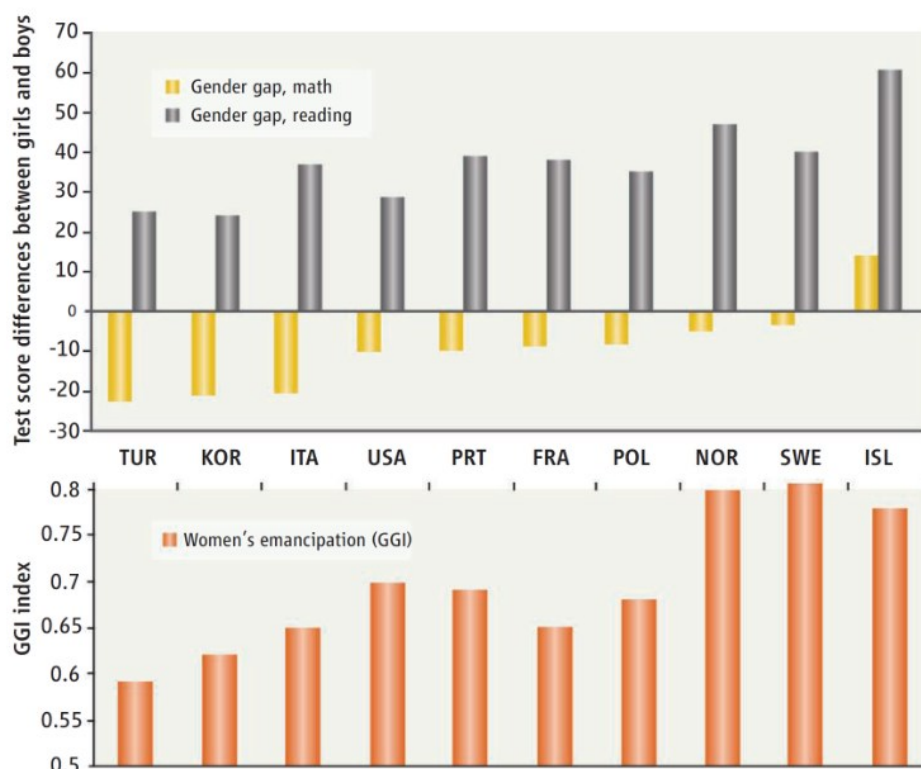


Figura 5: Gender gap in matematica e Gender Gap Index (Guiso et al., 2008).

Il primo grafico mostrato nella Figura 4 rappresenta il gender gap in matematica (in giallo) e in lettura (in grigio) rispetto ai dati ricavati dalle prove PISA del 2003. Quello che si può notare è che la differenza di genere in matematica è quasi sempre a favore degli alunni ad eccezione dell'Islanda che invece favorisce le alunne. Nel secondo grafico della Figura 4, invece, si può leggere il valore del Gender Gap Index relativo ai vari Paesi presi in esame. Ciò che si nota è che la disparità a favore degli studenti in matematica è maggiore nei Paesi dove l'indice di parità di genere è invece minore. Questo conferma ciò che è stato osservato in precedenza sul legame tra l'emancipazione femminile e il gender gap in matematica. Nello stesso articolo poi si sono confrontati il gender gap in matematica con anche altri indici statistici sul gender gap che si basano su fattori di tipo culturale e quello che si ottiene è una conferma di ciò che è emerso usando il Gender Gap Index. Il divario di genere però, è legato anche ad altri fattori esterni, che si ripercuotono a loro volta sui fattori interni (*self efficacy*, *math anxiety*, ...) su cui si è focalizzata la sezione precedente. Esistono vari studi che legano questi fattori interni a stereotipi legati alle famiglie e agli/alle insegnanti, quindi a fattori che vengono classificati tra quelli esterni. In altre parole, spesso le famiglie e anche gli/le insegnanti hanno dei preconcetti legati a delle differenze tra maschi e femmine nell'approccio alla matematica e pregiudizi di questo tipo vanno a ledere la fiducia nelle proprie capacità delle alunne, quindi aumentano anche l'ansia e il rifiuto nei confronti della materia stessa (Lindberg et al., 2010). Per esempio, capita che genitori e insegnanti diano per scontato che i maschi siano maggiormente predisposti verso le materie

scientifiche rispetto alle femmine e questo porta inevitabilmente ad avere delle aspettative differenti verso i propri figli e figlie già da bambini/e (Tiedemann, 2000; Tomasetto, 2013). Spesso, infatti, si pensa che un bambino bravo in matematica è talentuoso, è semplicemente portato in maniera innata, mentre una bambina che ottiene buoni risultati è una bambina studiosa e che si impegna (Eccles et al., 1990; Tomasetto, 2013). Questa cosa si riflette anche nelle attività scolastiche laboratoriali e di risoluzione di problemi che non sono esercizi standard. Per capire meglio questa affermazione è importante chiarire che differenza c'è tra *esercizio* e *problema*. Con *esercizio* si intende tutto ciò che si può risolvere utilizzando delle regole e delle procedure già apprese in aula, magari tramite l'insegnante che le presenta in anticipo rispetto all'assegnazione del compito o del quesito. Quindi gli esercizi sono prove che hanno come scopo il rafforzamento di un concetto, di un metodo o di una procedura standard. Un *problema* invece è tutto ciò che non può essere risolto soltanto mediante una regola standard poiché spesso ha proprio lo scopo di introdurre un nuovo concetto mai visto in precedenza o soltanto accennato ma non discusso approfonditamente. Risolvere un problema presuppone creatività e applicazione nel ragionamento da parte del risolutore e della risolutrice. Questi ultimi, infatti, durante le fasi risolutive incontrano degli ostacoli che non sanno superare soltanto utilizzando le conoscenze apprese nell'ultimo periodo durante le ore di matematica, ma devono utilizzare tutte le conoscenze apprese fino a quel momento e cercare di creare dei collegamenti tra queste. Gli alunni e le alunne devono procedere per tentativi e per ragionamento, devono da soli cercare la strada corretta, a costo di commettere errori e ricominciare con un nuovo ragionamento (D'Amore, 1999). Per distinguere tra esercizio e problema non basta ragionare sul testo del compito matematico, ma si deve tenere conto anche di tanti altri elementi che dipendono dal grado scolastico in cui questo testo viene proposto, dalla situazione didattica in cui ci si trova e tanto altro ancora. Questa introduzione al concetto di *problema* è strettamente legata ai fattori esterni che influenzano il gender gap in matematica. Secondo alcuni studi, infatti, sembra che le studentesse riscontrino maggiori difficoltà proprio nell'attività di *problem solving*, ovvero nell'attività di risoluzione dei problemi (Byrnes & Takahira, 1993; Hyde et al., 1990). Questi studi sostengono che gli alunni sono più propensi a lanciarsi in nuove strategie e a sperimentare a costo di commettere errori, mentre le alunne tendono di più a seguire procedure standard, a fare calcoli e ad applicare algoritmi già presentati e acquisiti in aula e associati tramite gli esercizi. La motivazione probabilmente è legata al fatto che le studentesse, maggiormente rispetto agli studenti, tendono a seguire le convenzioni sociali create in aula durante le ore di matematica. Le studentesse infatti sono meno disposte rispetto agli studenti a trasgredire le "regole" e spesso rispettano fermamente il detto di Langer "Good girls follow the rules", ovvero "Le brave ragazze seguono le regole" (Langer, 1997). Questo rispetto delle "regole" nasce spesso per motivazioni legate al rapporto che le studentesse creano con l'insegnante. Spesso le

ragazze tendono a far nascere legami molto più stretti con l'insegnante rispetto ai ragazzi e questo le porta ad avere comportamenti e reazioni nei confronti di un problema o di un ostacolo influenzati maggiormente da quello che in letteratura viene chiamato *contratto didattico* e sono anche più restie a superare quelle che invece sono definite *misconcezioni* (Bolondi et al., 2017, 2018; Ferretti & Giberti, 2021; Giberti, 2018; Giberti et al., 2016). Con *contratto didattico* si intende, infatti, un insieme di norme, spesso non esplicite e soprattutto spesso non davvero esistenti ma soltanto create dalle menti delle persone coinvolte, che organizzano la relazione tra i contenuti presentati in aula dagli insegnanti e le aspettative che essi hanno nei confronti degli alunni e delle alunne (D'Amore, 1999). In altre parole, per via di queste regole non scritte che ci sono tra alunno/a e insegnante spesso gli studenti e le studentesse tendono a rispondere nelle ore di matematica svolte in aula come pensano che l'insegnante voglia sentirsi rispondere e non si sentono del tutto liberi di esporsi. Le *misconcezioni* invece sono idee errate che si creano durante l'acquisizione di un concetto matematico da parte degli/delle alunni/e. Questi errori nascono dal momento in cui i ragazzi e le ragazze si creano un'immagine mentale del concetto matematico e questa viene rinforzata da esempi, da esperienze ripetute, da esercizi e tanto altro. Quando però questa immagine che si è creata risulta inadeguata a spiegare il concetto matematico nella sua interezza, c'è bisogno di modificarla; si genera così un conflitto. Questo conflitto a volte è necessario per poter ampliare le conoscenze e comprendere a pieno il concetto, ma se questo conflitto non riesce ad essere superato è lì che si genera una *misconcezione* nel senso negativo del termine. In altre parole, non sempre una *misconcezione* è negativa, talvolta è necessario passare tramite essa per costruire il concetto interamente.

Gli stereotipi di genere legati alla matematica sono classificati come fattori esterni ma vanno a ledere anche la consapevolezza e la sicurezza in sé stesse delle studentesse, ovvero intervengono anche sui fattori interni che si sono rivelati essere, nelle sezioni precedenti, un ostacolo nel raggiungimento dell'equità di genere nei risultati matematici. Per questo motivo è molto importante abbattere lo stereotipo di genere per cui la matematica non è adatta alle ragazze e promuovere un tipo di didattica che favorisca il ragionamento, che non condanni l'errore e faccia aumentare la sicurezza in sé stesse delle alunne senza ledere quella degli alunni.

Capitolo 3. Possibili interventi per ridurre il divario di genere

Numerosi studi hanno cercato di individuare quando emerga la differenza nei risultati matematici tra studenti e studentesse, quali siano i fattori che contribuiscono alla sua formazione e in che modo tali fattori possano influenzare negativamente il percorso delle ragazze in matematica. Nonostante questi studi e il tentativo di individuare le cause all'origine del fenomeno, dalla letteratura non emergono ancora con chiarezza soluzioni definitive o interventi universalmente efficaci per eliminarlo e raggiungere una piena parità di genere nei risultati in matematica (Giberti, 2019).

Il capitolo precedente si è concluso sottolineando che, per cercare di lavorare su alcuni dei fattori esterni ed interni che influenzano negativamente il gender gap in matematica, si potrebbe provare ad abbattere lo stereotipo di genere per cui la matematica non è adatta alle ragazze e promuovere un tipo di didattica che diminuisca l'ansia nei confronti della materia e aumenti la consapevolezza nelle proprie capacità delle studentesse.

Per cercare di diminuire il gender gap, quindi, per prima cosa si potrebbe lavorare al fine di combattere questi stereotipi attraverso una divulgazione mirata e che favorisca la rappresentatività delle donne nel contesto matematico. Infatti, più si condividono esperienze di donne in matematica più si può cercare di avvicinare le giovani studentesse a questo mondo facendo capire loro che la matematica non è una materia prettamente maschile. In secondo luogo, si potrebbe lavorare sulle metodologie didattiche adottate nei contesti scolastici. In particolare, si potrebbe valorizzare il *laboratorio di matematica* (Anichini et al., 2003) una metodologia didattica che ha come focus principale il coinvolgimento attivo degli studenti e delle studentesse che sono chiamati a formulare, congetture e cercare di risolvere problemi matematici attraverso la collaborazione tra pari con la guida del docente. La risoluzione di questi problemi prevede proprio la condivisione delle idee e il confronto, anche a piccoli gruppi, in un ambiente che deve essere di tipo collaborativo e non competitivo. In questo tipo di approccio la cosa più interessante è che l'errore è non solo accettato ma è anche considerato un mezzo cruciale per comprendere la matematica e ciò potrebbe ridurre notevolmente l'ansia nei confronti della materia e incrementare la consapevolezza delle proprie capacità (Bolondi, 2006).

Nell'ottica di divulgare modelli femminili in un contesto matematico, le professoresse Maria Manfredini, Cristina Acciarri e Chiara Giberti del Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche di UNIMORE (Università di Modena e Reggio Emilia) hanno portato avanti il progetto di Public Engagement "Ritratti di matematiche dal mondo" che ha permesso l'esposizione della mostra itinerante "Women of Mathematics from around the world. A gallery of portraits" a Modena

(UNIMORE, 2025b). La mostra ha avuto due fasi differenti, una prima fase indirizzata alla cittadinanza con apertura il 27 novembre 2025 e chiusura l'11 dicembre 2025 e una seconda fase con apertura il 3 febbraio 2026 e chiusura il 28 aprile 2026 indirizzata, invece, alle scuole. In occasione della seconda fase, oltre alla visita guidata alla mostra, sono stati progettati e realizzati alcuni brevi laboratori nell'ottica di promuovere la metodologia didattica descritta sopra.

Nelle prossime sezioni verrà presentato il contributo di questa tesi alle diverse fasi del progetto.

3.1 Un esempio di interventi in ambito divulgativo: la mostra “Women of Mathematics from around the world. A gallery of portraits”

Le donne restano tuttora sottorappresentate nelle materie STEM, in particolare nelle carriere legate alla matematica, nonostante rispetto al passato siano stati evidenziati molti progressi per quanto riguarda l'accesso delle donne all'istruzione. La divulgazione di modelli femminili potrebbe far avvicinare le ragazze già da bambine o in età adolescenziale a perseguire una carriera scientifica, in particolare in matematica (Osés & Martinez De Lafuente, 2025). Nell'articolo di Osés e Martinez De Lafuente (2025), è descritto un esperimento condotto in Spagna, in cui sono stati intervistati circa 600 studenti e studentesse di età compresa tra i 15 e i 18 anni. Una parte del gruppo è stata sottoposta a un video in cui è presente una donna matematica di successo che sottolinea quanto questa materia sia fondamentale nell'affrontare sfide a cui si è sottoposti continuamente nella realtà e sostiene che le ragazze possono intraprendere carriere nei campi STEM, in particolare in matematica. La restante parte del gruppo invece risponde alle domande dell'intervista senza aver preso visione del video precedentemente. Ciò che si è notato è che già dopo la visione di un solo video, quindi dopo l'esposizione a un solo modello femminile in matematica, la percezione nei confronti della materia da parte degli/delle adolescenti migliora significativamente. Gli effetti del video sono più significativi tra le studentesse, però sono visibili anche tra gli studenti. Dopo l'intervento, i ragazzi rafforzano il loro approccio alla matematica facendo emergere maggiormente una mentalità di crescita, *growth mindset*, ovvero l'idea che le capacità e le competenze matematiche possano essere sviluppate attraverso il lavoro, lo studio e lo sforzo. Le ragazze, invece, migliorano significativamente la loro visione riguardo la carriera in matematica. Il miglioramento è legato al fatto che le studentesse si convincono che possono lavorare in ambito matematico anche loro e non soltanto gli uomini. Sono stati proposti interventi simili in altri Paesi che hanno confermato che proporre occasionalmente modelli di donne matematiche di successo, o più in generale donne di successo nei campi che sono spesso dominati dagli uomini, influenzano in modo positivo gli atteggiamenti e le percezioni delle studentesse verso questi campi (Breda et al., 2023; Del Carpio & Guadalupe, 2022; Porter & Serra,

2020). Il sondaggio descritto nell'articolo di Osés e Martínez De Lafuente (2025) consiste in una serie di domande che possono essere raggruppate in sei domini:

- Utilità e applicabilità della matematica.
- Aspirazioni di carriera legate alla matematica.
- Percezioni rispetto ai lavori legati alla matematica.
- Mentalità di crescita, *growth mindset*.
- Concezione di sé, *self-concept*.
- Atteggiamenti verso la matematica basati sul genere.

Dopo la visione del video le ragazze hanno incrementato principalmente la loro aspirazione di carriera in campo matematico mentre i ragazzi hanno migliorato prevalentemente la loro mentalità di crescita. Probabilmente questa differenza è motivata dal fatto che inizialmente le ragazze sono più restie a intraprendere una carriera in matematica, per via degli stereotipi radicati nella società o per via del loro sentimento nei confronti della materia; mentre i ragazzi in partenza sono meno convinti che la matematica si possa apprendere con lo studio e il lavoro e non si debba “essere naturalmente portati”, hanno meno forte la *growth mindset*. In pratica, in base all'atteggiamento di partenza nei confronti della materia, si hanno miglioramenti differenti. Si ha un miglioramento più significativo nel dominio in cui si era più restii inizialmente. Ciò che è interessante, però, è che questi miglioramenti si notano sia da parte delle studentesse che da parte degli studenti. L'intervento tramite dei modelli di riferimento femminile potrebbe migliorare anche l'atteggiamento dei ragazzi, creando così un ambiente più di supporto per le ragazze e soprattutto andrebbe a migliorare il sentimento nei confronti della matematica delle studentesse senza ledere quello degli studenti. Questa osservazione è molto significativa in quanto ciò che si vuole ottenere è la parità di genere migliorando le prestazioni delle alunne senza intaccare negativamente le competenze degli alunni; anzi si dovrebbe cercare di raggiungere l'equità tentando di ottenere risultati migliori in matematica sia da parte degli studenti che da parte delle studentesse, indipendentemente dal genere.

In questa sezione ci si vuole soffermare sulla mostra “Women of Mathematics from around the world. A gallery of portraits”. Questo progetto, infatti, si basa proprio sull'utilizzo di modelli femminili per permettere alle studentesse di avvicinarsi alla matematica e al mondo della ricerca in questo ambito. Il progetto nasce dalla constatazione che, ancora oggi, le donne faticano a intraprendere carriere in matematica, con particolare attenzione alla carriera matematica nell'ambito della ricerca. Infatti, l'ambiente accademico nel campo matematico è prevalentemente dominato dagli uomini e spesso le ricercatrici devono affrontare diversi ostacoli e pregiudizi per emergere. La disparità tra professionisti matematici e professioniste matematiche, infatti, è ancora molto ampia.

La mostra consiste in una esposizione di fotografie e di estratti di interviste di donne matematiche provenienti da tutto il mondo. La mostra è stata inaugurata a Berlino il 20 luglio 2016 con 13 matematiche intervistate, ma è un progetto itinerante e in continua crescita. Successivamente, infatti, si è spostata in più di 150 località tra Europa ma anche Sud America, Australia e Africa e il numero di matematiche è salito a 34. La mostra è formata dai ritratti fotografici di Noel Tovia Matoff, una fotografa berlinese, accompagnati da estratti delle interviste di Sylvie Paycha e per alcune matematiche anche di Sara Azzali. Le interviste alle matematiche prevedono domande sulla loro ricerca ma soprattutto domande sul percorso intrapreso per arrivare ad essere professioniste in ambito matematico. Le domande più comuni sono:

- Quando e perché hai scelto di fare matematica?
- Ti sei sentita incoraggiata e appoggiata dalla tua famiglia, dai tuoi amici, dalle tue amiche e in generale dalle persone intorno a te?
- Durante la tua carriera come matematica hai incontrato degli ostacoli?
- Sei felice di aver scelto matematica o hai dei rimpianti a riguardo?
- Cosa diresti a una giovane donna che vuole intraprendere la carriera di matematica?
- Puoi descrivere in qualche riga ciò di cui ti occupi in modo comprensibile alle persone non esperte?
- Qual è il tuo personale risultato matematico che preferisci?

Le matematiche intervistate condividendo la loro esperienza fungono da modelli di riferimento per le giovani donne. La speranza è quella di stimolare giovani donne e studentesse ad avere più fiducia nelle proprie capacità e non abbandonare a priori la carriera in campo scientifico, in particolare matematico. Lo scopo della mostra, quindi, è non solo quello di condividere modelli femminili in campo matematico ma anche in particolare, tramite le domande personali, di mettere in luce quelli che sono gli aspetti umani della materia rendendola una disciplina più accessibile a chi non la conosce al di fuori di ciò che viene insegnato nel contesto scolastico fino alla scuola secondaria di secondo grado (Matoff, 2025).

La mostra è stata ospitata per la prima volta a Modena grazie al progetto di public engagement “Ritratti di matematiche dal mondo” e di seguito si descrivono, in modo dettagliato, le due fasi precedentemente introdotte.

3.1.1 La prima fase della mostra: apertura alla cittadinanza

Il lavoro presentato in questa tesi riguarda entrambe le fasi. La prima fase ha previsto una collaborazione con la collega Agnese Zironi per ampliare la mostra con contenuti aggiuntivi oltre ai

soli poster espositivi. La mostra originale consiste di 34 poster con la foto in primo piano della ricercatrice davanti a una lavagna con alcune annotazioni sulla sua ricerca, la nazione in cui lavora, l'Università a cui è affiliata, l'argomento della sua ricerca, alcuni estratti della sua intervista con Sylvie Paycha e la sua formula o immagine preferita che riguarda il suo ambito di ricerca in matematica (non necessariamente una formula scoperta dalla ricercatrice stessa). I contenuti presenti nei poster sono stati ampliati, nell'ambito del progetto di public engagement, in vario modo: fornendo una traduzione in italiano del poster, creando una breve biografia sulle ricercatrici ricavata a partire dall'intervista integrale dal catalogo di Paycha e Matoff (Paycha & Matoff, 2023), e per 10 ricercatrici progettando e registrando un dialogo che descrive brevemente la formula o più in generale il campo di ricerca. Per costruire i dialoghi sono stati svolti una serie di colloqui con professori e professoressa del Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche che hanno fornito preziose informazioni per interpretare le complesse formule dei poster e renderle così accessibili alla cittadinanza e successivamente anche alle scuole durante la seconda fase della mostra. In ogni poster è stato aggiunto un QR code tramite il quale si può accedere a tutti questi contenuti aggiuntivi (UNIMORE, 2025a).

La mostra è stata esposta nella residenza della Fondazione San Filippo Neri di Modena, in particolare è stata riservata un'ampia sala in cui sono stati posizionati i diversi poster e anche brochure cartacee in cui si potevano trovare i contenuti dei poster per chi non avesse possibilità di scannerizzare il QR code. In collaborazione con Valeria Tacchi e Claudio D'Alessandro, studenti del corso di laurea magistrale in didattica e comunicazione delle scienze, è stato poi ideato un percorso guidato di 20/30 minuti cercando di selezionare solo alcune delle infinite interessanti tematiche che emergono dalle interviste integrali. Le persone interessate, dunque, hanno potuto visitare la mostra in autonomia oppure su prenotazione usufruendo del percorso guidato presentato da alcuni colleghi di corso di laurea triennale e magistrale in matematica.

A seguire si descrivono le tematiche selezionate per il percorso guidato scelte con lo scopo di abbattere gli stereotipi di genere legati alla matematica ma anche più in generale gli stereotipi verso la materia.

La prima tematica individuata per il percorso è quella della "fortuna". In diverse interviste è ricorrente l'idea che la ricercatrice si ritiene fortunata semplicemente per essere nata in una famiglia che l'ha appoggiata e non ostacolata nella scelta di intraprendere una carriera in matematica, oppure di avere attualmente un marito che la aiuta nelle faccende domestiche o con i figli e le figlie; in altre interviste invece le ricercatrici si ritengono fortunate per avere un posto di lavoro stabile perché spesso non si sentono all'altezza della loro posizione, sentono di avere bisogno di cercare il proprio valore nell'approvazione di altre persone e non in loro stesse. Ciò che colpisce è che spesso si ritengono

fortunate per cose che dovrebbero essere la normalità o che si sono guadagnate con le loro forze attraversando tutti gli ostacoli che si possono trovare in un ambiente prevalentemente dominato dagli uomini.

Un'altra tematica molto ricorrente è che il lavoro di ricerca è creativo, stimolante, divertente ma a volte anche totalizzante. In molte interviste si legge come le ricercatrici passino tanto tempo a pensare alla loro ricerca, anche quando fanno una passeggiata o vanno in bicicletta e si sentano molto soddisfatte e appagate quando riescono ad apportare anche solo un ulteriore piccolo contributo al loro lavoro; ma si legge anche quanto sia frustrante quando per mesi o anni si resta sempre sullo stesso problema senza fare passi avanti, quando si sbaglia e si deve ricominciare ancora una volta da capo e pensare a una nuova strategia, quando si vorrebbe passare più tempo con i figli e le figlie ma c'è bisogno di silenzio e di concentrazione mentre ci si dedica alla matematica. Quindi si percepisce dalle interviste quanto entusiasmo le ricercatrici mettano nel loro lavoro nonostante gli ostacoli e le difficoltà che si possono incontrare.

L'ultima tematica individuata riguarda gli stereotipi legati alla matematica, il fatto che la matematica non sia fatta soltanto di formule e calcoli, che sia una materia creativa e anche divertente, che si basa sul fare tentativi e ragionamenti a costo di sbagliare e ricominciare. È molto importante che gli studenti ma soprattutto le studentesse affrontino l'errore non come una sconfitta ma come un momento di crescita e un momento necessario per arrivare ad ottenere un risultato in matematica, questo diminuirebbe i livelli di ansia e stress nei confronti della materia.

Una volta terminata la visita alla mostra ogni visitatore poteva portare a casa un piccolo pensiero, un bigliettino contenente una citazione di una delle ricercatrici e un QR code dove si poteva lasciare un riscontro sulla mostra. In collaborazione con la collega Agnese Zironi sono state selezionate le frasi più interessanti e più significative.



Figura 6: Sala espositiva.

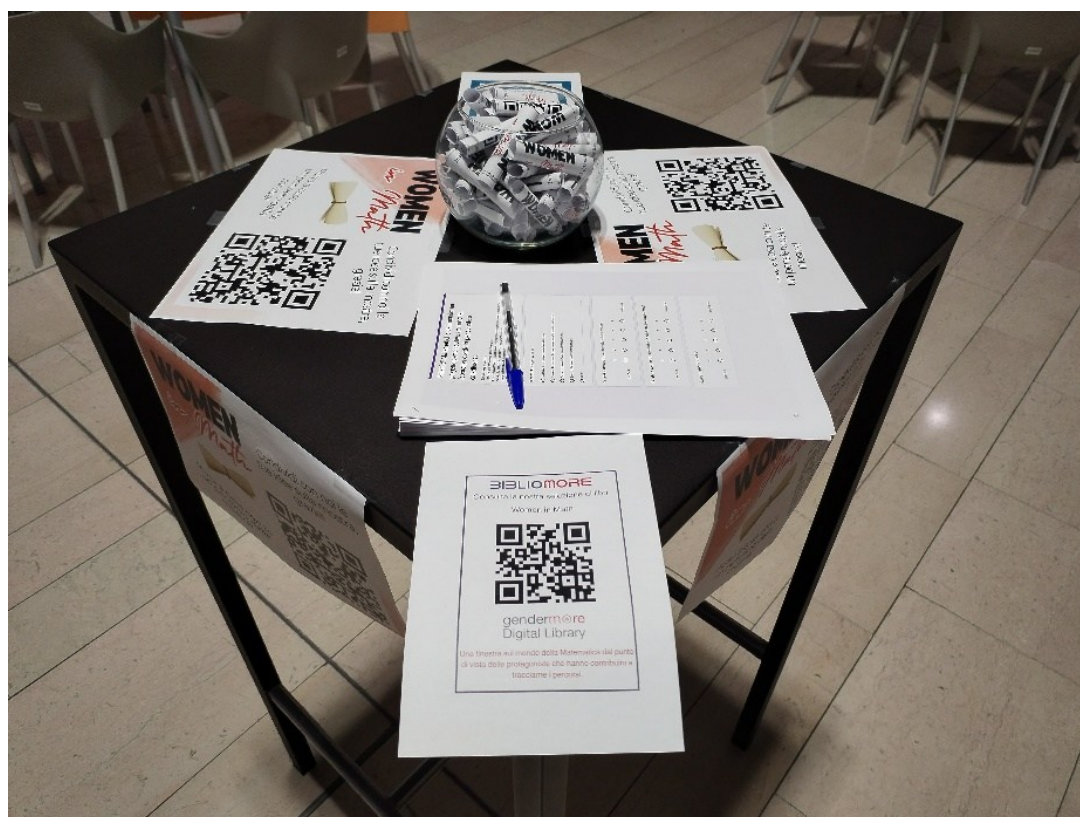


Figura 7: Bigliettini per i visitatori e le visitatrici e ragazzi.



Figura 8: Alcuni poster delle ricercatrici con approfondimento della formula.

Per ulteriori approfondimenti legati alla prima fase della mostra, alle tematiche emerse dalle interviste, alle formule preferite dalle matematiche e al percorso guidato si faccia riferimento alla tesi di Agnese Zironi dal titolo “Rappresentazioni femminili nella matematica contemporanea: dal progetto internazionale Women in Math alla mostra ampliata di Modena come iniziativa di public engagement” che ha come focus principale le differenze di genere in matematica in campo lavorativo e la divulgazione di modelli femminili in questo ambito (Zironi, 2025).

3.1.2 La seconda fase della mostra: apertura alle scuole

Nella seconda fase la mostra è stata trasferita nell’atrio dell’Edificio di Matematica del Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche -UNIMORE di Modena ed è stata resa visitabile dalle classi, dalla scuola primaria alla scuola secondaria di secondo grado. In questa fase, accanto alla visita guidata, sono stati progettati e sperimentati diversi laboratori didattici rivolti alle classi partecipanti. La progettazione e la sperimentazione di tali laboratori costituiscono il fulcro del presente lavoro di tesi. Ogni classe in visita veniva separata in due gruppi più piccoli. Un gruppo seguiva il percorso guidato alla mostra della durata di circa 30/40 minuti, l’altro intanto svolgeva il laboratorio proposto della stessa durata e poi avveniva lo scambio tra i due gruppi dopo una piccola pausa. Alla fine della visita ogni studente e ogni studentessa ha poi potuto portare a casa un bigliettino contenente una citazione significativa di una delle ricercatrici e un QR code per lasciare un riscontro sulla mostra e anche sui laboratori.

Il percorso guidato era lo stesso della prima fase, fatta eccezione per un poster, dedicato alla professoressa e ricercatrice in ambito didattico Jo Boaler, che è stato creato appositamente come anello di congiunzione tra la mostra esposta e i laboratori didattici proposti. La storia della

professoressa Boaler è particolarmente interessante, specialmente a causa delle sue continue lotte per ottenere la parità di genere in matematica. Inoltre, Boaler promuove fermamente un approccio didattico di tipo laboratoriale, creativo e visivo della matematica. A tale proposito, le proposte laboratoriali di Youcubed, centro di ricerca presso la Graduate School of Education della Stanford University, di cui lei stessa è cofondatrice insieme a Cathy Williams, risultano molto stimolanti e significative (Youcubed, 2026).

Il lavoro di tesi ha previsto anche la realizzazione del poster dedicato alla professoressa Jo Boaler. Per la preparazione del poster e dei contenuti di approfondimento si sono rivelate particolarmente utili le risposte fornite dalla professoressa nel corso di un'intervista online, alla quale ha partecipato con grande disponibilità. A partire dall'analisi delle sue risposte è stata quindi ricostruita una breve ma significativa biografia.



SCAN ME



JO BOALER

COUNTRY England, United Kingdom
 AFFILIATION Stanford University
 RESEARCH TOPICS Mathematics education

» Diversity enhances life,
 and it enhances mathematics! «



» For many years, I've been sharing messages of equity – about how, when we **open mathematics and make it more visual and creative**, and give different messages to learners, equitable outcomes result. Not everybody wants to hear this message, though. Some people who are inside the STEM castle want to keep the door shut, or only invite other people into the castle who look like them and seem like them.«

»I had a teacher who was a woman, and who was different from any other teacher I've had. And she asked us questions like **"do you want to know why this works?"** I really loved that, and I loved her teaching. And it was really in those years of teaching that I started to see maths differently as this more visual and creative subject.«

»My advice for learners of any age is this: **if you meet challenges, embrace them, they're really great things for your brain.** If you come up against barriers, find ways around them. There are always different ways to think, to work, and to act. If you meet opposition, as I did, connect with other people – that's important – and **always reach for the stars**, because even if you don't reach them, setting out on that journey will be helpful, especially if the perspective you take is limitless.«

»As a society - not only in our schools - **we need to calibrate our cultural fear of being wrong and struggling**, as they are both times of great importance and value - for our brain's development of knowledge and creativity«

RITRATTI DI MATEMATICHE DAL MONDO
www.ritrattidimatematiche.unimore.it

Dipartimento di Scienze Fisiche,
 Informatiche e Matematiche



UNIMORE
 UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI
 MODENA E REGGIO EMILIA

Figura 9: Poster Jo Boaler.

Jo Boaler ha conseguito la laurea in psicologia e aveva intenzione, dopo gli studi, di proseguire in quell'ambito di ricerca diventando psicologa dell'educazione. Per farlo però, nel Regno Unito, è necessario aver insegnato per alcuni anni, ha quindi deciso di intraprendere un percorso di insegnamento della matematica. Ha scelto proprio questa materia in quanto fin dai primi anni di scuola era sempre stata interessata a capire come mai molti dei suoi compagni e delle sue compagne la ritenessero così complicata e le piaceva moltissimo spiegare loro ciò che non avevano capito per poi provare a discuterne insieme. Una volta raggiunti i 17/18 anni si è trovata ad affrontare la scelta delle materie da studiare per gli A-level, esami finali sostenuti negli ultimi due anni di scuola secondaria che determinano l'ammissione all'università, ed era molto indecisa perché le piaceva matematica ma era appassionata anche alla letteratura e all'inglese. Sua madre, una convinta femminista, l'ha incoraggiata a scegliere la matematica proprio perché è una materia prevalentemente scelta dai ragazzi. Una volta fatta questa scelta si è ritrovata immersa in un ambiente quasi esclusivamente composto da uomini, con uno stile di insegnamento poco attento alle questioni di genere. Tuttavia, ciò che l'ha spinta a interessarsi alle modalità di insegnamento della matematica, alle questioni di genere e che le ha permesso di vedere la matematica in un'ottica più creativa, visiva e stimolante, è stata una professoressa che ha avuto all'Open University (un'università che permette ad ogni studente e studentessa di seguire qualsiasi corso desideri senza prerequisiti accademici vincolanti). Questa professoressa aveva un approccio del tutto diverso, proponeva un approccio più investigativo e coinvolgente cercando di far ragionare gli studenti e le studentesse sul perché i procedimenti matematici funzionino. La Boaler si è sempre occupata di gender gap in matematica e del perché questo divario continua a esistere, si è occupata anche di comprendere quali possano essere le cause e le possibili soluzioni. I suoi studi hanno trovato però non pochi oppositori, tanto da essere ostacolata anche attraverso accuse che si sono poi rivelate infondate. Queste accuse hanno fatto sì che la Boaler ricevesse anche delle minacce ed è stata costretta, per un periodo, ad abbandonare l'Università di Stanford, dove stava lavorando, per tornare in Inghilterra. Come lei stessa afferma in un TedTalk nel 2019: "Da molti anni diffondo messaggi di equità, spiegando come, quando rendiamo la matematica più accessibile, visiva e creativa e trasmettiamo messaggi diversi agli studenti, si ottengono risultati equi. Tuttavia, non tutti vogliono ascoltare questo messaggio. Alcune persone che vivono all'interno del castello STEM vogliono tenere la porta chiusa o invitare nel castello solo persone che assomigliano a loro e appaiono come loro" (Boaler, 2019, traduzione a cura dell'autrice). Questo estratto rappresenta le lotte che sta affrontando per promuovere una didattica basata sull'equità, mettendo in discussione tutto ciò che si è pensato fino a qualche anno fa, e che ancora molti pensano, ovvero che le ragazze non sono naturalmente portate per la matematica e non si può fare nulla per diminuire la differenza di genere in questa materia.

3.2 Il ruolo del laboratorio e le attività proposte in occasione dell'apertura alle scuole

Per diminuire il gender gap in matematica si potrebbe intervenire sulle metodologie didattiche adottate nelle scuole. Infatti, come è stato spiegato precedentemente, già dai primi anni della scuola primaria si manifesta il divario a favore dei bambini e poi questo si protrae fino alla fine della scuola secondaria di secondo grado. La relazione tra il modo in cui la matematica viene insegnata a bambini e bambine e il relativo divario di genere è un campo ancora abbastanza inesplorato nella letteratura ma la ricerca evidenzia che quando la metodologia adottata è orientata sulla risoluzione di problemi e discussioni tra pari e un apprendimento più di tipo investigativo il divario si restringe fino a quasi scomparire (Boaler, 2002b, 2002a, 2015; Boaler & Greeno, 2000; OECD, 2016; Zohar & Sela, 2003). Ad esempio, lo studio della professoressa Di Tommaso e colleghe (2024) si è proposto di implementare e valutare un programma di insegnamento della matematica nella scuola primaria basato sul laboratorio di matematica. L'intervento ha dimostrato che le prestazioni matematiche delle bambine è migliorato in modo statisticamente significativo, riducendo il gender gap di oltre il 40%. Questo studio prevedeva 15 ore di laboratorio di matematica somministrate nella provincia di Torino, in 25 diverse scuole, quindi, ha coinvolto 50 classi di grado 3 e 1.044 studenti e studentesse. L'applicazione di questa metodologia ha avuto un effetto molto positivo e anche statisticamente significativo sul miglioramento del rendimento in matematica delle alunne, senza però penalizzare le prestazioni degli alunni. Questi risultati sono incoraggianti perché suggeriscono che se venissero utilizzate metodologie di insegnamento laboratoriali, progettate sulla cooperazione e la condivisione tra pari e soprattutto di tipo attivo il gender gap potrebbe ridursi fino a scomparire nel tempo. Probabilmente la motivazione per cui ciò accade è che questo tipo di intervento didattico si basa su alcune caratteristiche che favoriscono l'apprendimento delle ragazze e vanno a lavorare sulla riduzione dell'ansia, cosa che è stata analizzata nei capitoli precedenti di questa tesi e risulta essere un grosso ostacolo per le studentesse.

Un ulteriore studio a conferma dell'importanza di un approccio di tipo laboratoriale per diminuire le differenze di genere è quello della professoressa e ricercatrice Jo Boaler (1997). Ciò che si legge nello studio è come spesso le differenze esistenti nei risultati e nella partecipazione dei ragazzi e delle ragazze in matematica possono essere interpretate a partire da una prospettiva teorica sulla pedagogia e sull'apprendimento derivante dal lavoro di Carol Gilligan (1982). Questa prospettiva suggerisce che studenti e studentesse hanno modalità di lavoro diverse in ambito matematico: le ragazze tendono a valorizzare una conoscenza più creativa, intuitiva e legata all'esperienza, chiamata *connected knowledge*, conoscenza connessa; mentre i ragazzi sono più propensi verso la conoscenza

caratterizzata dalla logica, dal rigore e dall'astrazione, *separate knowledge*, conoscenza separata (Gilligan, 1982). La matematica, come spesso viene insegnata, non va a valorizzare la conoscenza verso cui le ragazze sono più inclini, perciò, si sentono distaccate dalla materia. L'utilizzo di un approccio basato sulla risoluzione di problemi e non esercizi standardizzati, che enfatizzi il lavoro di gruppo e lo scambio di idee, quindi un approccio di tipo laboratoriale, aiuterebbe le studentesse ad implicarsi maggiormente nella costruzione della loro conoscenza e quindi ad ottenere risultati più elevati (Rossi Becker, 1995). La ricerca effettuata dalla Boaler nell'articolo del 1997 si basa sullo studio di due diverse scuole nell'arco di tre anni. L'obiettivo è proprio quello di confrontare i risultati ottenuti da studenti e studentesse nelle due scuole. Una delle due scuole ha adottato approcci più tradizionali, quindi più di tipo procedurale, utilizzando classici libri di testo e assegnando vari esercizi e compiti standard, l'altra invece ha adottato un approccio di tipo concettuale, basato sul laboratorio, sul problem solving e sullo scambio di idee. Le indagini sono state fatte sugli studenti e le studentesse a partire dai loro 13 anni fino ai loro 16 anni, quindi non più bambini e bambine. Le due scuole scelte sono state identificate sulla base del fatto che avessero una popolazione studentesca molto simile a livello di genere, etnia, classe sociale e rendimento di partenza in matematica. Quindi la sostanziale differenza era soltanto nell'approccio matematico differente utilizzato. Ciò che si è notato da questo studio è che le ragazze della scuola con un approccio più tradizionale erano svantaggiate rispetto ai ragazzi e lamentavano il desiderio di comprendere meglio ciò che si nascondeva dietro alle regole e alle procedure standard proposte dagli insegnanti senza focalizzarsi sul loro significato. Si trovavano in un ambiente che al crescere del livello scolastico risultava sempre più competitivo, con apprendimenti sempre più rapidi e quindi che causavano alta pressione e ansia. Nell'altra scuola invece, l'insegnamento avveniva esclusivamente tramite attività di problem solving e progetti divisi in gruppi eterogenei per livello con consegne aperte che davano spazio alla creatività e al pensiero senza dare troppi suggerimenti in caso di difficoltà da parte dei gruppi di lavoro. Questa metodologia ha portato studenti e studentesse ad essere più liberi nella scelta del tipo di conoscenza che preferivano, sia connessa che separata. Di conseguenza le ragazze si sono sentite più motivate, ma anche i ragazzi non sono stati penalizzati proprio per la libertà di scelta che caratterizza l'approccio laboratoriale (Boaler, 1997).

Dagli studi riportati si evince il ruolo fondamentale dell'approccio laboratoriale nell'ottica di raggiungere la parità di genere in matematica. Durante la fase della mostra aperta alle scuole, perciò, sono stati proposti dei brevi laboratori proprio nell'ottica di promuovere questa metodologia didattica. I laboratori, selezionati dal sito Youcubed, sono stati scelti al fine di proporre qualcosa che fosse accessibile a tutti in breve tempo, circa 30/40 minuti, ma anche che offrisse ulteriori rilanci più complessi e stimolanti per i/le più veloci. Questo tipo di laboratori si definiscono in letteratura come

laboratori a soglia bassa e soffitto alto, “*low threshold, high ceiling*”. Inoltre, sono state privilegiate attività che lasciassero spazio alla curiosità e aprissero a possibili approfondimenti futuri per tutti e tutte. Lo scopo di questi laboratori era quello di lasciare degli spunti ai ragazzi e alle ragazze su cui potessero ragionare anche successivamente e portare ciascuno e ciascuna a vedere la matematica in modo più creativo, divertente e stimolante. A questo proposito risulta significativa l’osservazione di uno studente della scuola secondaria di secondo grado che, alla vista delle attività proposte, ha commentato in tono critico di non aver mai visto nulla di simile, poiché a scuola gli/le insegnanti sono spesso costretti/e a “*correre dietro al programma*”. Tale osservazione evidenzia come proposte didattiche di questo tipo possano rappresentare per gli studenti un’esperienza insolita e contribuire a offrire una visione della matematica meno schematica e più creativa.

Un’altra caratteristica dei laboratori selezionati è la “verticalità” rispetto ai gradi scolastici: lo stesso laboratorio può essere, infatti, proposto in gradi differenti dalla scuola primaria fino alla secondaria di secondo grado. Ovviamente ciò che ci si aspetta è diverso in base al grado scolastico a cui vengono proposti, le richieste possono essere più o meno complesse ma tutti possono accedere almeno alle prime richieste di partenza e possono fornire diversi punti di vista dello stesso problema matematico. La prima e la seconda proposta sono legate alla crescita di un pattern e quindi si basano sul cercare di descrivere in forma algebrica questa crescita. La terza proposta, invece, si basa sul riuscire a ritagliare da un foglio delle figure geometriche basandosi su particolari caratteristiche della figura. I primi due laboratori vengono proposti dividendo i ragazzi e le ragazze in gruppi da 2/3 massimo. La scelta della divisione in piccoli gruppi serve per evitare che qualcuno non partecipi in alcun modo, ma allo stesso tempo è più significativo svolgere questo tipo di attività condividendo le idee con gli altri, non solo in autonomia. A proposito di questo, infatti, è emersa durante queste giornate l’idea che la matematica sia una materia da affrontare, inizialmente in modo individuale perché ognuno ha tempi diversi e ragiona in modo diverso, ma successivamente anche in collaborazione con i compagni e le compagne perché può risultare utile o addirittura necessario unire le idee per ottenere qualcosa di nuovo.

Di seguito sono descritte le tre diverse attività ideate e ne viene proposta un’analisi a priori affiancata dalle riflessioni emerse dalla diretta osservazione delle classi in visita.

3.2.1 La prima proposta: la crescita dei cerchi

La prima proposta inizia fornendo ai gruppi un foglio contenente il pattern in figura e alcune relative domande a cui rispondere prima singolarmente e poi in gruppo:

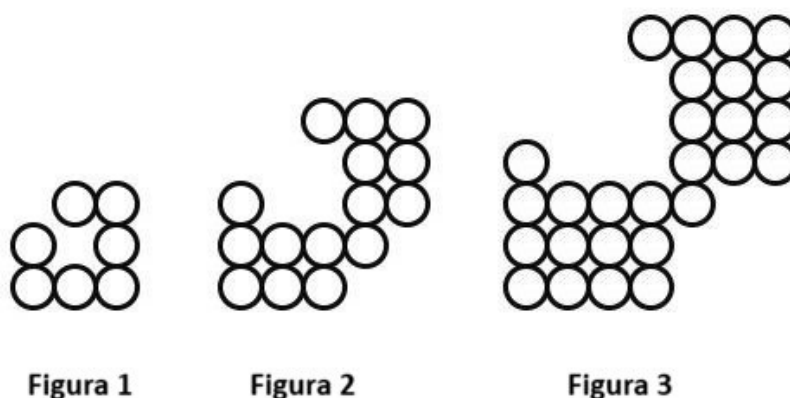


Figura 10: Immagine presa dall'attività laboratoriale presente su Youcubed.

1. In che modo vedi crescere le figure? Se nella seconda figura ci sono più cerchi che nella prima, quali sono quelli che vedi in più?
2. Disegna la figura successiva.
3. Quanti cerchi ci saranno nel caso 10? Spiegate come avete ragionato e come appare la figura.
4. Confronta le tue risposte con quelle dei tuoi compagni.

Da questa proposta ci si aspetta che anche i ragazzi e le ragazze di gradi scolastici più bassi riescano a capire in che modo cresce il pattern e ad avere una previsione della figura successiva. Essendo una crescita non semplice da visualizzare, il laboratorio è principalmente rivolto ai gradi dal 10 al 13, attività simili descritte successivamente sono state però proposte anche a studenti di gradi inferiori. È molto probabile che proprio per la complessità della figura e la quantità elevata di pallini già dalle prime immagini i ragazzi e le ragazze provino ad algebrizzare la crescita per scoprire quanti pallini ci sono nella figura 10, anziché provare a disegnare tutte le figure dalla 4 alla 10. La crescita che potrebbe risultare più evidente è quella proposta nella seguente immagine.

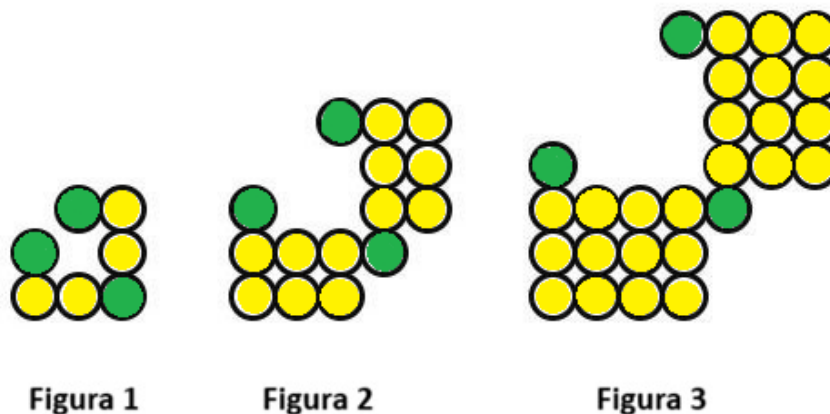


Figura 11: Crescita dei cerchi.

Ovvero, in ognuno dei casi si evidenziano i tre pallini verdi fissi, mentre ciò che varia sono le dimensioni dei due rettangoli gialli. I rettangoli gialli sono tra loro uguali all'interno della stessa figura e hanno una dimensione che vale n e l'altra che vale $n + 1$, con n che indica il numero del caso corrente. Perciò secondo questa crescita la formula che indica il numero di cerchi (c) al generico caso n è:

$$c(n) = (2 \times ((n + 1) \times n)) + 3 = 2n^2 + 2n + 3.$$

Probabilmente una volta individuata la crescita del pattern scrivere la formula risulta abbastanza immediato, almeno nei gradi scolastici in cui si ha iniziato ad avere confidenza con le variabili e con l'algebra.

A questo punto si possono proporre dei rilanci:

5. Quanti cerchi ci saranno nel caso 100? Spiegate come avete ragionato e come appare la figura.
6. Come potete calcolare quanti cerchi ci sono in ogni figura?
7. È possibile scrivere un'espressione che rappresenta il modello?
8. Con 547 pallini si può costruire una struttura simile? Giustificate la vostra risposta.
9. Con 929 pallini si può costruire una struttura simile? Giustificate la vostra risposta.

Le domande 5 e 6 hanno lo scopo di portare alunni e alunne a sentire l'esigenza di algebrizzare la crescita nel caso in cui non l'abbiano fatto già in modo spontaneo alla domanda 3. Infatti, risulta improbabile che alla domanda 5 qualcuno/a possa pensare di disegnare il caso 100 per poi contare i pallini.

Per rispondere alle domande 8 e 9 è necessario impostare un'equazione di secondo grado quindi, in questo caso, possono rispondere solo i ragazzi e le ragazze che hanno già affrontato questo argomento in aula e ci si aspetta che la maggior parte di coloro che sono riusciti a scrivere l'espressione che rappresenta la crescita siano anche in grado di impostare l'equazione. L'equazione da risolvere nel caso dei 547 pallini è la seguente:

$$2n^2 + 2n + 3 = 547 \rightarrow 2n^2 + 2n - 544 = 0 \rightarrow \begin{cases} n_1 = 16 \\ n_2 = -17 \end{cases}$$

A questo punto si osserva che al caso $n_1 = 16$ si utilizzeranno esattamente i 547 pallini della domanda ma si ottiene anche una soluzione negativa. Probabilmente molti degli studenti e delle studentesse decidono di accantonare la soluzione negativa senza osservarla attentamente.

Con 929 pallini invece risulta impossibile costruire una figura appartenente al pattern perché il discriminante dell'equazione di secondo grado non è un quadrato perfetto e quindi non si riescono a trovare due valori interi di n .

A questo punto si potrebbero proporre dei rilanci sui casi negativi partendo dal caso 0:

10. Come apparirebbe e quanti cerchi avrebbe il caso 0? Perché?
11. Come apparirebbe e quanti cerchi avrebbe il caso -1? Perché?
12. Come apparirebbero e quanti cerchi avrebbero i casi dal -2 all'indietro?

Il caso 0 è formato dai soli tre pallini verdi che non dipendono dal numero del caso, mentre i due rettangoli gialli non compaiono per via delle dimensioni 1×0 . Il caso -1 è esattamente identico al caso 0 in quanto deve sempre contenere i tre pallini verdi ma le dimensioni dei rettangoli gialli sono 0×-1 .

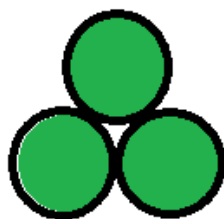


Figura 0 e Figura -1

Figura 12: Proposta del caso 0 e caso -1.

A questo punto per i casi negativi si potrebbe riflettere a partire da come si modifica il numero di cerchi in base al caso e non più dall'immagine con i rettangoli che avrebbero delle dimensioni negative e sarebbe più complesso dare un significato a livello geometrico.

Si potrebbe ragionare in questo modo:

- Caso 0 → 3 pallini
- Caso 1 → 7 pallini
- Caso 2 → 15 pallini
- Caso 3 → 27 pallini ...

Ciò che si evince è che si aggiunge sempre un multiplo di 4, ovvero:

- Caso 0 → 3 pallini
- Caso 1 → 7 pallini → $3 + 4 \times 1 = c(0) + 4 \times 1$
- Caso 2 → 15 pallini → $7 + 4 \times 2 = c(1) + 4 \times 2$
- Caso 3 → 27 pallini → $15 + 4 \times 3 = c(2) + 4 \times 3 \dots$

In pratica la crescita è pari ai cerchi del caso precedente più 4 volte il numero del caso corrente:

$$c(n - 1) + 4 \times n.$$

Questo permetterebbe di dare un senso anche ai valori di n negativi. Infatti, il numero di cerchi sarebbe comunque positivo anche quando $n - 1$ è negativo dato che nella funzione quadratica $c(n) = 2n^2 + 2n + 3$ il valore quadratico prevale su quello lineare e il valore sommato $4 \times n$ nei casi negativi risulta il numero di cerchi da sottrarre. Secondo questo ragionamento i casi negativi sarebbero fatti in questo modo:

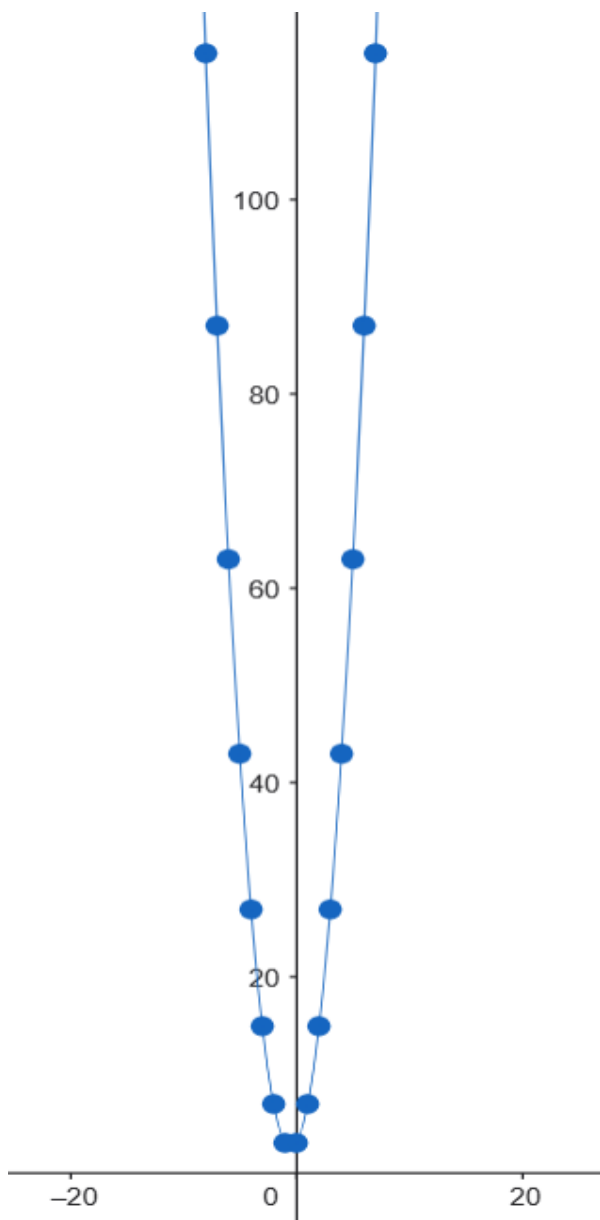
- Caso 0 → 3 pallini → $c(-1) + 4 \times 0 = c(-1) = 3$ → il caso -1 avrà 3 pallini
- Caso -1 → 3 pallini → $c(-2) + 4 \times (-1) = c(-2) - 4 = 3$ → $c(-2) = 4 + 3 = 7$ → il caso -2 avrà 7 pallini
- Caso -2 → 7 pallini → $c(-3) + 4 \times (-2) = c(-3) - 8 = 7$ → $c(-3) = 8 + 7 = 15$ → il caso -3 avrà 15 pallini ...

Perciò si evidenzia una simmetria tra i casi positivi e i casi negativi ma spostata di una unità rispetto allo zero. È probabile che la maggiore difficoltà di questa attività sia il riuscire a scrivere l'espressione che rappresenta la crescita e soprattutto cercare di capire che, anche se si lavora con casi negativi, in realtà non si sta lavorando con un numero di palline negative. Perciò è ragionevole pensare che solo alcuni/e dei gradi 12/13 possano completare l'attività in così poco tempo.

Una ragazza in visita con la scuola che ha affrontato questo laboratorio ha fatto notare alla fine dell'attività che la simmetria era evidente già dal risultato all'equazione precedente, ovvero l'equazione per capire se con 547 pallini si potesse o meno creare la figura:

$$2n^2 + 2n + 3 = 547 \rightarrow 2n^2 + 2n - 544 = 0 \rightarrow \begin{cases} n_1 = 16 \\ n_2 = -17 \end{cases}$$

Infatti, ha osservato che il caso negativo è proprio simmetrico al caso positivo ma di un'unità di differenza. Questa proprietà ha reso particolarmente rilevante la soluzione in questione, motivando un'analisi più approfondita dell'espressione che descrive il numero di cerchi.



La funzione che rappresenta il numero di cerchi in base al caso corrente è:

$$c(n) = (2 \times ((n + 1) \times n)) + 3 = 2n^2 + 2n + 3.$$

Ciò che si nota è che è una parabola. Ora, dato che i casi sono numerabili, rappresentati dai numeri interi, i punti della parabola da considerare sono soltanto i punti discreti $n \in \mathbb{Z}$. Da questa osservazione si ha la conferma che qualsiasi sia il valore di n , sia negativo che positivo, il numero di cerchi è positivo e quindi è possibile rappresentare un'immagine; inoltre, si osserva che esiste una simmetria tra i casi positivi e negativi anche se è traslata di una unità verso il semiasse negativo delle ascisse. In pratica, il numero di cerchi al caso 0 è uguale al caso -1, al caso 1 è uguale al caso -2, al caso 2 è uguale al caso -3 e così via.

Figura 13: Immagine della parabola prodotta utilizzando Geogebra.

Probabilmente altri e altre, come questa ragazza, noteranno la simmetria tra i casi positivi e i casi negativi ma non è scontato che qualcuno/a possa ragionare sulla parabola.

L'osservazione delle diverse classi in visita ha permesso di verificare che molte delle previsioni formulate si sono confermate, mentre altre si sono rivelate inesatte, talvolta andando oltre le aspettative.

Osservazioni sulla prima proposta.

La proposta laboratoriale appena descritta si è deciso di sperimentarla solo con gradi scolastici più alti quindi grado 12 e grado 13.

La maggior parte degli alunni e delle alunne hanno costruito la figura successiva nel modo previsto, ovvero visualizzando due rettangoli uguali e tre pallini fissi che sono gli stessi indipendentemente dal caso corrente. Ci sono state anche altre visioni di crescita però.

Alcuni/e hanno tentato di ragionare per completamento, andando a considerare il quadrato grande e togliendo le parti mancanti. La maggior parte dei gruppi che ha tentato questa strada ha poi abbandonato l'idea perché ha trovato complicato riuscire a scrivere la formula. Solo pochi gruppi sono riusciti a trovare l'espressione.

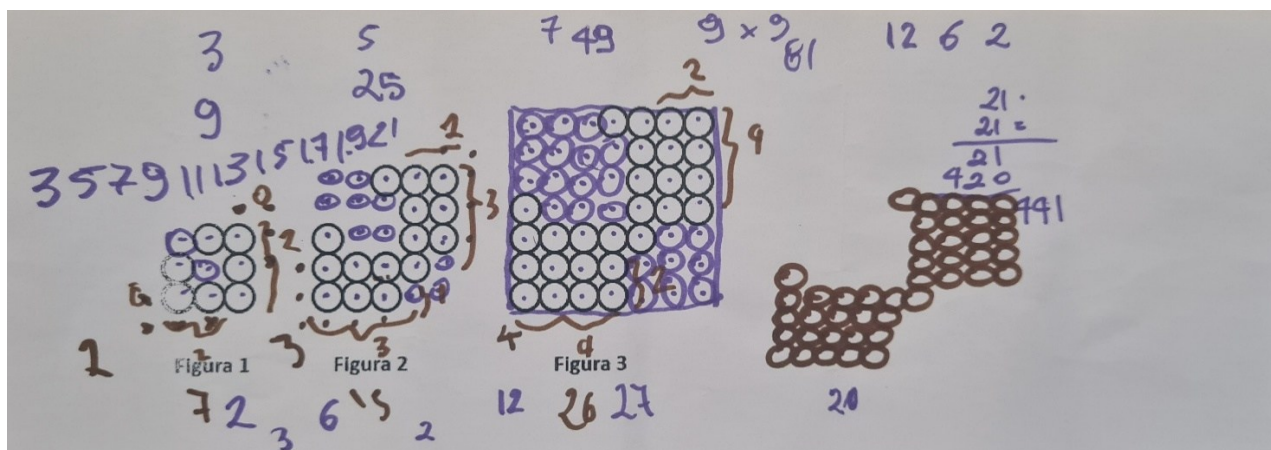


Figura 14: Ragionamento per completamento di un gruppo.

Domande:

- In che modo vedi crescere le figure? Se nella seconda figura ci sono più cerchi che nella prima, quali sono quelli che vedi in più?
- Disegna la figura successiva.
- Quanti cerchi ci saranno nella figura 10? Spiegate come avete ragionato e come appare la figura.
- Confronta le tue risposte con quelle dei tuoi compagni.

$$20^2 - [(100^2 - 1) + (101^2 - 2)]$$

$$(2n+1)^2 - [(n^2-1) + [(n+1)^2-2]]$$

$$(2n+1)^2 - [n^2-1 + (n+1)^2-2]$$

$$(2n+1)^2 - [n^2 + (n+1)^2 - 3]$$

$$\begin{matrix} 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \rightarrow & 11-11 & 13-9 & 15-5 & 17 & 19 & 21 \end{matrix}$$

$$n_1 = 3$$

$$21^2 - (99 + 119)$$

$$21^2 - 218 \quad \begin{matrix} 441 - 218 \\ \hline 223 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 21 \\ 21 \\ 24 \\ \hline 66 \\ 66 \end{matrix}$$

$$n^2 - \cancel{2n^2} [(n-1)^2 - 2] -$$

[Handwritten scribble]

Figura 15: Formula individuata dal gruppo.

I gruppi che sono riusciti a lavorare per completamento hanno capito che il quadrato grande ha area $(2n + 1)^2$ e questa rappresenta il numero di cerchi che avrebbe se fosse completo. Poi hanno notato che i buchi sono degli ulteriori quadrati. Il buco in basso è un quadrato di area n^2 al quale però viene tolto un pallino perché quello fa parte della figura. Il buco in alto analogamente è un quadrato di area $(n + 1)^2$ al quale vengono tolti due pallini stavolta che fanno parte della figura.

L'espressione risulta così la differenza tra l'area del quadrato completo e le due aree che rappresentano i due buchi, ovvero:

$$c(n) = (2n + 1)^2 - [(n^2 - 1) + ((n + 1)^2 - 2)] = 2n^2 + 2n + 3.$$

Altri/e hanno invece visualizzato la crescita scomponendo le figure in due quadrati uguali di lato n , ovvero con il lato che ha lo stesso valore del caso corrente, due file di lunghezza $n + 1$ e un pallino rappresentato in giallo che resta invariato rispetto ai casi.

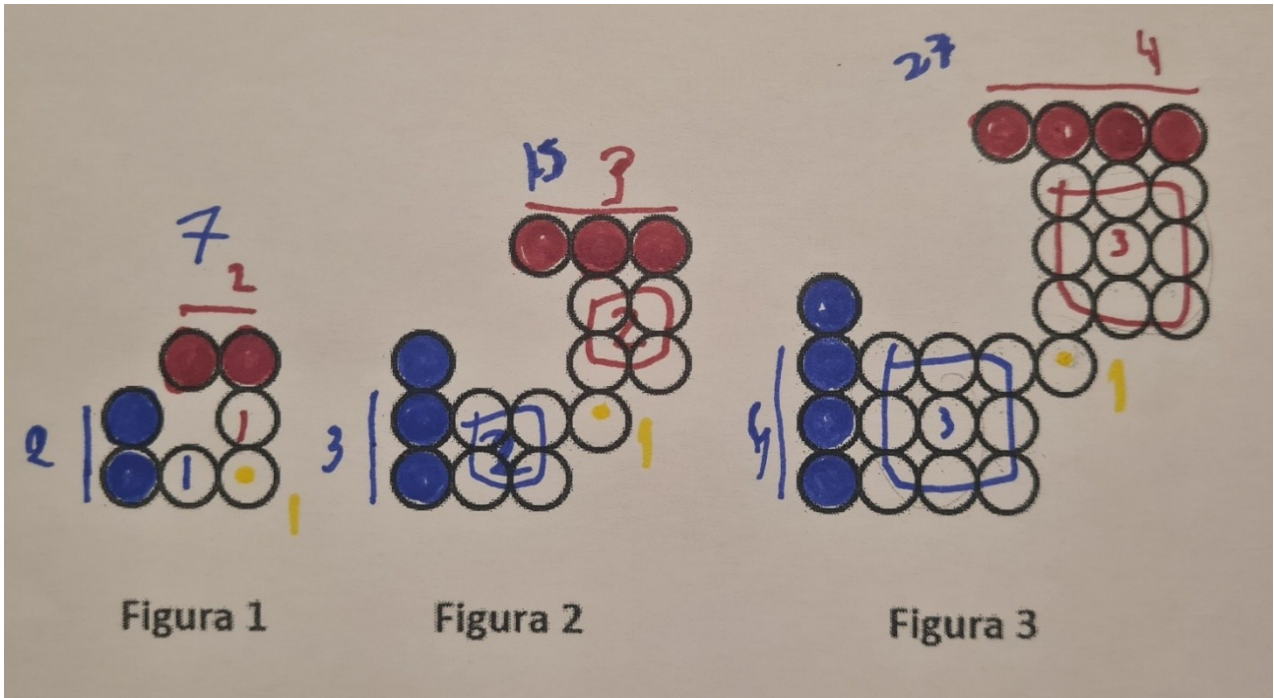


Figura 16: Esempio di costruzione con i due quadrati.

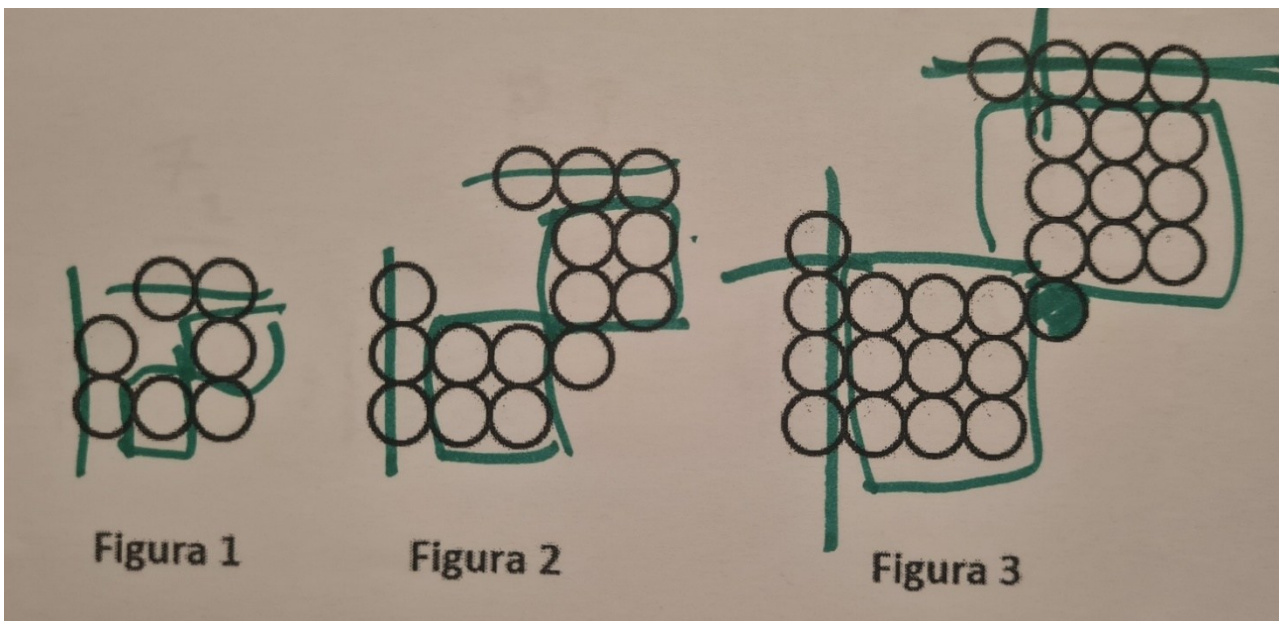


Figura 17: Esempio di costruzione con i due quadrati.

L'espressione diventerà in questo caso:

$$c(n) = 2n^2 + 2(n + 1) + 1 = 2n^2 + 2n + 3.$$

Ciò che si può far notare ai gruppi è che pur visualizzando in modi diversi la crescita, si ottiene sempre la stessa espressione finale.

Coloro che hanno ragionato nel modo più comune descritto all'inizio o in uno di questi due modi meno utilizzati hanno poi uguagliato l'espressione ricavata a 547 e a 929 per rispondere alle domande 8 e 9.

Uno studente invece ha pensato di scrivere la formula tentando di ragionare sui numeri e non sulla scomposizione in figure geometriche. Ha notato, infatti, che ogni volta si aggiunge un multiplo di 4 al caso precedente. Grazie a questo ha anche supposto da subito che il caso 0 avesse 3 pallini in quanto il caso 1 ne aveva esattamente $7 = (3 + 4 \times 1)$.

$K_n =$ numero palline
in Figura n

$f(1) \rightarrow 7 = 3 + 4$) 8
 $f(2) \rightarrow 15 = 3 + 12$) 12
 $f(3) \rightarrow 27 = 3 + 24$) 16
 $f(4) = 43 = 3 + 40$) 20
 $f(5) = 63 = 3 + 60$) 24

~~$K_n = 3 + 2nK_{n-1}$~~
 ~~$K_n = 3 + (2n+1)K_{n-1}$~~
 $K_n = K_{n-1} + 4n$

$K_0 = 3$
 $K_1 = 3 + 4 = 7$

Tutti i K sono della forma $3 + 4X \quad X \in \mathbb{N}$

547 palline: ? $547 - 3$ deve essere multiplo di 4 = 544 ✓

929? $929 - 3 = 926$ ✗

Figura 18: Costruzione per multipli di 4.

Ha anche fatto un'osservazione interessante che non ha scritto nel dettaglio ma che è riportata di seguito. Ha capito che per scrivere la formula che rappresenta il numero di cerchi al caso n (che ha chiamato K_n) aveva bisogno di conoscere la formula della somma dei primi n numeri naturali perché vale:

- $K_0 = 3 + 4 \times 0 = 3$
- $K_1 = K_0 + 4 \times 1$
- $K_2 = K_1 + 4 \times 2 = K_0 + 4 \times 1 + 4 \times 2$
- ...
- $K_n = K_{n-1} + 4 \times n = \dots = K_0 + 4 \times 1 + 4 \times 2 + \dots + 4 \times n = K_0 + 4 \times (1 + 2 + \dots + n) = K_0 + 4 \times \sum_{x=1}^n x.$

Così facendo ha risposto alle domande 8 e 9 dicendo che per capire se con 547 e 929 palline si potesse o meno costruire una figura simile si deve controllare se $547-3=544$ e $929-3=926$ sono o meno multipli di 4.

Per quanto riguarda le domande sui casi negativi quasi tutti e quasi tutte hanno ipotizzato il caso 0 e il caso -1 sfruttando l'espressione scritta mentre sui casi -2 indietro la maggior parte non ha scritto nulla. È molto probabile che la motivazione principale per cui è accaduta questa cosa fosse il tempo molto ridotto che avevano a disposizione, ma probabilmente anche il fatto che quasi tutti/e avendo ragionato sulla scomposizione delle figure in figure geometriche si sono poi trovati/e in difficoltà a dare un significato a delle dimensioni negative. Altri/e ancora hanno accennato al fatto che non hanno senso i casi negativi in quanto non si può parlare di un numero negativo di palline. Da questo commento si evince come spesso ci sia confusione tra le variabili di una funzione e in particolare tra qual è la variabile indipendente e che cosa rappresenta (in questo contesto il numero del caso) e qual è invece la variabile dipendente e cosa rappresenta a sua volta (in questo contesto il numero di palline in base al numero di caso corrente).

Ciò che è andato in contrasto rispetto alle previsioni fatte è che la maggior parte di coloro che sono riusciti a rispondere alla domanda 12 lo hanno fatto notando che l'espressione che avevano scritto rappresenta una parabola e quindi che i casi positivi e negativi sono simmetrici. In particolare, hanno sottolineato che anche quando il numero del caso è negativo in realtà il numero di palline è sempre positivo. La parabola che si genera, infatti, è sempre positiva ed è traslata verso il semiasse negativo delle ascisse di un'unità.

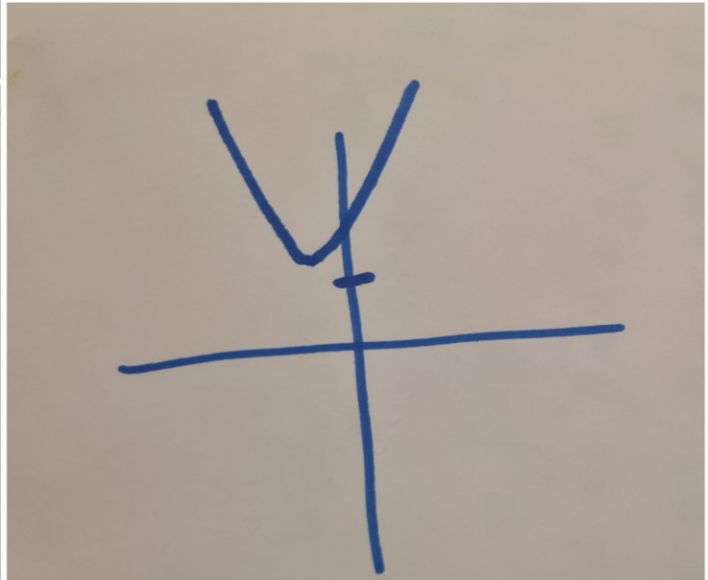
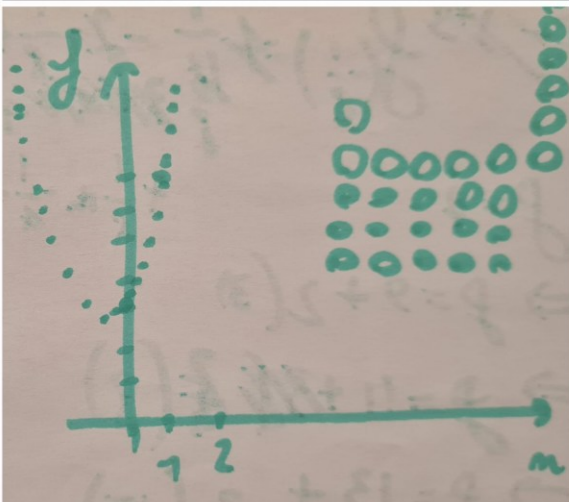
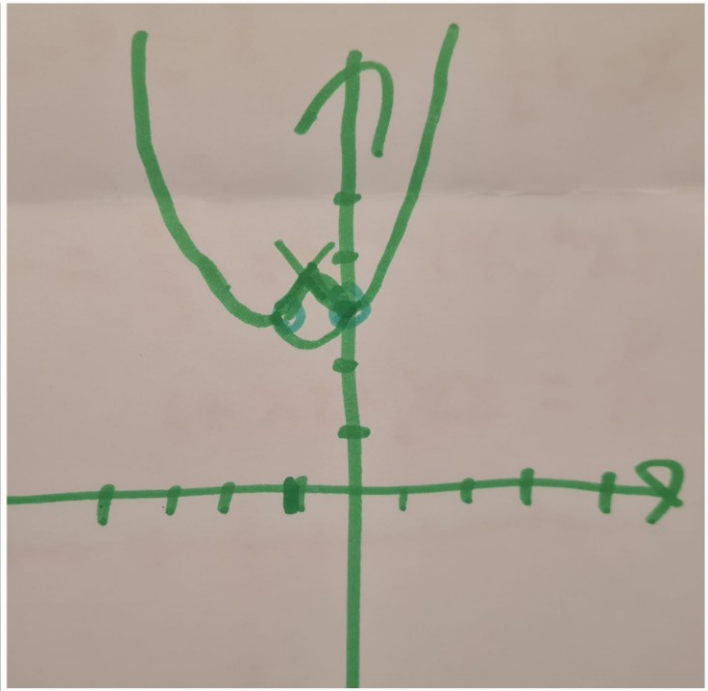
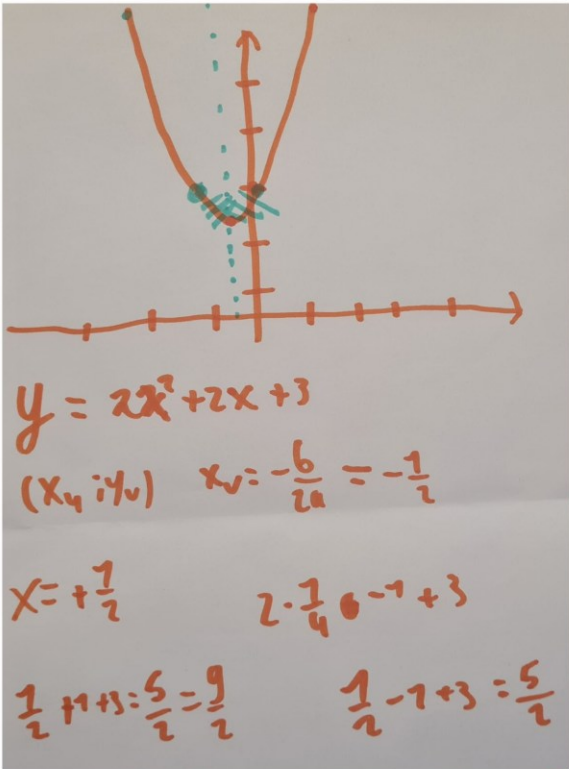


Figura 19: Esempi di parabole.

3.2.2 La seconda proposta: la crescita dei quadrati

La seconda proposta, analoga alla prima, inizia fornendo ai gruppi un foglio contenente il seguente pattern e delle relative domande a cui rispondere prima singolarmente e poi in gruppo:

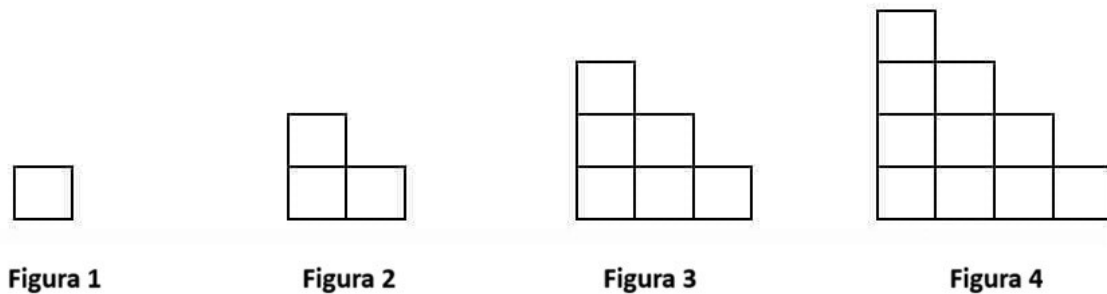


Figura 20: Immagine presa dalla laboratoriale presente su Youcubed.

1. In che modo vedi crescere le figure? Se nella seconda figura ci sono più quadrati che nella prima, quali sono quelli che vedi in più?
2. Disegna la figura successiva.
3. Quanti quadrati ci saranno nel caso 10? Spiega come hai ragionato e come appare la figura.
4. Confronta le tue risposte con quelle dei tuoi compagni.

Queste domande risultano accessibili a partire anche dai bambini e dalle bambine più grandi della scuola primaria. Ci si aspetta che tutti riescano, utilizzando magari dei colori o dei simboli, a capire come cresce la figura e qual è quella successiva. Probabilmente la crescita più evidente è quella per cui a partire dalla figura precedente si aggiunge una nuova diagonale con un numero di quadrati pari al caso corrente. Qualcuno/a, però, potrebbe vedere la crescita anche aggiungendo una riga sotto alla figura precedente o una colonna a sinistra della figura precedente.



Figura 21: Crescita dei quadrati più evidente.

I gradi più alti verosimilmente già per rispondere alla domanda sul caso 10 inizieranno da soli a capire che non è necessario disegnare tutte le precedenti e inizierà ad esserci un tentativo di algebrizzazione della crescita. Mentre alcuni ragazzi e alcune ragazze dei gradi più bassi potrebbero tentare di disegnare tutti i casi precedenti fino ad arrivare al 10 e contare ancora una volta i quadretti. A differenza della proposta precedente, infatti, risulta fattibile l'idea di disegnare tutte le figure fino al caso numero 10 perché sono più semplici e hanno una minor quantità di quadretti. Questa attività, rispetto alla precedente, risulterà più semplice dal punto di vista di visualizzazione della crescita, quindi, è più accessibile ai gradi più bassi. Per questo motivo l'abbiamo proposta per i gradi dall'8 al 11.

A questo punto vengono dati loro dei rilanci:

5. Quanti quadrati ci saranno nel caso 100? Spiega come avete ragionato e come appare la figura.
6. Come potete calcolare quanti quadrati ci sono in ogni figura?
7. È possibile scrivere un'espressione che rappresenta il modello?

Per rispondere a queste domande è necessario trovare delle strategie alternative rispetto a disegnare ogni singola figura fino alla figura 100. Il fatto di scegliere il caso 10 nelle prime domande e il caso 100 nel secondo rilancio potrebbe indurre i gruppi in inganno perché potrebbero tentare di rispondere utilizzando una proporzione. Nonostante questo, con ogni probabilità molti/e riusciranno a capire che ognuno dei casi ha un numero di quadrati pari alla somma dei numeri naturali fino al numero del caso corrente. Risulterà abbastanza immediato vedendo che la diagonale, la colonna o la riga che si aggiungono hanno un numero di quadretti sempre uguale al caso corrente. Ovvero, generalizzando, al caso n ci saranno $1 + 2 + 3 + \dots + n$ quadrati. Ciò che è più difficile per chi non ha ancora avuto occasione di lavorare con le serie è capire come si può calcolare il risultato della somma dei primi n numeri naturali. Questa proposta, rispetto alla precedente, infatti risulta probabilmente più difficile dal punto di vista di ricercare un'espressione che permetta di trovare il numero di quadretti al caso generico n , nonostante risulti più semplice individuare la crescita del pattern.

Dalla teoria è noto che vale la formula:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n \times (n + 1)}{2}.$$

Magari qualcuno/a nei gradi più alti, potrebbe riuscire ad utilizzare una delle due tecniche seguenti per ricavarla.

Sia n pari, per esempio $n = 10$, caso richiesto alle domande precedenti. La somma sarà:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10.$$

Considerando delle coppie a partire dai numeri esterni, si nota che la somma vale sempre 11. Il numero di coppie che si possono formare è 5 (10 con 1, 9 con 2, 8 con 3, 7 con 4, 6 con 5). Perciò si ottiene:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 11 \times 5 = 55.$$

Ciò che si nota quindi è che se n è pari si formano esattamente $\frac{n}{2}$ coppie la cui somma vale sempre $n + 1$. Si ricava che la somma, come ci si aspetta dalla teoria, vale:

$$\frac{n}{2} \times (n + 1) = \frac{n \times (n + 1)}{2}.$$

Sia ora n dispari, per esempio $n = 11$, la somma sarà:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$$

si osserva che, come prima, si possono formare delle coppie la cui somma è sempre 12, a partire dai numeri esterni e proseguendo verso i numeri centrali. Stavolta però si riescono a formare 5 coppie (11 con 1, 10 con 2, 9 con 3, 8 con 4, 7 con 5), ma il numero centrale, il numero 6, resta isolato. Perciò la somma risulterà:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 12 \times 5 + 6 = 66.$$

Ciò che si nota quindi è che se n è dispari si riescono a creare $\frac{n-1}{2}$ coppie, non più $\frac{n}{2}$ come prima, e il numero centrale che resta isolato è esattamente $\frac{n+1}{2}$. In conclusione, si deve sommare $\frac{n-1}{2}$ volte il valore della somma che deriva dalle coppie create, ovvero $n + 1$, poi si deve aggiungere il valore centrale $\frac{n+1}{2}$. Ciò che si ottiene è che la somma vale quindi:

$$\left(\frac{n-1}{2} \times (n+1)\right) + \frac{n+1}{2} = \frac{(n-1)(n+1) + (n+1)}{2} = \frac{(n+1) \times ((n-1) + 1)}{2} = \frac{(n+1) \times n}{2}.$$

Esattamente la stessa formula del caso con n pari.

La tecnica alternativa si basa sempre sul separare il caso pari da quello dispari. Si può osservare che togliendo dalla somma l'ultimo numero, che vale esattamente n , si possono formare delle coppie che hanno come valore n stesso, non più $n + 1$.

Sia n pari, per esempio $n = 10$. La somma sarà:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10.$$

Togliendo il 10, le coppie che si formano sono esattamente 4 la cui somma vale 10. Ciò significa che sono $\frac{n}{2} - 1$ coppie la cui somma vale n . Considerando che restano isolati il numero finale e il numero centrale, ovvero il 5 che risulta essere $\frac{n}{2}$, la somma avrà questo valore:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = (4 \times 10) + 5 + 10 = 55.$$

Generalizzando al caso n pari si ottiene:

$$\left(\left(\frac{n}{2} - 1\right) \times n\right) + \frac{n}{2} + n = \frac{(n-2) \times n}{2} + \frac{n}{2} + n = \frac{(n-2) \times n + n + 2n}{2} = \frac{n \times ((n-2) + 1 + 2)}{2} = \frac{n \times (n+1)}{2}.$$

Sia n dispari, per esempio $n = 11$. La somma sarà:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11.$$

Togliendo il numero 11, le coppie che si formano sono esattamente 5 la cui somma vale 11. Ciò significa che sono $\frac{n-1}{2}$ coppie la cui somma vale n . Considerando che resta isolato soltanto il numero finale stavolta la somma avrà questo valore:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = (5 \times 11) + 11 = 66.$$

Generalizzando al caso n dispari si ottiene:

$$\left(\left(\frac{n-1}{2}\right) \times n\right) + n = \frac{(n-1) \times n}{2} + n = \frac{(n-1) \times n + 2n}{2} = \frac{n \times ((n-1) + 2)}{2} = \frac{n \times (n+1)}{2}.$$

Alcuni ragazzi o ragazze di grado più alto potrebbero invece aver già scoperto la formula in aula semplicemente sul libro o per vie alternative perché esiste un famoso aneddoto su come Gauss ha trovato la formula per calcolare la somma dei primi n numeri naturali. Infatti, si racconta che l'insegnante di Gauss, per tranquillizzare i suoi studenti e le sue studentesse e tenerli/e impegnati/e diede loro il compito di trovare la somma dei numeri naturali da 1 a 100. Gauss, che aveva circa 8/9 anni diede in poco tempo la risposta esatta sorprendendo tutti. Si racconta che probabilmente aveva notato che mettendo in riga i numeri da 1 a 50 e sotto in modo allineato ma in senso decrescente i numeri da 100 a 51 si otteneva per tutte le 50 volte il valore 101:

$$\begin{aligned} &1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 50 + \\ &+ 100 + 99 + 98 + 97 + 96 + \dots + 1 = \\ &101 \times 50 = 5.050. \end{aligned}$$

Non è sicuro il metodo effettivamente adottato da Gauss e la storia non è certa ma può essere un aneddoto interessante da lasciare come curiosità per casa alle classi che non l'hanno mai sentito in

precedenza, in modo che gli/le alunni/e possano essere incuriositi/e anche dalla storia legata alla matematica e alla costruzione di ciò che attualmente si può leggere facilmente dai libri di testo.

Una volta svolte queste domande si possono proporre ulteriori rilanci:

8. Con 190 quadrati si può costruire una struttura simile? Giustifica la risposta.

9. Con 1478 quadrati si può costruire una struttura simile? Giustifica la risposta

Per rispondere è necessario saper risolvere le equazioni di secondo grado, perciò, anche per questa proposta laboratoriale, questi rilanci risultano essere adatti solo alle classi che hanno già lavorato su questo tipo di equazioni. Con 190 quadrati si può fare in quanto eguagliando 190 con la formula che rappresenta il numero di quadrati al caso n si ottiene

$$\frac{n \times (n + 1)}{2} = 190 \rightarrow n \times (n + 1) = 380 \rightarrow n^2 + n - 380 = 0 \rightarrow \begin{cases} n_1 = 19 \\ n_2 = -20 \end{cases}.$$

Quindi al caso $n = 19$ si avranno esattamente i 190 quadrati. Il caso negativo lo si può eliminare in quanto queste domande fanno riferimento soltanto a casi positivi. Si potrebbe osservare, come si è sottolineato nella proposta precedente, che se si prendessero in considerazione sia i casi positivi che negativi si avrebbe una simmetria, in quanto il numero di quadrati q dipende da n seguendo la legge:

$$q(n) = \frac{n \times (n + 1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n.$$

Questa legge non è altro che una parabola di cui però si considerano soltanto i punti discreti $n \in \mathbb{Z}$.

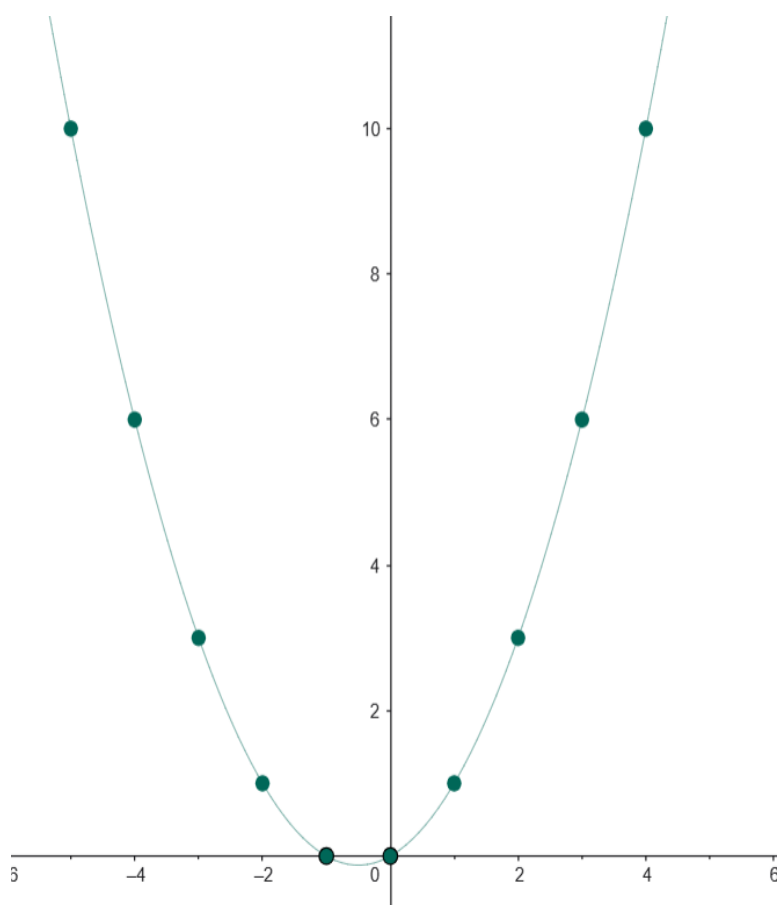


Figura 22: Immagine della parabola prodotta utilizzando Geogebra.

Si nota che la parabola è sempre positiva se si considerano i casi discreti, è negativa solo tra $n = -1$ e $n = 0$ che però fa parte della parabola continua. Inoltre, si nota che il caso 0 avrebbe lo stesso numero di quadretti del caso -1, ovvero nessun quadretto. Il caso 1 del caso -2, il caso 2 del caso -3 e così via. Quindi si può ipotizzare una simmetria tra i casi negativi e i casi positivi traslata di una unità verso il semiasse negativo delle ascisse, esattamente come nella prima proposta. Questo risulta coerente con il fatto che prima si sono trovati come risultati proprio $n_1 = 19$ e $n_2 = -20$.

Infine, per rispondere all'ultima domanda, con 1478 quadrati non è possibile creare una struttura simile perché l'equazione risolvente fornisce un valore di n che non è intero ma reale.

Osservazioni sulla seconda proposta.

La seconda proposta è stata ideata per i gradi dall'8 all'11. Già i primi risultati sono stati molto differenti. Dagli studenti e dalle studentesse dei gradi 8 e 9 sono emerse risposte soltanto alle domande dalla 1 alla 4. In particolare, la risposta alla domanda 3, ovvero su quanti quadrati ci sono al caso 10, è stata trovata nella maggior parte dei casi disegnando la figura e contando i quadretti. Proprio per questo motivo si è scelto nelle giornate successive alle prime visite di far lavorare i gradi 10 e 11 su tale proposta mentre i gradi più bassi 8 e 9 si è scelto di farli ragionare sulla terza proposta laboratoriale di cui si parlerà nella prossima sezione. Dai gradi 10 e 11 si sono ottenute risposte talvolta inaspettate e sono scaturiti degli interessanti dibattiti. Purtroppo, non tutto ciò che è scaturito dai dibattiti finali, i ragazzi e le ragazze hanno deciso di scriverlo in modo dettagliato sui loro fogli. Probabilmente questa scelta è dovuta alla paura di sbagliare. Infatti, molti alunni e molte alunne hanno deciso di scrivere su fogli di brutta o hanno deciso di cancellare ciò che avevano scritto in modo che non si riuscisse a leggere nulla. La cosa su cui si può riflettere però è che al momento della raccolta

delle idee e della discussione di gruppo la maggior parte di loro ha deciso di proporre davanti a tutti/e il loro ragionamento. Probabilmente si era creato un ambiente collaborativo e non competitivo che ha permesso loro di superare l'ansia nei confronti dell'errore e di esporsi per raggiungere alla fine un risultato comune.

Ciò che si evince analizzando le risposte alle prime quattro domande è che tutti e tutte hanno costruito la figura precedente e la figura 10 aggiungendo la diagonale, la colonna a sinistra o la riga in basso, come ci si poteva aspettare. Molti/e hanno deciso poi di contare i quadretti della figura 10 senza chiedersi se ci fosse una regolarità nella crescita. Alcuni/e, invece si sono accorti/e che si può rispondere anche calcolando la somma dei numeri naturali da 1 a 10.

Le risposte più interessanti però sono scaturite dalla richiesta di determinare il numero di quadretti al caso 100. Diversi gruppi hanno deciso di lavorare con le proporzioni. In particolare, hanno impostato la proporzione usando il numero di quadrati al caso 10:

$$10:55 = 100:x.$$

In questo modo hanno ottenuto che il numero di quadrati al caso 100 fosse $x = 55 \times 10 = 550$.

La maggior parte di questi gruppi ha intuito che la proporzione non poteva essere una strategia efficace, in quanto il risultato non era coerente con le aspettative. Utilizzando la proporzione, infatti si otterrebbe un numero di quadrati molto inferiore rispetto a quello reale. Potrebbe apparire come un ragionamento banale ma il fatto di chiedersi se ciò che hanno ottenuto è plausibile o no è una competenza molto importante da acquisire. Alcuni di questi gruppi, però, non sono poi riusciti a capire perché la proporzione non fosse una buona strategia. La proporzione, infatti, non è una buona strategia perché la relazione non è lineare. I gruppi che sono riusciti a fornire una spiegazione hanno pensato di provare se la proporzione funzionasse nei casi già presenti nel pattern e hanno ottenuto una risposta negativa.

Una volta capito che la proporzione non era una buona strategia hanno cercato altri modi per ottenere il risultato. Alcuni/e hanno scritto la somma da 1 a 100 e hanno trovato il risultato mediante la calcolatrice, altri/e invece hanno deciso di adottare delle strategie che potessero essere applicate al caso generale. Come ci si poteva aspettare, la maggior parte dei gruppi non è riuscita ad ottenere un'espressione che rappresentasse il numero di quadretti al caso generale, poiché è meno evidente la scomposizione delle figure in figure geometriche note, a differenza della prima proposta. Coloro che sono riusciti a escogitare una strategia risolutiva hanno adottato uno dei due metodi descritti nella sezione precedente, quelli che richiamano il ragionamento di Gauss. Alcuni/e hanno anche affermato di aver già sentito parlare della leggenda di Gauss, perciò, hanno semplicemente riprodotto il suo ragionamento. Ma ciò che è risultato particolarmente curioso è che diversi gruppi hanno trovato la formula in modo geometrico. Hanno pensato di tracciare la diagonale in modo da formare un triangolo

rettangolo. Hanno anche notato che il triangolo rettangolo è esattamente la metà di un quadrato dal momento che i due cateti hanno lo stesso numero di quadretti.

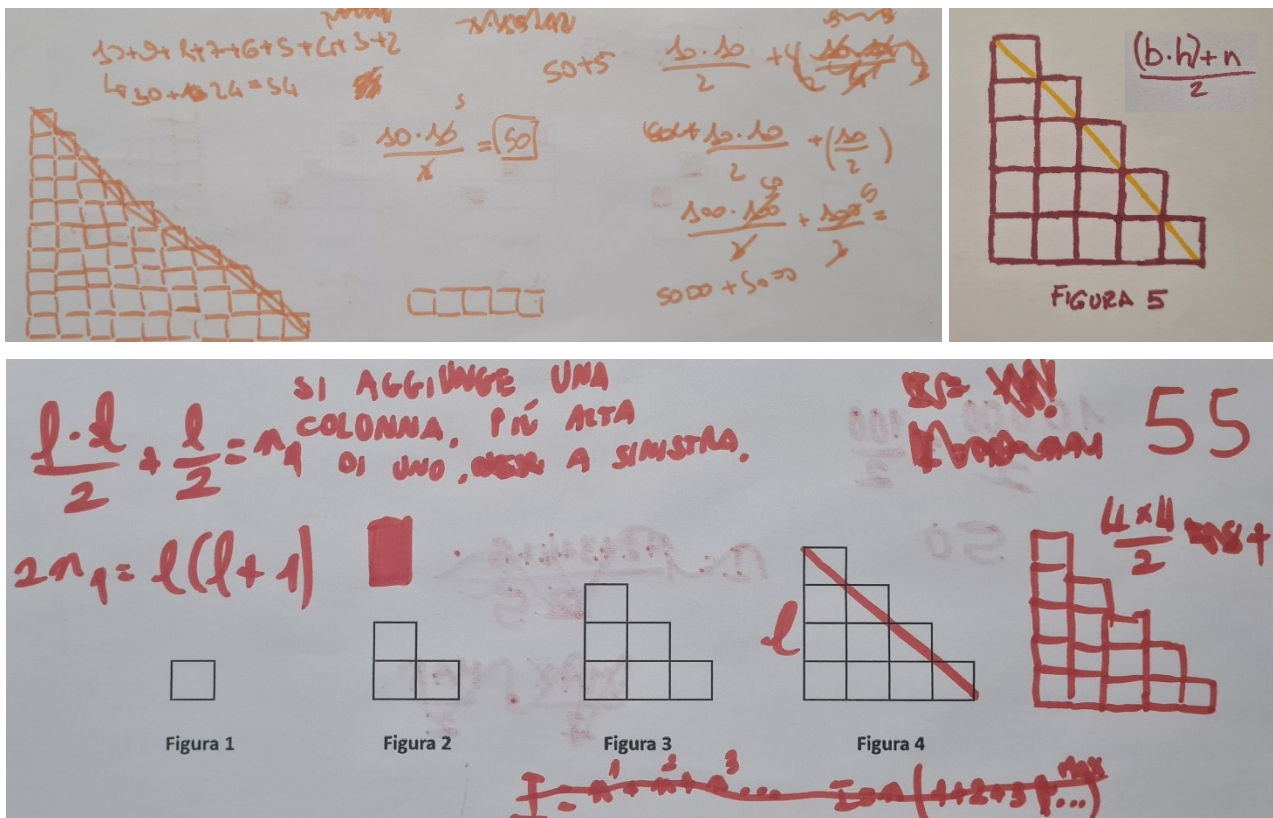


Figura 23: Alcuni esempi di visualizzazione del triangolo rettangolo.

A questo punto hanno notato che il numero di quadrati che appartengono al triangolo rettangolo sono pari al valore dell'area, ovvero $\frac{n \times n}{2} = \frac{n^2}{2}$, ma poi si sono resi conto che in questo modo non sarebbero state prese in considerazione le metà dei quadratini tagliati dalla diagonale che non sono incluse nel triangolo, ovvero n metà quadrati. Perciò hanno pensato che il numero totale dei quadratini dovesse essere:

$$q(n) = \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$$

Questa formula coincide proprio con la formula che rappresenta la somma dei primi n numeri naturali. Coloro che sono riusciti a scrivere un'espressione mediante una delle strategie descritte, l'hanno poi utilizzata per rispondere alle domande 8 e 9. Hanno impostato un'equazione andando a eguagliare l'espressione con i due valori separatamente.

3.2.3 La terza proposta: il problema di piega e taglio

La terza ed ultima proposta laboratoriale è stata pensata a partire da un'idea del professore specializzato in Didattica della matematica presso la University of New Brunswick in Canada, David Wagner. La proposta è stata quella di lavorare sul *Fold-and-Cut Problem* che si basa sul *Fold-and-Cut Theorem*. Il problema richiede di riuscire a tagliare da un foglio un poligono con il vincolo di effettuare un unico taglio dritto. Ciò che dice il teorema è che ogni schema (grafo piano) di tagli rettilinei può essere ottenuto piegando e realizzando un taglio rettilineo completo. Ovvero afferma che è possibile creare singoli poligoni (anche non convessi), più poligoni disgiunti, poligoni annidati, poligoni adiacenti e persino segmenti e punti fluttuanti facendo un solo taglio rettilineo. Esistono due algoritmi che permettono di arrivare alla piegatura giusta per poi utilizzare un unico taglio dritto, ma non sono facili da realizzare. Gli algoritmi sono il *straight-skeleton method* e il *disk-packing method*, ovvero l'algoritmo dello scheletro dritto e l'algoritmo dell'imballaggio del disco (Demaine, 2026). La proposta laboratoriale prevede di fornire ad ogni ragazzo e ragazza un quadrato disegnato su un foglio di carta e dare la consegna di tagliarlo dal foglio con un solo taglio dritto. Volutamente non viene detto loro di piegare il foglio per cercare di lasciarli liberi completamente di trovare la giusta strategia. Non tutti/e potrebbero prendere coraggio e fare qualcosa che non è stato detto loro di fare, a causa di quello che precedentemente è stato definito *contratto didattico*, ma è anche probabile che qualcuno/a inizi a piegare non avendo alternative; a quel punto verosimilmente gli/le altri/e seguirebbero i/le compagni/e più audaci. È probabile che il quadrato venga piegato e tagliato correttamente in poco tempo per via delle tante simmetrie e particolarità che possiede. Si può piegare seguendo gli assi dei lati e infine la bisettrice, seguendo le diagonali oppure piegando prima lungo l'asse ottenendo una specie di "U" e poi piegando rispetto alle bisettrici.

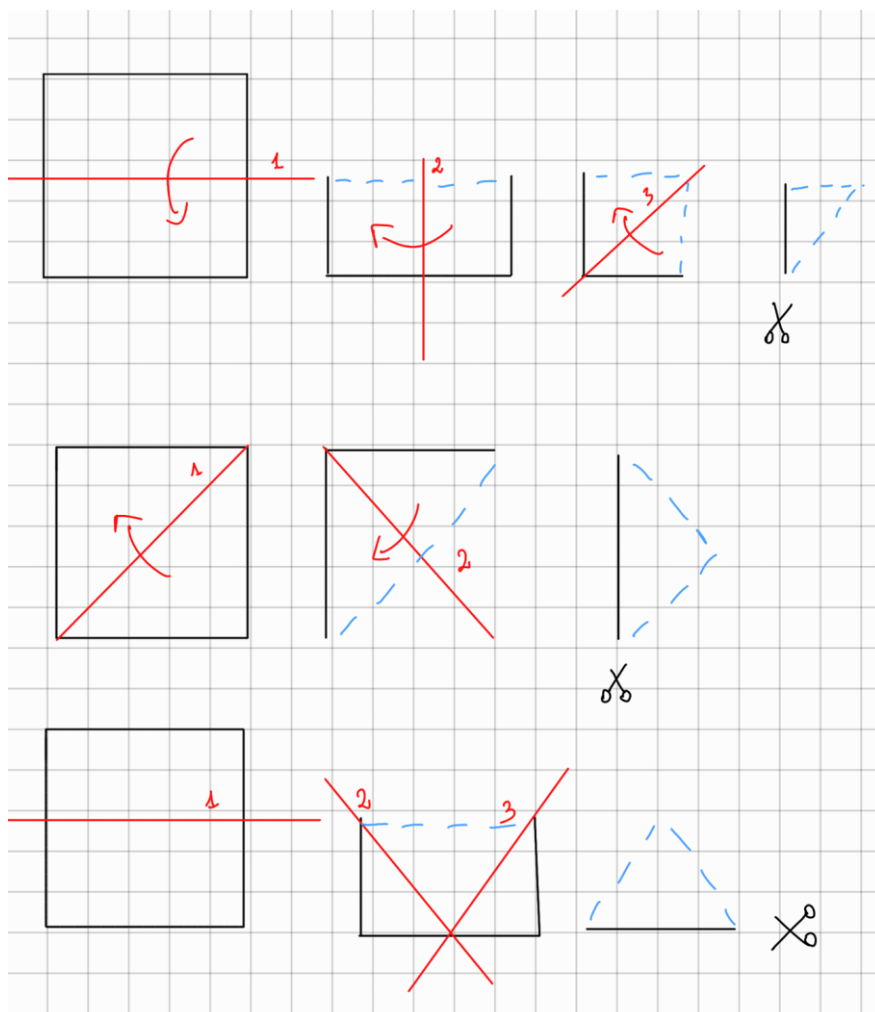


Figura 24: Le tre modalità di piega del quadrato.

A questo punto si è scelto di fornire il rettangolo e il rombo. La scelta di queste due figure geometriche è legata al fatto che sono ancora ricche di simmetrie e quindi ancora abbastanza accessibili anche ai gradi più bassi ma con la particolarità che il quadrato è prima di tutto sia un rettangolo che un rombo con caratteristiche aggiuntive. Apparentemente potrebbe risultare un'osservazione scontata, tuttavia l'attività permette di far emergere eventuali difficoltà degli studenti relative alla classificazione inclusiva dei quadrilateri. Spesso, infatti, a scuola si insegnano le figure geometriche in modo separato e cercando di capire ognuna di queste figure che caratteristiche possiede ma ci si focalizza poco sul capire che relazione c'è tra loro. Capita spesso di sentire studenti e studentesse dire che “il quadrato è un quadrato e non è un rettangolo”. Questa attività quindi per i gradi più bassi potrebbe anche già essere un'attività ricca e che permette di superare le *misconcezioni* legate alla classificazione dei quadrilateri, già ragionando sul fatto che tutte le tecniche utilizzate per il rettangolo e tutte le tecniche utilizzate per il rombo funzionano anche per il quadrato ma che non è detto che sia vero il viceversa. Il rettangolo si può piegare lungo gli assi e infine lungo la bisettrice oppure lungo uno degli assi e piegando la “U” rimanente lungo le bisettrici. Il rombo si può piegare lungo le due diagonali.

Verosimilmente, chi ha piegato precedentemente il quadrato lungo le diagonali troverà più semplice piegare il rombo, chi ha piegato il quadrato utilizzando le altre due modalità troverà più semplice piegare il rettangolo. Nella fase di istituzionalizzazione del laboratorio si potrebbero portare gli studenti a riflettere sul fatto che qualsiasi strategia sia stata scelta comunque è basata su sfruttare degli assi particolari di simmetria e sul cercare di portare tutti i lati della figura a coincidere su una sola linea di taglio. Spesso alla scuola secondaria di primo grado non si riesce ad affrontare anche il concetto di simmetria nel dettaglio quindi questo potrebbe essere un laboratorio adatto per introdurla in modo intuitivo ed eventualmente costruirci una definizione formale successivamente.

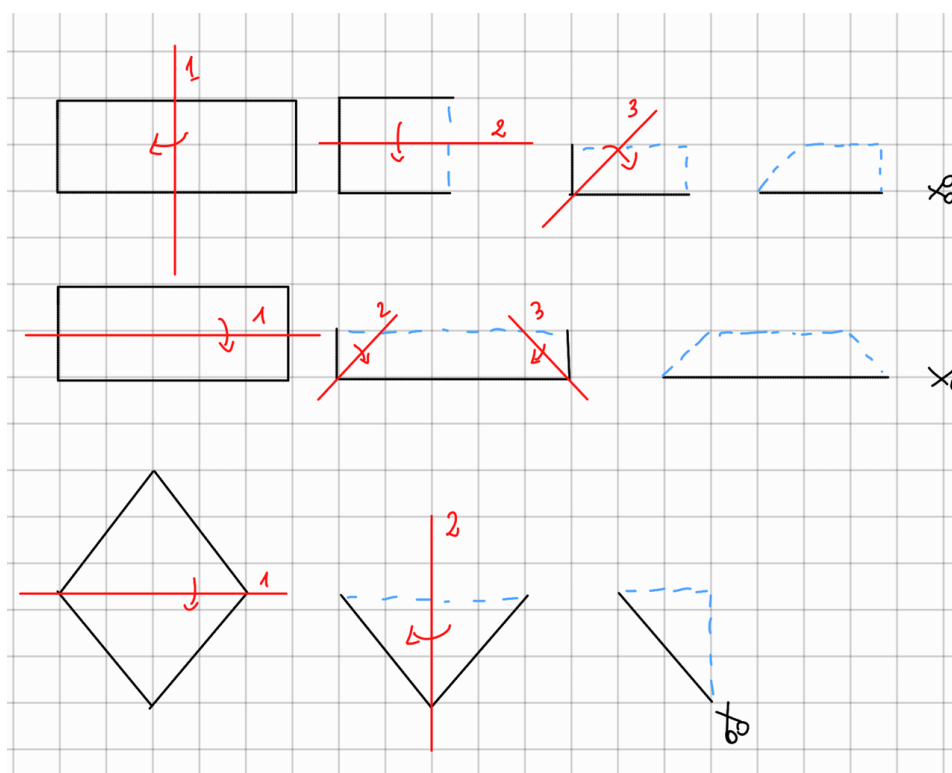


Figura 25: Le diverse modalità di piega del rettangolo e del rombo.

Per i gradi superiori che hanno più chiara la relazione che esiste tra le diverse figure geometriche si potrebbero proporre ulteriori rilanci. Si potrebbe chiedere loro di tagliare la stella a cinque punte. Gli alunni e le alunne non sono abituati ad essere esposti a figure geometriche concave. La stella, infatti, anche se non è un decagono regolare resta comunque un poligono con 10 lati e 10 vertici, ciò significa che si potrebbe definire come un decagono ma concavo. A causa delle *misconcezioni* che studenti e studentesse si creano riguardo le figure come il pentagono, l'esagono, l'ennagono e così via spesso non riescono a riconoscere un poligono con un certo numero di lati anche in figure che non sono quelle che si sono creati mentalmente, ovvero quelle regolari. È utile quindi che nelle attività laboratoriali siano esposti anche a figure concave e non solo convesse e regolari.

Tornando al laboratorio, la stella potrebbe essere ancora piegata facilmente grazie alle diverse simmetrie che possiede. Si può piegare scegliendo una punta da piegare a metà e poi piegando tutte le punte su una sola in diversi modi.

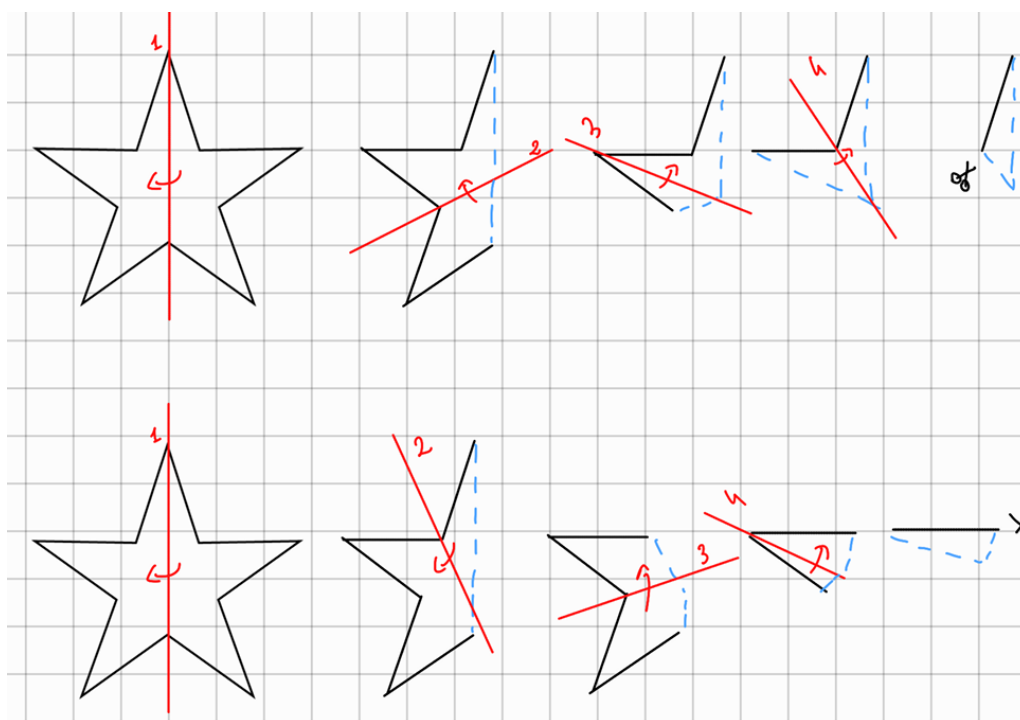


Figura 26: Alcune modalità di piega della stella.

La cosa interessante della stella è che potrebbe far ragionare gli studenti e le studentesse sul fatto che le figure che hanno diverse simmetrie, anche quelle che non fanno parte dei classici poligoni che si studiano a scuola, si possono tagliare sfruttando proprio questi assi particolari. Allora la domanda che potrebbe sorgere spontanea è:

- Ma se la figura non è simmetrica, cosa succede?

A quel punto si potrebbe pensare di fornire un triangolo scaleno. Per questa fase si può pensare di stampare diversi triangoli scaleni, alcuni ottusangoli, alcuni rettangoli, alcuni acutangoli. Infine, si potrebbe lasciare come rilancio da fare a casa il trapezio scaleno.

Gli alunni e le alunne potrebbero convincersi che non ci sia modo di tagliare queste figure, ma non è così. A questo punto si potrebbe accennare loro che esiste un teorema che assicura che questo compito è fattibile. Ciò che si potrebbero portare a casa, quindi, è la curiosità di riuscire a svolgere il compito e di leggere qualcosa in più sugli algoritmi. Alunni e alunne potrebbero comprendere maggiormente l'importanza dei teoremi, cioè l'importanza di dimostrare qualcosa che resterà valido per sempre e che le altre persone potranno utilizzare. Inoltre, potrebbero notare i limiti che talvolta i teoremi presentano, ovvero l'idea che “nonostante si abbia un teorema a sostegno di una tesi” non è sempre

facile creare una procedura, un algoritmo, che permetta di raggiungere il risultato. Potrebbero quindi iniziare a comprendere la difficoltà che è stata affrontata dai vari matematici della storia nel dimostrare che certe affermazioni sono vere e nel creare delle opportune regole che a scuola possono risultare difficili ma che in realtà sono delle semplificazioni per arrivare al risultato. La matematica non è nata così confezionata e piena di regole e strategie come appare sui libri di testo e questa cosa è importante che venga colta dagli studenti e dalle studentesse. Per quanto riguarda questa attività, in particolare, esistono vari riferimenti nella storia. Il primo riferimento conosciuto è un libro giapponese, *Wakoku Chiyekurabe* (Concorsi Matematici), di Kan Chu Sen, pubblicato nel 1721. In questo libro sono presenti diversi problemi per “testare l’intelligenza matematica” e uno di questi problemi richiede di piegare un foglio di carta rettangolare e di effettuare un solo taglio dritto per creare un tipico stemma giapponese, *sangaibisi* (tre rombi piegati). Un altro riferimento è un articolo del 1873 *National Standards and Emblems* su Harper's New Monthly Magazine i cui si racconta che nel 1777 George Washington e una commissione del Congresso hanno mostrato a Betsy Ross, sarta, vessillografa e patriota statunitense, i progetti per creare una bandiera con tredici stelle tutte a sei punte. Lei ha suggerito che fosse molto più comodo creare la bandiera con delle stelle a cinque punte e per avvalorare la sua tesi ha iniziato a creare le stelle piegando e tagliando, con un solo taglio dritto, dei fogli di carta in modo semplice e immediato. Un'altra cosa molto curiosa è che il problema di piega e taglio è stato usato per anni anche in diversi trucchi di magia. Houdini descrive un metodo per ritagliare una stella a cinque punte, Gerald Loe spiega come ritagliare composizioni di vari oggetti geometrici, come per esempio una catena circolare di stelle, e racconta come tagliare dal foglio con un unico taglio dritto tutte le lettere dell'alfabeto. Infine, anche Martin Gardner rimasto particolarmente colpito dalla capacità di Loe di ritagliare qualsiasi lettera dell'alfabeto, è stato il primo a considerare il ritaglio di poligoni più complessi un problema aperto.

Osservazioni sulla terza proposta.

La terza proposta è stata realizzata principalmente per i gradi scolastici 8 e 9. Come descritto precedentemente si potrebbe proporre anche ai gradi superiori con scopi differenti ma per questo lavoro di tesi è stata presa la decisione di dedicarlo principalmente ai gradi inferiori.

Dalle diverse classi si sono ottenute tutte le strategie che sono state descritte nella precedente sezione riguardo la piega delle varie figure fino alla stella a cinque punte. La maggior parte delle classi non aveva ancora affrontato in aula il concetto di simmetria, almeno alla scuola secondaria di primo grado, ma con questo laboratorio visivo gli alunni e le alunne sono riusciti/e almeno a richiamare il significato pratico, operativo che potrebbero aver già accennato alla scuola primaria.

Come ci si poteva aspettare, gli studenti e le studentesse sono riusciti/e con non troppe difficoltà ad individuare una strategia per ritagliare quadrato, rombo e rettangolo. Questo ha permesso di discutere maggiormente le relazioni tra queste figure.

Quasi tutti/e sono arrivati/e al punto di piegare la stella e hanno ottenuto esito positivo.

Come previsto però, il triangolo ha sollevato molte perplessità e difficoltà. Anche tra gli/le insegnanti che hanno deciso di fare un tentativo. Sono rimasti sorpresi quando è stato comunicato loro che esiste un teorema che assicura la riuscita del compito. Studenti e studentesse, infatti, dopo alcuni tentativi di piega del triangolo arrivavano alla conclusione che fosse un compito impossibile. Dopo averli messi al corrente dell'esistenza del teorema, però, si rimettevano in moto.

Probabilmente questo laboratorio ha lasciato la curiosità riguardo gli algoritmi e la voglia di riuscire a tagliare anche figure non simmetriche. Questo pensiero è confermato dal fatto che diversi alunni e alunne hanno chiesto di poter portare a casa alcuni triangoli scaleni e alcuni trapezi per continuare a provare.

Soltanto due ragazze di classe IV della scuola secondaria di secondo grado sono riuscite a piegare il trapezio in modo corretto avendo continuato a ragionare anche dopo il tempo a disposizione. Questa cosa è fortemente positiva perché dimostra che il laboratorio ha lasciato il desiderio di continuare a provare nonostante i fallimenti. Inoltre, le ragazze sono state anche in grado di rispiegare il procedimento ai compagni.

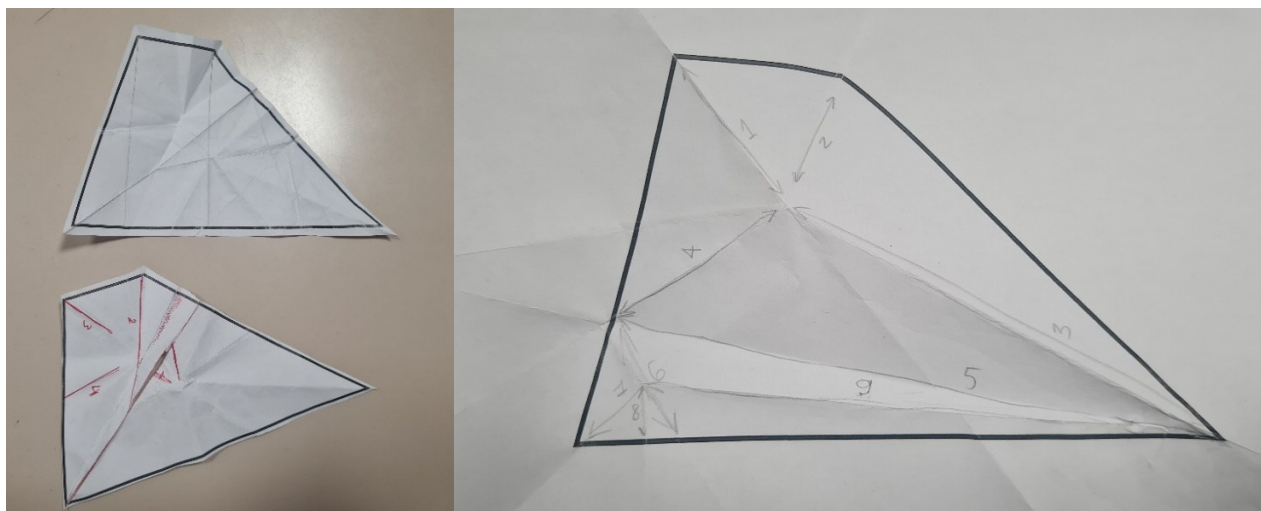


Figura 27: Le due soluzioni del trapezio scaleno.

Conclusione

Il presente lavoro di tesi ha avuto lo scopo di riflettere su possibili strategie per intervenire concretamente con lo scopo di ridurre il divario di genere nelle prestazioni matematiche. I primi due capitoli hanno fornito il quadro teorico di riferimento, evidenziando come il gender gap esistente a livello internazionale sia strettamente connesso a fattori emotivi, motivazionali e socioculturali, quali la *math anxiety*, la *self-efficacy* e la presenza di stereotipi di genere legati alla matematica. Tali elementi risultano fondamentali per sostenere l'idea che interventi mirati, come la valorizzazione di modelli femminili in matematica e l'adozione di attività laboratoriali, possano avere un impatto positivo sul divario di genere.

Il primo capitolo, attraverso i dati emersi dall'indagine internazionale di OCSE PISA 2022, ha mostrato chiaramente come il gender gap in matematica rappresenti un fenomeno diffuso a livello globale, ma non uniforme. Nella maggior parte dei Paesi OCSE i ragazzi ottengono risultati mediamente superiori rispetto alle ragazze coetanee; tuttavia, il divario risulta significativamente differente tra i Paesi membri. Questo risultato è fondamentale, poiché suggerisce che il divario non può essere spiegato esclusivamente da fattori biologici, ma è principalmente influenzato dal contesto culturale, sociale e educativo.

In questo quadro, la situazione italiana risulta particolarmente significativa. Il divario a favore dei ragazzi è il più alto tra i Paesi OCSE e corrisponde indicativamente a un anno di apprendimento scolastico. Questo dato assume un significato ancora più rilevante se si considera che, mentre i ragazzi italiani si collocano intorno alla media OCSE, le ragazze si posizionano al di sotto della media delle loro coetanee a livello internazionale.

Nel secondo capitolo si è cercato di approfondire le cause di tale divario, distinguendo tra fattori interni ed esterni. Tra i fattori interni, particolare attenzione è stata dedicata alla *self-efficacy* e alla *math anxiety*. I dati PISA 2022 mostrano infatti una forte correlazione tra autoefficacia, ansia nei confronti della matematica e prestazioni matematiche: una maggiore fiducia nelle proprie capacità comporta un aumento delle prestazioni matematiche, mentre livelli elevati di ansia nei confronti della materia sono collegati a prestazioni più basse.

Ciò che è risultato particolarmente rilevante per questo lavoro di tesi è che questi fattori psicologici non sono distribuiti in modo neutro rispetto al genere. Le ragazze, infatti, tendono a riportare livelli più elevati di ansia e una minore fiducia nelle proprie capacità, anche a parità di livelli di competenze. Questo suggerisce che il divario di genere non si può ridurre soltanto con interventi mirati al miglioramento delle competenze matematiche, ma anche mirati all'incremento positivo della percezione che le studentesse hanno di sé stesse.

Accanto ai fattori interni, un ruolo fondamentale è svolto dai fattori esterni, ovvero fattori di tipo socioculturale. L'idea, ancora diffusa, che la matematica sia una disciplina più adatta ai ragazzi contribuisce a influenzare negativamente le scelte, gli atteggiamenti e la fiducia delle studentesse. Inoltre, la relazione osservata tra il valore del Global Gender Gap Index, dato che rappresenta il livello di uguaglianza di genere di un Paese, e l'ampiezza del divario di genere nelle prestazioni matematiche ha portato alla conclusione che "nei Paesi in cui la donna è più emancipata" anche le prestazioni matematiche delle studentesse risultano in linea o addirittura superiori a quelle degli studenti. Questo significa che probabilmente nei Paesi in cui la donna è libera di fare le proprie scelte, senza essere influenzata dagli stereotipi legati alla materia, è più motivata rispetto allo studio e di conseguenza è più sicura delle proprie capacità e meno ansiosa.

A partire da queste premesse, il terzo capitolo ha rappresentato il nucleo centrale del lavoro, in cui le considerazioni teoriche sono state tradotte in pratica attraverso la realizzazione del progetto promosso da UNIMORE "Ritratti di matematiche dal mondo".

Il progetto ha permesso di intervenire su due dimensioni: la rappresentatività delle donne in matematica e fornire una visione più creativa e collaborativa della matematica utilizzando la didattica laboratoriale. In particolare, il lavoro svolto per tale progetto ha previsto non solo l'arricchimento dei contenuti della mostra con materiali aggiuntivi, ma anche la progettazione e la realizzazione di laboratori didattici rivolti alle scuole. L'ampliamento dei contenuti della mostra ha contribuito a rendere accessibili le storie delle matematiche, evidenziandone non solo i risultati matematici, ma anche i percorsi personali e le difficoltà incontrate entrando in un mondo prettamente maschile. Questo aspetto si è rivelato fondamentale per contrastare gli stereotipi e offrire modelli di riferimento matematici positivi per le studentesse. Parallelamente, i laboratori sono stati progettati con l'obiettivo di promuovere un approccio attivo, collaborativo e non competitivo alla matematica. Questo tipo di ambiente didattico si è dimostrato particolarmente efficace nel favorire il coinvolgimento e nel ridurre l'ansia, contribuendo allo sviluppo di una maggiore fiducia nelle proprie capacità. Si è voluto in particolare proporre una matematica più creativa e visiva che si discosta dal tipo di matematica che spesso si propone in classe. A tal proposito un ragazzo in visita ha dichiarato di essere rimasto positivamente sorpreso da questo approccio creativo alla matematica in quanto a scuola gli/le insegnanti si dedicano principalmente a teoria ed esercizi standard dovendo "*correre dietro al programma*".

È stato possibile rendersi conto degli effetti della visita grazie ad alcune domande somministrate agli studenti e alle studentesse all'inizio della mattinata e alla fine. Le prime domande erano legate al sentimento nei confronti della materia e si chiedeva loro di raccontare episodi positivi e negativi vissuti legati alla matematica.

Per quanto riguarda il racconto di episodi positivi legati alla materia, molti studenti e studentesse non fanno riferimento tanto al risultato, quanto al processo di comprensione del concetto e al superamento delle difficoltà. Emblematica è l'affermazione *“Quando ho capito davvero perché meno per meno facesse più”*, così come l'idea che *“ogni volta che si riesce a fare ciò di cui non ci si sentiva in grado sia sempre un episodio positivo”*.

Gli episodi negativi risultano invece fortemente connessi alla dimensione emotiva. La difficoltà riguardo il comprendere il ragionamento matematico dietro a una semplice regola o procedura può essere inizialmente vissuta come ostacolo *“Quando dovevo capire il perché meno per meno facesse più”* ma trasformarsi poi in un'esperienza positiva una volta superata. Altri studenti riportano situazioni di ansia da prestazione, in particolare durante interrogazioni o verifiche percepite come decisive: *“Durante un'interrogazione sono andata in panico...”* oppure *“sono andato molto in ansia per via del tempo...”*. Queste testimonianze confermano il ruolo centrale della *math anxiety* nel rapporto tra gli alunni e le alunne e la matematica.

Un'ulteriore domanda riguardava invece la percezione della matematica come attività individuale o di gruppo. Le risposte mostrano una chiara preferenza per il lavoro collaborativo, ritenuto più efficace per comprendere concetti complessi. Il confronto, infatti, permette di chiarire dubbi, individuare errori e costruire insieme il ragionamento. Alcune riflessioni risultano particolarmente significative a riguardo *“Credo sia una attività da fare insieme, perché così si può apprezzare molto di più l'aspetto “vivo” della disciplina, attraverso la condivisione di idee e punti di vista”* oppure *“non si basa solo sull'arrivare ad un risultato preciso ma bisogna ragionare insieme”*. In queste affermazioni emerge una visione della matematica come processo di costruzione di una strategia efficace, più che come semplice ricerca del risultato corretto.

Queste evidenze risultano coerenti con l'impostazione dei laboratori proposti, basati su un approccio collaborativo e non competitivo, e rafforzano l'idea che tali metodologie possano contribuire a ridurre l'ansia e a favorire una relazione più positiva con la matematica.

Le risposte degli studenti e delle studentesse alle domande aperte del questionario somministrato a fine visita *“Non mi aspettavo...”* e *“Mi porterò a casa...”*, invece, offrono un'idea riguardo l'impatto che la visita alla mostra e ai laboratori ha avuto su di loro. In particolare, alcune affermazioni evidenziano come la mostra abbia contribuito a mettere in discussione stereotipi radicati: *“Non mi aspettavo che ci fossero così tante donne matematiche nel mondo”* e *“Non mi aspettavo che molte donne potessero arrivare a livelli alti sulla matematica”*. Queste risposte mostrano chiaramente quanto sia ancora lontana l'idea che le donne possano affermarsi in ambito matematico e quanto sia quindi importante proporre modelli di riferimento femminili.

Allo stesso tempo, le risposte legate alla seconda domanda mettono in luce un cambiamento nel modo di percepire la matematica e le proprie capacità: *“Mi porterò a casa che la matematica non è qualcosa di incomprensibile ma è solo una materia che richiede esercizio più delle altre materie”* e *“Mi porterò a casa il pensiero di riuscire a generare un piccolo metodo per risolvere un problema”*. Gli studenti e le studentesse dopo la visita alla mostra e aver completato i laboratori sembrano aver sviluppato una visione più accessibile della matematica e una maggiore fiducia nella possibilità di affrontarla senza ansia e con successo. Nel complesso, queste risposte rafforzano l'idea che interventi basati sulla rappresentatività e su una didattica laboratoriale possano incidere positivamente sugli atteggiamenti e sulle emozioni legate alla matematica. Proprio questi aspetti, come emerso nel corso della tesi, giocano un ruolo fondamentale nella costruzione del divario di genere a favore degli alunni e per questo motivo rappresentano anche un punto di partenza per la sua riduzione.

In conclusione, il lavoro svolto conferma che il divario di genere in matematica è il risultato di un insieme di fattori individuali e sociali anche in correlazione tra loro. Per questo motivo, può essere affrontato attraverso interventi mirati che agiscano sia sul piano sociale sia su quello didattico. La valorizzazione di modelli femminili e l'adozione di metodologie laboratoriali, più attive e meno competitive, rappresentano strumenti concreti e promettenti in questa direzione.

Bibliografia

- Ahmed, W., Minnaert, A., Kuyper, H., & Van Der Werf, G. (2012). Reciprocal relationships between math self-concept and math anxiety. *Learning and Individual Differences*, 22(3), 385–389. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2011.12.004>
- Anichini, G., Arzarello, F., Ciarrapico, L., & Robutti, O. (2003). *Matematica 2003. La matematica per il cittadino*.
- Avvisati, F. (2021). How much do 15-year-olds learn over one year of schooling? *PISA in Focus*. <https://doi.org/10.1787/b837fd6a-en>
- Avvisati, F., & Givord, P. (2023). The learning gain over one school year among 15-year-olds: An international comparison based on PISA. *Labour Economics*, 84, 102365. <https://doi.org/10.1016/j.labeco.2023.102365>
- Boaler, J. (1997). Reclaiming School Mathematics: The girls fight back. *Gender and Education*, 9(3), 285–305. <https://doi.org/10.1080/09540259721268>
- Boaler, J. (2002a). *Experiencing School Mathematics: Traditional and Reform Approaches To Teaching and Their Impact on Student Learning, Revised and Expanded Edition* (0 ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781410606365>
- Boaler, J. (2002b). The Development of Disciplinary Relationships: Knowledge, Practice and Identity in Mathematics Classrooms. *For the Learning of Mathematics*, 22(1), 42–47.
- Boaler, J. (2015). *The Elephant in the Classroom: Helping Children Learn and Love Maths*. Souvenir Press.
- Boaler, J. (2019). *The challenge of being a mathematician as a woman* [Film]. https://www.ted.com/talks/jo_boaler_the_challenge_of_being_a_mathematician_as_a_woman
an
- Boaler, J., & Greeno, J. G. (2000). *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*. Bloomsbury Publishing USA.

- Bolondi, G. (2006). *Metodologia e didattica: Il laboratorio*.
- Bolondi, G., Cascella, C., & Giberti, C. (2017). *Highlights on gender gap from Italian standardized assessment in mathematics*. CZ. <https://aisberg.unibg.it/handle/10446/153065>
- Bolondi, G., Ferretti, F., & Giberti, C. (2018). Didactic Contract as a Key to Interpreting Gender Differences in Maths. *Journal of Educational, Cultural and Psychological Studies (ECPS Journal)*, (18), 415–435. <https://doi.org/10.7358/ecps-2018-018-bolo>
- Breda, T., Grenet, J., Monnet, M., & Van Effenterre, C. (2023). How Effective are Female Role Models in Steering Girls Towards STEM? Evidence from French High Schools. *The Economic Journal*, 133(653), 1773–1809. <https://doi.org/10.1093/ej/uead019>
- Byrnes, J. P., & Takahira, S. (1993). Explaining gender differences on SAT-math items. *Developmental Psychology*, 29(5), 805–810. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.29.5.805>
- Contini, D., Tommaso, M. L. D., & Mendolia, S. (2017). The gender gap in mathematics achievement: Evidence from Italian data. *Economics of Education Review*, 58, 32–42. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2017.03.001>
- D'Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Pitagora.
- Del Carpio, L., & Guadalupe, M. (2022). More Women in Tech? Evidence from a Field Experiment Addressing Social Identity. *Management Science*, 68(5), 3196–3218. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2021.4035>
- Demaine, E. (2026). *The Fold-and-Cut Problem (Erik Demaine)*. <https://erikdemaine.org/foldcut/>
- Eccles, J. S., Jacobs, J. E., & Harold, R. D. (1990). *Gender Role Stereotypes, Expectancy Effects, and Parents' Socialization of Gender Differences—Eccles—1990—Journal of Social Issues—Wiley Online Library*. <https://spssi.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-4560.1990.tb01929.x>
- Ferretti, F., & Giberti, C. (2021). The Properties of Powers: Didactic Contract and Gender Gap. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(8), 1717–1735. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10130-5>

- Giberti, C. (2018). Differenze di genere e misconcezioni nell'operare con le percentuali: Evidenze dalle prove INVALSI. *Cadmo : giornale italiano di pedagogia sperimentale* : 2, 2018, 97–114. <https://doi.org/10.3280/CAD2018-002007>
- Giberti, C. (2019). Differenze di genere in matematica: Dagli studi internazionali alla situazione italiana. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, (5), 44–69. <https://doi.org/10.33683/ddm.18.5.2>
- Giberti, C., Zivelonghi, A., & Bolondi, G. (2016). Gender differences and didactic contract: Analysis of two invalsi tasks on power properties. *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education - Vol. 2, PM 40, Szeged, Hungary, 3-7 August, 2016*, 275–282. <https://bia.unibz.it/esploro/outputs/conferenceProceeding/Gender-differences-and-didactic-contract-Analysis/991006492896801241>
- Gilligan, C. (1982). *In a Different Voice: Psychological Theory and Women's Development*. Harvard University Press.
- González de San Román, A., & De La Rica, S. (2012). *Gender Gaps in PISA Test Scores: The Impact of Social Norms and the Mother's Transmission of Role Attitudes*.
- Guiso, L., Monte, F., Sapienza, P., & Zingales, L. (2008). Culture, Gender, and Math. *Science*, 320(5880), 1164–1165. <https://doi.org/10.1126/science.1154094>
- Halpern, D. F., Beninger, A. S., & Straight, C. A. (2011). *Sex differences in intelligence*. 253–272.
- Hill, C., Corbett, C., & St. Rose, A. (2010). *Why So Few? Women in Science, Technology, Engineering, and Mathematics*. American Association of University Women. <https://eric.ed.gov/?id=ED509653>
- Hyde, J. S., Fennema, E., & Lamon, S. J. (1990). Gender differences in mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107(2), 139–155. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.107.2.139>

- INVALSI. (2023a). *Appendice_1*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2024/Indagini_internazionali/RAPPORTI/Appendice_1.pdf
- INVALSI. (2023b). *Rapporto_nazionale_PISA2022_*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2024/Indagini%20internazionali/RAPPORTI/Rapporto_nazionale_PISA2022_.pdf
- Johnston, B. (1995). *Mathematics: An abstracted discourse, in: P. ROGERS & G. KAISER (Eds) Equity in Mathematics Education: Influences of feminism and culture*. 226–234.
- Kaskens, J., Segers, E., Goei, S. L., Van Luit, J. E. H., & Verhoeven, L. (2020). Impact of Children’s math self-concept, math self-efficacy, math anxiety, and teacher competencies on math development. *Teaching and Teacher Education, 94*, 103096. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103096>
- Langer, E. J. (1997). *The power of mindful learning* (pp. xii, 167). Addison-Wesley/Addison Wesley Longman.
- Lawton, C. A., & Hatcher, D. W. (2005). Gender Differences in Integration of Images in Visuospatial Memory. *Sex Roles, 53*(9), 717–725. <https://doi.org/10.1007/s11199-005-7736-1>
- Lindberg, S. M., Hyde, J. S., Petersen, J. L., & Linn, M. C. (2010). New trends in gender and mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin, 136*(6), 1123–1135. <https://doi.org/10.1037/a0021276>
- Martinot, P., Colnet, B., Breda, T., Sultan, J., Touitou, L., Huguet, P., Spelke, E., Dehaene-Lambertz, G., Bressoux, P., & Dehaene, S. (2025). Rapid emergence of a maths gender gap in first grade. *Nature, 643*(8073), 1020–1029. <https://doi.org/10.1038/s41586-025-09126-4>
- Matoff, N. T. (2025). *Women in Mathematics from around the world. A gallery of portraits. About the project*. <https://wome ninmath.net/project/about-the-project/>.

- Mura. (1995). *Feminism and strategies for redressing gender imbalance in mathematics*, in: P. ROGERS & G. KAISER (Eds) *Equity in Mathematics Education: Influences of feminism and culture*. 155–162.
- OECD. (2016). PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education. *PISA*.
<https://doi.org/10.1787/9789264266490-en>
- OECD. (2019). *OECD Skills Outlook 2019: Thriving in a Digital World*. OECD Publishing.
<https://doi.org/10.1787/df80bc12-en>
- OECD. (2021). *OECD Skills Outlook 2021: Learning for Life*. OECD Publishing.
<https://doi.org/10.1787/0ae365b4-en>
- OECD. (2023a). *Definitions_pisa_gps*.
https://gpseducation.oecd.org/content/notes/definitions_pisa_gps.pdf
- OECD. (2023b). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework*. OECD Publishing.
<https://doi.org/10.1787/dfc0bf9c-en>
- OECD. (2023c). PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education. *PISA*. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- OECD. (2024). PISA 2022 Results (Volume V): Learning Strategies and Attitudes for Life. *PISA*.
<https://doi.org/10.1787/c2e44201-en>
- Osés, A., & Martinez De Lafuente, D. (2025). Doomed to the gender gap in STEM? The impact of a role model intervention. *SERIEs*. <https://doi.org/10.1007/s13209-025-00319-8>
- Paycha, S., & Matoff, N. (2023). *Women of Mathematics from around the world. A gallery of portraits [Catalogo]*. (4° ed., 8).
- Porter, C., & Serra, D. (2020). Gender Differences in the Choice of Major: The Importance of Female Role Models. *American Economic Journal: Applied Economics*, 12(3), 226–254.
<https://doi.org/10.1257/app.20180426>
- Rossi Becker, J. R. (1995). *Women's ways of knowing in mathematics*. In P. Rogers & G. Kaiser (Eds.), *Equity in mathematics education: Influences of feminism and culture*. 163–174.

- Ruffing, S., Wach, F., Spinath, F., Brünken, R., & Karbach, J. (2015). Learning strategies and general cognitive ability as predictors of gender-specific academic achievement. *Frontiers in Psychology*, 6, 1238. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.01238>
- Tiedemann, J. (2000). Parents' gender stereotypes and teachers' beliefs as predictors of children's concept of their mathematical ability in elementary school. *Journal of Educational Psychology*, 92(1), 144–151. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.92.1.144>
- Tomasetto, C. (2013). Matematica per i maschi, italiano per le femmine: Stereotipi di genere e atteggiamenti verso le materie scolastiche tra genitori e figli. *THE INQUISITIVE MIND*, 5, 19–24.
- UNESCO. (2006). *Education for All Global Monitoring Report 2006: Literacy for life*. UNESCO. <https://doi.org/10.54676/HFRH4626>
- UNESCO. (2022). *Making lifelong learning a reality: A handbook*. UNESCO. <https://doi.org/10.54675/FWWE9277>
- UNIMORE. (2025a). 1. NALINI ANANTHARAMAN – Progetto Ritratti di Matematiche. <https://www.ritrattidimatematiche.unimore.it/home/materiali-esposizione/1-nalini-anantharaman/>
- UNIMORE. (2025b, novembre 30). *Progetto Ritratti di Matematiche*. <https://www.ritrattidimatematiche.unimore.it/>
- Willis, S. (1995).) *Gender reform through school mathematics*, in: P. ROGERS & G. KAISER, (Eds) *Equity in Mathematics Education: Influences of feminism and culture*. 186–199.
- Winkelmann, H., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch, A. (2008). Gender differences in the mathematics achievements of German primary school students: Results from a German large-scale study. *ZDM*, 40(4), 601–616. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0124-x>
- WORLD ECONOMIC FORUM. (2025). *Reports.weforum.org/docs/WEF_GGGR_2025.pdf*. https://reports.weforum.org/docs/WEF_GGGR_2025.pdf
- Youcubed. (2026). *Activities and tasks*. <https://www.youcubed.org/tasks/>.

Zironi, A. (2025). *Rappresentazioni femminili nella matematica contemporanea: Dal progetto internazionale Women in Math alla mostra ampliata di Modena come iniziativa di public engagement*. UNIMORE.

Zohar, A., & Sela, D. (2003). Her physics, his physics: Gender issues in Israeli advanced placement physics classes. *International Journal of Science Education*, 25(2), 245–268.

<https://doi.org/10.1080/09500690210126766>