UNIMORE
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI
MODENA E REGGIO EMILIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA "ENZO FERRARI"
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA
(LM-33)

ANALISI DELLE PERDITE DI CARICO IN MANIFOLD IDRAULICI: PROPOSTA E VALIDAZIONE DI UNA NUOVA FORMULAZIONE SEMI-EMPIRICA PER I GOMITI A SPIGOLO VIVO

Relatore:
Prof.ssa Barbara Zardin
Correlatore:
Giuseppe Totaro
Tutor Aziendale:
Giovanni Cillo

Candidato:
Luigi Napoli

ANNO ACCADEMICO 2025/2026

ABSTRACT

La previsione delle **perdite di carico** localizzate costituisce un aspetto rilevante nella progettazione dei manifold oleodinamici, nei quali la realizzazione dei canali mediante forature incrociate determina frequentemente la presenza di deviazioni a 90° a **spigolo vivo**. Per tali geometrie, caratterizzate da brusche variazioni della direzione del flusso, separazione della corrente e formazione di zone di ricircolo, le correlazioni disponibili in letteratura possono presentare scostamenti significativi rispetto al comportamento dei componenti reali. Il presente lavoro propone una caratterizzazione sperimentale, modellistica e numerica delle perdite di carico associate a tali singolarità. La campagna sperimentale, condotta su differenti percorsi appartenenti a due **manifold** oleodinamici e in diverse condizioni operative, ha consentito di determinare la caduta di pressione e il relativo coefficiente di perdita al variare della portata, delle proprietà del fluido e del numero di Reynolds. A partire dai risultati sperimentali è stata sviluppata una nuova formulazione empirica per la previsione delle perdite di carico, successivamente implementata nella libreria **SmartFluidPower** in ambiente **OpenModelica**. Le prestazioni della formulazione proposta sono state confrontate con quelle delle correlazioni di **Idel'chik** e **Al-Tameemi & Ricco**, evidenziando complessivamente una migliore capacità di riprodurre i dati sperimentali nelle condizioni investigate. Nell'intero insieme dei casi analizzati, la **nuova formulazione** presenta uno scostamento medio dell'ordine del 6% rispetto ai valori sperimentali. Parallelamente sono stati sviluppati modelli **CFD** tridimensionali mediante **OpenFOAM**. L'affidabilità numerica delle simulazioni è stata verificata attraverso il controllo della convergenza, della qualità della mesh e della sensibilità della soluzione al raffinamento della griglia. I risultati **CFD** sono stati quindi confrontati con i dati sperimentali, mostrando complessivamente uno scostamento medio dell'ordine dell'11%, e sono stati utilizzati per analizzare i campi di velocità e pressione e interpretare i fenomeni fluidodinamici responsabili delle perdite localizzate. Il confronto complessivo tra dati sperimentali, nuova formulazione, correlazioni di letteratura e simulazioni **CFD** permette infine di valutare l'efficacia dei diversi approcci nella previsione delle perdite di carico nei gomiti a spigolo vivo tipici dei **manifold** oleodinamici e di evidenziare i limiti delle formulazioni classiche quando applicate a geometrie reali di circuiti integrati.

INDICE

ABSTRACT i

INDICE DELLE FIGURE vii

INDICE DELLE TABELLE xiv

INTRODUZIONE 1

CAPITOLO 1 5

STATO DELL'ARTE E FENOMENOLOGIA DELLE PERDITE DI CARICO NEI CIRCUITI IDRAULICI 5

1.1 INTRODUZIONE ALLA FISICA DEI FLUIDI REALI 5

1.1.1 DEFINIZIONE DI FLUIDO REALE E CONCETTO DI VISCOSITÀ DINAMICA E CINEMATICA. 5

1.1.2 IL MODELLO DI FLUIDO NEWTONIANO: SFORZI DI TAGLIO E GRADIENTI DI VELOCITÀ 7

1.1.3 ANALISI TERMODINAMICA DELLA DISSIPAZIONE: CONVERSIONE DI ENERGIA MECCANICA IN ENERGIA INTERNA (CALORE) ED ENTROPIA. 9

1.1.4 L'EQUAZIONE DI BERNOULLI ESTESA E BILANCIO ENERGETICO MACROSCOPICO. 11

1.2 REGIMI DI DEFLUSSO E ANALISI DIMENSIONALE 13

1.2.1 IL NUMERO DI REYNOLDS (Re): SIGNIFICATO FISICO COME RAPPORTO TRA FORZE D'INERZIA E FORZE VISCOSE 13

1.2.2 ESPERIENZA STORICA DI OSBORNE REYNOLDS E STABILITÀ DEL MOTO 14

1.2.3 CARATTERIZZAZIONE DEL REGIME LAMINARE: EQUILIBRIO DELLE FORZE E PROFILI DI VELOCITÀ SVILUPPATI. 15

1.2.4 IL REGIME DI TRANSIZIONE E IL REGIME TURBOLENTO: INTRODUZIONE ALLE FLUTTUAZIONI DI VELOCITÀ. 17

1.3 TEORIA DELLO STRATO LIMITE E PERDITE DISTRIBUITE 20

1.3.1 LO STRATO LIMITE DI PRANDTL: EVOLUZIONE LUNGO LE PARETI E NO-SLIP CONDITION 20

1.3.2 ANALISI DELLE PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE: L'EQUAZIONE DI DARCY-WEISBACH. 21

1.3.3 IL FATTORE D'ATTRITO (λ): ANALISI ANALITICA NEL REGIME LAMINARE $\lambda = 64Re$ E CENNI ALLE FORMULE EMPIRICHE PER IL TURBOLENTO (COLEBROOK-WHITE). 22

1.3.4 INFLUENZA DELLA RUGOSITÀ RELATIVA: DAL TUBO LISCIO AL REGIME DI COMPLETA TURBOLENZA (DIAGRAMMA DI MOODY). 24

1.4 MECCANICA DELLE PERDITE DI CARICO LOCALIZZATE (SINGOLARITÀ) 26

1.4.1 DEFINIZIONE DI COMPONENTE LOCALIZZATO E ORIGINE INERZIALE DELLA DISSIPAZIONE. 26

1.4.2 FENOMENOLOGIA DEL DISTACCO DELLA VENA FLUIDA E FORMAZIONE DELLE ZONE DI RICIRCOLO (EDDIES). 27

1.4.3 IL CONCETTO DI VENA CONTRACTA: ACCELERAZIONI LOCALI E INEFFICIENZA DEL RECUPERO DI PRESSIONE. 29

1.4.4 IL COEFFICIENTE DI RESISTENZA ADIMENSIONALE ζ: DEFINIZIONE SECONDO IDELCHIK. 31

1.5 LA FLUIDODINAMICA NEI GOMITI A SPIGOLO VIVO 33

1.5.1 CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DEL GOMITO A SPIGOLO VIVO E CONFRONTO CON LE CURVE A RAGGIO COSTANTE. 33

1.5.2 FLUSSI SECONDARI E MOTO TRIDIMENSIONALE NEI CAMBI DI DIREZIONE. 34

1.5.3 ANALISI DEI GRADIENTI DI PRESSIONE AVVERSI E MECCANISMI DI SEPARAZIONE SPECIFICA PER ANGOLI NETTI. 36

1.5.4 IL FENOMENO DELLA CAVITAZIONE NEI GOMITI A SPIGOLO VIVO 38

1.5.5 DIPENDENZA DEL COEFFICIENTE ζ DAL NUMERO DI REYNOLDS IN REGIME LAMINARE: L'EFFETTO "VISCOSITÀ DOMINANTE". 40

1.6 CORRELAZIONI PER LA VALUTAZIONE DELLE PERDITE LOCALIZZATE 42

1.6.1 IL METODO DEL "MANUALE DI IDELCHIK": APPROCCIO TABELLARE E DIAGRAMMI DI CALCOLO 42

1.6.2 CORRELAZIONE DI AL-TAMEEMI E RICCO 44

1.6.3 CAMPO DI APPLICABILITÀ DELLE CORRELAZIONI E NECESSITÀ DELLA VERIFICA SPERIMENTALE 46

CAPITOLO 2 48

PROVE SPERIMENTALI E ANALISI DELLE CORRELAZIONI TROVATE IN LETTERATURA 48

2.1 CARATTERIZZAZIONE SPERIMENTALE 48

2.1.1 IL CIRCUITO OLEODINAMICO DI SUPPORTO 48

2.1.2 I COMPONENTI IN ESAME: GEOMETRIE E TIPOLOGIE DI MANIFOLD 51

2.1.3 SENSORI E ACCURATEZZA METROLOGICA 56

2.1.4 ANALISI GLOBALE DELL'INCERTEZZA E PROPAGAZIONE DELL'ERRORE 57

2.2 CONDIZIONI OPERATIVE E CALCOLO DELLO ζ SPERIMENTALE 58

2.2.1 DEFINIZIONE DEL PIANO SPERIMENTALE 58

2.2.2 OTTIMIZZAZIONE DEL SOFTWARE PER IL CAMPIONAMENTO DELLE PRESSIONI (LABVIEW) 59

2.2.3 PROPRIETÀ TERMOFISICHE DEL FLUIDO DI LAVORO 63

2.2.4 CAMPIONAMENTO DELLE PRESSIONI E CALCOLO DEL COEFFICIENTE ζexp 65

2.3 RISULTATI SPERIMENTALI 67

2.3.1 ANDAMENTO SPERIMENTALE DI ζ IN FUNZIONE DI Re 67

2.3.2 RISULTATI PER LE DIVERSE GEOMETRIE/CONFIGURAZIONI 68

2.4 CONFRONTO CON LE CORRELAZIONI DI LETTERATURA 71

2.4.1 CONFRONTO DATI SPERIMENTALI IDEL'CHIK 71

2.4.2 CONFRONTO DATI SPERIMENTALI AL-TAMEEMI E RICCO 75

2.4.3 SINTESI DEGLI SCOSTAMENTI E MOTIVAZIONE DELLO SVILUPPO DI UNA NUOVA CORRELAZIONE 79

CAPITOLO 3 82

MODELLAZIONE NUMERICA CFD DEL GOMITO A SPIGOLO VIVO 82

3.1 OBIETTIVI E IMPOSTAZIONE GENERALE DELLA SIMULAZIONE 83

3.1.1 RUOLO ED OBIETTIVI DELLA MODELLAZIONE CFD 83
3.1.2 DESCRIZIONE DEL PROBLEMA E ASSUNZIONI FISICHE 84
3.2 DEFINIZIONE DEL DOMINIO GEOMETRICO 88
3.2.1 COSTRUZIONE E SEMPLIFICAZIONE DEL DOMINIO FLUIDO 88
3.2.2 ANALISI DELLE CARATTERISTICHE DEL DOMINIO FLUIDO 90
3.3 DISCRETIZZAZIONE SPAZIALE (GENERAZIONE DELLA MESH) 91
3.3.1 TIPOLOGIA E TOPOLOGIA DELLA GRIGLIA 91
3.3.2 TRATTAMENTO DELLE REGIONI PROSSIME ALLA PARETE 94
3.3.3 INDICATORI DI QUALITÀ DELLA GRIGLIA 97
3.4 MODELLO FISICO, CONDIZIONI AL CONTORNO E SOLVER 99
3.4.1 EQUAZIONI DI GOVERNO E PROPRIETÀ DEL FLUIDO 99
3.4.2 CONDIZIONI AL CONTORNO (*BOUNDARY CONDITION*) 102
3.4.3 SCHEMI NUMERICI E CRITERI DI CONVERGENZA 104
3.5 STUDIO DI SENSIBILITÀ DELLA GRIGLIA 106
3.5.1 DEFINIZIONE DEI LIVELLI DI INFITTIMENTO 106
3.5.2 ANALISI DI SENSIBILITÀ SUI RISULTATI 108
3.5.3 SELEZIONE DELLA MESH OTTIMALE 109
3.6 VERIFICA, VALIDAZIONE E ANALISI DEI RISULTATI CFD 110
3.6.1 VERIFICA DELLA CONVERGENZA E DELL'AFFIDABILITÀ NUMERICA 110
3.6.2 VALIDAZIONE DEL MODELLO CFD MEDIANTE CONFRONTO CON I DATI SPERIMENTALI 114
3.6.3 ANALISI DEI CAMPI FLUIDODINAMICI 118
CAPITOLO 4 124
SVILUPPO, IMPLEMENTAZIONE E VALUTAZIONE DELLA NUOVA CORRELAZIONE SEMI-EMPIRICA 124
4.1 MOTIVAZIONI E OBIETTIVI DELLA NUOVA FORMULAZIONE 125
4.2 FORMULAZIONE MATEMATICA E FITTING DEI DATI SPERIMENTALI 126
4.2.1 FONDAMENTI SCIENTIFICI DELLA NUOVA FORMULAZIONE 126

4.2.2 DEFINIZIONE E ANALISI DELLA NUOVA CORRELAZIONE SEMI-EMPIRICA……...130

4.2.3 DETERMINAZIONE DEI COEFFICIENTI E FITTING SUI DATI SPERIMENTALI…….……133

4.3 IMPLEMENTAZIONE DELLA NUOVA FORMULA EMPIRICA IN LIBRERIA OPENMODELICA 134

4.3.1 IL SOFTWARE OPENMODELICA 134

4.3.2 LA LIBRERIA SMARTFLUIDPOWER 137

4.3.3 IL MODELLO DEL GOMITO IDRAULICO IN OPENMODELICA 143

4.4 VALUTAZIONE DELLA NUOVA CORRELAZIONE E CONFRONTO DEI RISULTATI 148

4.4.1 CONFRONTO TRA NUOVA CORRELAZIONE E DATI SPERIMENTALI 148

4.4.2 CONFRONTO CON LE CORRELAZIONI DI IDEL'CHIK E AL-TAMEEMI E RICCO ……155

4.4.3 CONFRONTO CON I RISULTATI CFD 160

4.4.4 SINTESI DEI RISULTATI E CAMPO DI APPLICABILITÀ 165

CONCLUSIONI 167

BIBLIOGRAFIA 173

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1 – Andamento qualitativo della viscosità cinematica in funzione della temperatura. Fonte: [1]. 6
Figura 2 – Evoluzione dello strato limite e sviluppo del profilo di velocità all'ingresso di un condotto. Fonte: elaborazione propria sulla base di [1] 13
Figura3 – Rappresentazione schematica dell'esperimento di Reynolds al crescere della velocità del flusso. Fonte: elaborazione grafica sulla base di [4]. 14
Figura4– Bilancio delle forze di pressione e di taglio su un elemento cilindrico di fluido in moto completamente sviluppato. Fonte: elaborazione propria sulla base di [1]. 16
Figura5– Diagramma di Nikuradse: andamento del fattore di attrito in funzione del numero di Reynolds e della rugosità relativa. Fonte: elaborazione sulla base di [1], [7]. 18
Figura6 – Diagramma di Moody per il fattore di attrito di Darcy in funzione del numero di Reynolds e della rugosità relativa. Fonte: adattato da [8]..... 25
Figura7– Rappresentazione schematica della cascata energetica di Kolmogorov. Fonte: elaborazione propria sulla base di [5]. 28
Figura8– Geometria di riferimento del gomito a 90° a spigolo vivo. Fonte: elaborazione propria. . 33
Figura9– Confronto schematico tra i flussi secondari in un condotto curvo a raggio finito e il moto con ricircolo in un gomito a 90° a spigolo vivo. Fonte: elaborazione propria sulla base di [10]..... 35
Figura10– Andamento del coefficiente di perdita in funzione del numero di Reynolds per i dati sperimentali di Al-Tameemi e Ricco e relativa correlazione. Fonte: [12]. 45
Figura 11– Vista frontale del banco prova oleodinamico utilizzato nella campagna sperimentale. Fonte: fotografia dell'autore. 49
Figura 12– Vista dell'impianto idraulico e dei principali componenti della centralina di prova. Fonte: fotografia dell'autore..... 49
Figura 13 – Schema ISO della centralina idraulica del banco prova. Fonte: documentazione tecnica del banco prova. 50
Figura 14 – Manifold 2 utilizzato durante le prove sperimentali. Fonte: fotografia dell'autore..... 52
Figura 15– Disegno tecnico del Manifold 2. Fonte: documentazione tecnica del componente. 52
Figura 16– Sezione del percorso interno del Manifold 2 in corrispondenza del gomito a 90° a spigolo vivo. Fonte: elaborazione propria. 53
Figura 17– Manifold 5 utilizzato durante le prove sperimentali. Fonte: fotografia dell'autore..... 54
Figura 18– Disegno tecnico del Manifold 5. Fonte: documentazione tecnica del componente. 54
Figura 19 – Visualizzazione del percorso interno a U del Manifold 5. Fonte: elaborazione propria 55

Figura 20 – Visualizzazione del percorso interno a S del Manifold 5. Fonte: elaborazione propria. 55
Figura 21– Pannello frontale del modulo RT Main sviluppato in LabVIEW. Fonte: elaborazione propria. 60
Figura 22– Diagrammi a blocchi del modulo RT Main per l'acquisizione e la gestione dei segnali. Fonte: elaborazione propria in LabVIEW. 60
Figura 23 – Pannello frontale dell'applicativo PC Main sviluppato in LabVIEW. Fonte: elaborazione propria. 61
Figura 24 – Ciclo di acquisizione e gestione dei dati nell'applicativo PC Main. Fonte: elaborazione propria in LabVIEW. 61
Figura 25 – Ciclo di scrittura e composizione della stringa per il salvataggio dei dati sperimentali. Fonte: elaborazione propria in LabVIEW. 63
Figura 26 – Andamento sperimentale del coefficiente di perdita in funzione del numero di Reynolds per il Manifold 2, con relativo dataset. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 68
Figura 27 – Confronto dell'andamento del coefficiente di perdita in funzione del numero di Reynolds per le quattro configurazioni del Manifold 5. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 70
Figura 28 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dal metodo di Idel'chik per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e metodo di Idel'chik [2]. 72
Figura 29 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dal metodo di Idel'chik per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e metodo di Idel'chik [2]. 73
Figura 30 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dal metodo di Idel'chik per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e metodo di Idel'chik [2]. 73
Figura 31 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dal metodo di Idel'chik per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e metodo di Idel'chik [2]. 74
Figura 32 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dal metodo di Idel'chik per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e metodo di Idel'chik [2]. 74
Figura 33 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla correlazione di Al-Tameemi e Ricco per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazione di Al-Tameemi e Ricco [12]. 76

Figura 34 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla correlazione di Al-Tameemi e Ricco per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazione di Al-Tameemi e Ricco [12]..... 77
Figura 35 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla correlazione di Al-Tameemi e Ricco per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazione di Al-Tameemi e Ricco [12]..... 77
Figura 36 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla correlazione di Al-Tameemi e Ricco per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazione di Al-Tameemi e Ricco [12]..... 78
Figura 37– Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla correlazione di Al-Tameemi e Ricco per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazione di Al-Tameemi e Ricco [12]..... 78
Figura 38 – Esempio di campo fluidodinamico nel gomito a 90° a spigolo vivo utilizzato per l'impostazione dell'analisi CFD. Fonte: elaborazione propria mediante CFD. 85
Figura 39 – Vista del dominio dimezzato e del piano di simmetria utilizzato nel modello numerico. Fonte: elaborazione propria in SALOME 89
Figura 40– Vista generale della mesh generata nel dominio fluido. Fonte: elaborazione propria in SALOME..... 92
Figura 41 – Dettaglio della discretizzazione volumetrica e della zona di transizione verso gli strati prossimi alla parete. Fonte: elaborazione propria in SALOME. 93
Figura 42 – Dettaglio degli strati prismatici utilizzati in prossimità della parete. Fonte: elaborazione propria in SALOME..... 95
Figura 43 – Vista della mesh in prossimità del gomito e della regione di parete. Fonte: elaborazione propria in SALOME..... 96
Figura 44 – Output del controllo checkMesh per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria in OpenFOAM..... 98
Figura 45 – Output del controllo checkMesh per il Manifold 5. Fonte: elaborazione propria in OpenFOAM. 99
Figura 46 – Identificazione delle superfici di contorno del dominio numerico: Inlet, Outlet, Wall e Symmetry. Fonte: elaborazione propria. 103
Figura 47 – Confronto visivo tra i tre livelli di infittimento della griglia: mesh grossolana, intermedia e fitta. Fonte: elaborazione propria in SALOME. 107
Figura 48 – Andamento dei residui di convergenza per il caso a basso numero di Reynolds. Fonte: elaborazione propria in OpenFOAM 111

Figura 49 – Andamento dei residui di convergenza per il caso a numero di Reynolds più elevato. Fonte: elaborazione propria in OpenFOAM. 112
Figura 50 – Distribuzione del parametro adimensionale y+ sulle pareti del dominio per il caso a basso numero di Reynolds. Fonte: elaborazione propria mediante CFD in OpenFOAM e post-processing in ParaView. 113
Figura 51 – Distribuzione del parametro adimensionale y+ sulle pareti del dominio per il caso a numero di Reynolds più elevato. Fonte: elaborazione propria mediante CFD in OpenFOAM e post-processing in ParaView 113
Figura 52 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella calcolata mediante CFD per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD. 116
Figura 53 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella calcolata mediante CFD per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD. 116
Figura 54 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella calcolata mediante CFD per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD. 117
Figura 55 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella calcolata mediante CFD per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD. 117
Figura 56 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella calcolata mediante CFD per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD. 118
Figura 57 – Campo di pressione nel gomito per una condizione a basso numero di Reynolds. Fonte: elaborazione propria mediante CFD. 119
Figura 58 – Campo di pressione nel gomito per una condizione a numero di Reynolds più elevato. Fonte: elaborazione propria mediante CFD. 119
Figura 59 – Campo di velocità nel gomito per una condizione a basso numero di Reynolds. Fonte: elaborazione propria mediante CFD. 120
Figura 60 – Campo di velocità nel gomito per una condizione a numero di Reynolds più elevato. Fonte: elaborazione propria mediante CFD. 121
Figura 61 – Linee di corrente nel gomito per una condizione a basso numero di Reynolds. Fonte: elaborazione propria mediante CFD. 122
Figura 62 – Linee di corrente nel gomito per una condizione a numero di Reynolds più elevato. Fonte: elaborazione propria mediante CFD. 122

Figura 63 – Esempio di diagramma a blocchi per un controllore PI. Fonte: [29], [30]. 136
Figura 64 – Esempio di circuito elettrico utilizzato per illustrare la modellazione acausale. Fonte: [29], [30]. 136
Figura 65 – Interfaccia di OpenModelica per la costruzione e la simulazione di un modello. Fonte: schermata dell'autore; software OpenModelica [29]. 137
Figura 66 – Logo SmartFluidPower. Fonte: SmartFluidPower [31]. 138
Figura 67 – Struttura generale delle librerie sviluppate in SmartFluidPower. Fonte: SmartFluidPower [31]. 139
Figura 68 – Connettori idraulici HydPinVol e HydPinVol2 utilizzati nella libreria. Fonte: schermata della libreria SmartFluidPower [31]. 139
Figura 69 – Componenti PressureSource e Tank disponibili nella sezione Sources. Fonte: schermata della libreria SmartFluidPower [31]. 140
Figura 70 – Componenti disponibili nella sezione Volumes della libreria. Fonte: schermata della libreria SmartFluidPower [31]. 141
Figura 71 – Esempi di componenti idraulici e relative porte di connessione nella libreria SmartFluidPower. Fonte: schermata della libreria SmartFluidPower [31]. 142
Figura 72 – Modello Elbow inserito nella libreria Resistances in ambiente OpenModelica. Fonte: elaborazione propria in SmartFluidPower/OpenModelica. 143
Figura 73 – Estratto del codice del modello parziale PartialDelta utilizzato dal componente Elbow. Fonte: libreria SmartFluidPower [31]. 144
Figura 74 – Estratto del codice relativo ai bilanci idraulici e alla gestione del volume nel modello. Fonte: elaborazione propria su libreria SmartFluidPower [31]. 144
Figura 75 – Estratto del codice del modello Elbow con la definizione dei parametri e delle grandezze principali. Fonte: elaborazione propria su libreria SmartFluidPower [31]. 146
Figura 76 – Estratto del codice per la selezione della geometria e il calcolo delle grandezze geometriche del gomito. Fonte: elaborazione propria su libreria SmartFluidPower [31]. 147
Figura 77 – Assegnazione delle variabili del modello Elbow alla struttura PartialDelta. Fonte: elaborazione propria su libreria SmartFluidPower [31]. 147
Figura 78 – Confronto tra il coefficiente di perdita sperimentale e quello previsto dalla nuova correlazione in funzione del numero di Reynolds per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 148
Figura 79 – Confronto tra il coefficiente di perdita sperimentale e quello previsto dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 149

Figura 80 – Confronto tra il coefficiente di perdita sperimentale e quello previsto dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 149
Figura 81 – Confronto tra il coefficiente di perdita sperimentale e quello previsto dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 150
Figura 82 – Confronto tra il coefficiente di perdita sperimentale e quello previsto dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T, secondo il caso riportato nel grafico. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 150
Figura 83 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla nuova correlazione per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali 151
Figura 84 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 152
Figura 85 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 152
Figura 86 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 153
Figura 87 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T, secondo il caso riportato nel grafico. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 153
Figura 88 – Confronto della caduta di pressione per il Manifold 2 tra dati sperimentali, nuova correlazione, metodo di Idel'chik e correlazione di Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12]. 155
Figura 89 – Confronto del coefficiente di perdita per il Manifold 2 tra dati sperimentali, nuova correlazione, metodo di Idel'chik e correlazione di Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12]. 156
Figura 90 – Confronto del coefficiente di perdita per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T, tra dati sperimentali, nuova correlazione, Idel'chik e Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12]. 157

Figura 91 – Confronto del coefficiente di perdita per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P, tra dati sperimentali, nuova correlazione, Idel'chik e Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12]. 157
Figura 92 – Confronto del coefficiente di perdita per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P, tra dati sperimentali, nuova correlazione, Idel'chik e Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12]. 158
Figura 93 – Confronto del coefficiente di perdita per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T, secondo il caso riportato nel grafico, tra dati sperimentali, nuova correlazione, Idel'chik e Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [12], ... 158
Figura 94 – Confronto della caduta di pressione per il Manifold 2 tra dati sperimentali, correlazione di Al-Tameemi e Ricco e risultati CFD. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali, correlazione [12] e risultati CFD. 160
Figura 95 – Confronto della caduta di pressione tra dati sperimentali, nuova correlazione e risultati CFD per le quattro configurazioni del Manifold 5 percorso P1 direzione P → T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD. 162
Figura 96 – Confronto della caduta di pressione tra dati sperimentali, nuova correlazione e risultati CFD per le quattro configurazioni del Manifold 5 percorso P1 direzione T→ P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD. 163
Figura 97 – Confronto della caduta di pressione tra dati sperimentali, nuova correlazione e risultati CFD per le quattro configurazioni del Manifold 5 percorso P2 direzione T→ P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD. 163
Figura 98 – Confronto della caduta di pressione tra dati sperimentali, nuova correlazione e risultati CFD per le quattro configurazioni del Manifold 5 percorso P2 direzione P→ T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD. 164
Figura 99 – Confronto complessivo della caduta di pressione per il Manifold 2 tra dati sperimentali, nuova correlazione, metodo di Idel'chik e correlazione di Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12]. 168
Figura 100 – Confronto della caduta di pressione per il Manifold 2 tra dati sperimentali, correlazione di Al-Tameemi e Ricco e risultati CFD. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali, correlazione [12] e risultati CFD. 169

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1 – Coefficienti ζloc e A in funzione dell'angolo di deviazione δ per il metodo di Idel'chik. Fonte: adattato da [2]. 43
Tabella 2 – Coefficiente C1 in funzione del rapporto geometrico a0/b0 per il metodo di Idel'chik. Fonte: adattato da [2]. 43
Tabella 3– Sequenza dei valori nominali di portata Q utilizzati durante la campagna sperimentale. Fonte: elaborazione propria. 65
Tabella 4– Esempio di tabella di elaborazione delle grandezze sperimentali per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria. 66
Tabella 5 – Intervalli sperimentali del numero di Reynolds e del coefficiente di perdita per le configurazioni analizzate. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali. 69
Tabella 6 – Scostamenti medi delle correlazioni di Idel'chik e di Al-Tameemi e Ricco rispetto ai dati sperimentali del Manifold 5. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazioni [2], [12]. 80
Tabella 7 – Principali indicatori di qualità della mesh per i Manifold 2 e 5. Fonte: elaborazione propria da checkMesh. 98
Tabella 8 – Parametri dei tre livelli di infittimento utilizzati nello studio di sensibilità alla griglia. Fonte: elaborazione propria. 108
Tabella 9 – Caduta di pressione ottenuta con le tre mesh nello studio di sensibilità alla griglia. Fonte: elaborazione propria. 108
Tabella 10 – Scostamento medio tra risultati CFD e dati sperimentali per le configurazioni analizzate. Fonte: elaborazione propria. 115
Tabella 11 – Scostamenti percentuali tra nuova correlazione e dati sperimentali nelle diverse configurazioni. Fonte: elaborazione propria. 154
Tabella 12 – Confronto degli scostamenti medi della nuova correlazione con Al-Tameemi e Ricco e Idel'chik. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazioni [2], [12]. 159
Tabella 13 – Confronto degli scostamenti medi tra nuova correlazione e CFD per le configurazioni del Manifold 5. Fonte: elaborazione propria. 161
Tabella 14 – Sintesi dei principali risultati quantitativi ottenuti nel presente lavoro. Fonte: elaborazione propria. 170

INTRODUZIONE

Il presente lavoro di tesi nasce nell'ambito di un tirocinio svolto presso **SmartFluidPower**, con l'obiettivo di contribuire all'aggiornamento della libreria sviluppata dall'azienda per la modellazione e la simulazione di sistemi oleodinamici in ambiente **OpenModelica**. In particolare, è emersa la necessità di introdurre all'interno della libreria un modello in grado di rappresentare in maniera adeguata le perdite di carico associate ai **gomiti a 90° a spigolo vivo**, geometrie frequentemente presenti nei **manifold** oleodinamici realizzati mediante forature incrociate.

L'obiettivo iniziale del progetto è stato quindi quello di individuare una formulazione sufficientemente semplice da poter essere implementata in un modello a parametri concentrati, ma allo stesso tempo capace di descrivere il comportamento delle perdite nel campo operativo di interesse. Da questa esigenza è nato un percorso di studio più ampio, che ha richiesto dapprima l'analisi dello stato dell'arte e delle principali correlazioni disponibili in letteratura e, successivamente, il loro confronto con dati sperimentali ottenuti su componenti reali.

La previsione delle perdite di carico costituisce infatti un aspetto rilevante nella progettazione dei sistemi oleodinamici, poiché influenza il dimensionamento dei componenti, le pressioni operative e l'efficienza complessiva del circuito. Oltre alle perdite distribuite lungo i condotti, assumono particolare importanza le perdite localizzate generate da discontinuità geometriche, variazioni di sezione e brusche deviazioni della corrente.

Nel caso dei **manifold**, la necessità di ottenere circuiti interni compatti porta frequentemente alla realizzazione di condotti mediante forature ortogonali. L'intersezione tra due canali genera una deviazione a 90° caratterizzata da uno spigolo vivo, nella quale il fluido subisce una brusca variazione della direzione del moto. Tale configurazione favorisce la separazione della corrente, la formazione di regioni di ricircolo e una redistribuzione tridimensionale dei campi di velocità e pressione, determinando una dissipazione energetica aggiuntiva.

La valutazione di tali fenomeni viene generalmente effettuata mediante un coefficiente di perdita localizzata ζ, che mette in relazione la caduta di pressione con la pressione dinamica del flusso. I principali manuali tecnici forniscono valori e metodi di calcolo utilizzabili per molte configurazioni geometriche; tuttavia, nel campo analizzato nel presente lavoro, il confronto con le misure sperimentali ha evidenziato una marcata dipendenza del coefficiente di perdita dal numero di Reynolds, non sempre rappresentata in maniera soddisfacente dalle formulazioni più tradizionali.

Per questo motivo, una parte iniziale dell'attività è stata dedicata all'analisi delle principali correlazioni disponibili in letteratura, con particolare attenzione al metodo di **Idel'chik** e alla formulazione proposta da **Al-Tameemi e Ricco** per i gomiti a 90° a spigolo vivo. Quest'ultima introduce esplicitamente la dipendenza del coefficiente di perdita dal numero di Reynolds e ha rappresentato il principale riferimento matematico per lo sviluppo successivo del lavoro.

Il confronto tra tali formulazioni e i risultati ottenuti sperimentalmente sui **manifold** analizzati ha tuttavia evidenziato la presenza di scostamenti, attribuibili alle differenti condizioni geometriche e operative rispetto a quelle considerate negli studi di riferimento. È nata quindi la necessità di sviluppare una nuova correlazione **semi-empirica**, mantenendo una struttura matematica sufficientemente compatta per l'implementazione in **OpenModelica** e introducendo opportuni termini correttivi determinati attraverso il fitting dei dati sperimentali disponibili.

La definizione della nuova formulazione è stata quindi affiancata da una campagna sperimentale su **banco prova oleodinamico**, mediante la quale sono state misurate le cadute di pressione per differenti configurazioni di **manifold** e condizioni di portata. I dati acquisiti sono stati elaborati per determinare il coefficiente di perdita localizzata e analizzarne l'andamento in funzione del numero di Reynolds, fornendo la base sperimentale utilizzata per la calibrazione della correlazione.

Parallelamente è stato sviluppato un modello **CFD** tridimensionale delle geometrie considerate. Le simulazioni numeriche, realizzate in ambiente **OpenFOAM**, hanno permesso di confrontare le cadute di pressione calcolate con quelle misurate sperimentalmente e, soprattutto, di analizzare i campi di velocità e pressione e i fenomeni di separazione e ricircolo generati dalla brusca deviazione della corrente. La **CFD** ha quindi fornito un ulteriore livello di analisi rispetto alla sola correlazione concentrata, permettendo di interpretare il comportamento fluidodinamico interno del gomito.

La correlazione semi-empirica sviluppata è stata infine implementata all'interno della libreria **SmartFluidPower** in ambiente **OpenModelica** mediante la realizzazione di un modello dedicato al gomito idraulico. In questo modo il risultato dell'attività non rimane limitato all'analisi sperimentale della singola geometria, ma viene tradotto in uno strumento utilizzabile nella simulazione a parametri concentrati di circuiti oleodinamici più complessi.

Il lavoro si basa pertanto sull'integrazione di tre differenti livelli di analisi: la **sperimentazione**, utilizzata come riferimento per la caratterizzazione delle perdite; la **simulazione CFD**, impiegata per approfondire i fenomeni tridimensionali responsabili della dissipazione; e la **modellazione semi-**

empirica, finalizzata alla realizzazione di uno strumento di calcolo rapido e compatibile con la simulazione di sistema.

La tesi è articolata in **quattro capitoli**, organizzati secondo un percorso che parte dall'inquadramento teorico del problema, passa attraverso la caratterizzazione sperimentale e numerica del fenomeno e conduce infine allo sviluppo e all'implementazione della nuova correlazione semi-empirica.

Nel **Capitolo 1** vengono introdotti i principali fondamenti teorici necessari alla descrizione delle perdite di carico nei circuiti oleodinamici. Dopo un richiamo alle proprietà dei fluidi reali, ai regimi di moto e alle perdite distribuite e localizzate, l'attenzione viene concentrata sul comportamento fluidodinamico dei gomiti a 90° a spigolo vivo. Vengono quindi analizzati i principali meccanismi responsabili della dissipazione, tra cui la separazione della corrente, la formazione di regioni di ricircolo e la redistribuzione del campo di velocità in prossimità della deviazione. La parte conclusiva del capitolo è dedicata allo stato dell'arte delle correlazioni utilizzate per la valutazione delle perdite localizzate, con particolare riferimento al metodo di **Idel'chik** e alla formulazione proposta da **Al-Tameemi e Ricco**. Il confronto tra i rispettivi campi di applicabilità consente di introdurre la necessità di una verifica sperimentale nelle condizioni geometriche e operative proprie dei **manifold** analizzati.

Il **Capitolo 2** è dedicato alla caratterizzazione sperimentale del problema. Vengono descritti il banco prova oleodinamico, il circuito utilizzato, le geometrie dei **manifold** oggetto di studio e la strumentazione impiegata per la misura delle principali grandezze. Particolare attenzione viene riservata alla definizione delle condizioni operative, alle proprietà termofisiche dell'olio e alla metodologia adottata per ricavare, a partire dalle misure di pressione, la perdita di carico localizzata e il relativo coefficiente ζ. I risultati ottenuti vengono quindi analizzati in funzione del numero di Reynolds e confrontati tra le differenti configurazioni e direzioni di flusso considerate. Nella parte finale del capitolo viene effettuato il confronto con le correlazioni disponibili in letteratura, mettendo in evidenza gli scostamenti riscontrati e fornendo la base sperimentale per lo sviluppo della nuova formulazione.

Nel **Capitolo 3** viene sviluppata l'analisi numerica tridimensionale mediante **CFD**. Le geometrie rappresentative dei **manifold** vengono ricostruite e opportunamente semplificate per la generazione del dominio fluido e della mesh di calcolo. Vengono quindi descritte le proprietà del fluido, le condizioni al contorno, il solver utilizzato e la strategia adottata per il trattamento dei differenti regimi di moto, comprendendo sia le condizioni laminari sia quelle nelle quali viene impiegato il modello **RANS k-ω SST**. Una parte specifica è dedicata alla verifica della qualità della mesh, allo studio di sensibilità alla griglia e al controllo della convergenza numerica. I risultati **CFD** vengono

successivamente confrontati con quelli sperimentali in termini di caduta di pressione e utilizzati per analizzare i campi di velocità e pressione, le linee di corrente e le regioni di separazione e ricircolo generate dalla brusca deviazione del flusso.

Il **Capitolo 4** raccoglie infine lo sviluppo della nuova correlazione **semi-empirica** e rappresenta la parte conclusiva del lavoro. A partire dai risultati sperimentali e dal confronto con la letteratura viene definita una nuova formulazione basata sulla struttura proposta da **Al-Tameemi e Ricco**, opportunamente modificata mediante l'introduzione di termini correttivi determinati attraverso il fitting dei dati disponibili. Vengono analizzati il significato dei diversi termini della correlazione, il metodo utilizzato per determinarne i coefficienti e il campo di applicabilità della formulazione. Successivamente, la correlazione viene implementata all'interno della libreria **SmartFluidPower** in ambiente **OpenModelica** mediante la realizzazione di un modello a parametri concentrati del gomito idraulico. La parte finale del capitolo è dedicata al confronto tra la nuova formulazione, i dati sperimentali, le correlazioni di **Idel'chik** e **Al-Tameemi e Ricco** e i risultati ottenuti mediante **CFD**, con l'obiettivo di valutarne il comportamento complessivo e di evidenziarne i principali limiti applicativi.

Le **Conclusioni** riassumono infine i principali risultati ottenuti durante il lavoro, evidenziando i contributi forniti dall'**attività sperimentale**, dalla modellazione **CFD** e dallo sviluppo della **correlazione semi-empirica**, oltre ai possibili **sviluppi futuri** finalizzati all'estensione del campo di applicabilità del modello.

CAPITOLO 1

STATO DELL'ARTE E FENOMENOLOGIA DELLE PERDITE DI CARICO NEI CIRCUITI IDRAULICI

Il presente capitolo si pone l'obiettivo di fornire le basi teoriche necessarie alla comprensione dei fenomeni dissipativi che occorrono all'interno di circuiti idraulici complessi, con un focus specifico sui **gomiti a spigolo vivo**. Tali geometrie, sebbene spesso evitate nella progettazione di grandi condotte a causa delle loro elevate resistenze, risultano onnipresenti nei blocchi valvole e nei manifold (collettori) oleodinamici, dove le esigenze di lavorazione meccanica — tipicamente tramite forature incrociate — impongono deviazioni brusche e repentine del flusso. Verrà inoltre introdotta la problematica dei regimi di moto, analizzando come il passaggio dal regime laminare a quello turbolento modifichi radicalmente la struttura delle zone di ricircolo e, di conseguenza, l'entità dell'energia dissipata. Questa trattazione teorica fornirà la base su cui si baserà, nei capitoli successivi, lo studio della formula oggetto di validazione in questa tesi, evidenziando le incongruenze dei modelli semplificati quando applicati a condizioni di flusso fortemente condizionate dalla viscosità.

1.1 INTRODUZIONE ALLA FISICA DEI FLUIDI REALI

1.1.1 DEFINIZIONE DI FLUIDO REALE E CONCETTO DI VISCOSITÀ DINAMICA E CINEMATICA.

Nella trattazione classica della meccanica dei fluidi, si opera spesso una distinzione fondamentale tra il modello di fluido ideale (o perfetto) e il comportamento del **fluido reale**. Il primo non è altro che una semplificazione matematica priva di attriti e incomprimibile (utile per una prima analisi). Il fluido reale, invece, è caratterizzato dalla **viscosità.** La viscosità è la proprietà del fluido di opporsi allo scorrimento relativo tra le sue particelle [1].

Un fluido reale in movimento manifesta forze tangenziali interne che agiscono in direzione opposta al vettore velocità. Come evidenziato da **Idel'chik [2]**, la resistenza al moto non è un fenomeno puramente superficiale legato al contatto con le pareti del condotto, ma risiede nella struttura stessa del fluido. Quando una massa fluida scorre, si verifica un trasferimento di quantità di moto a livello molecolare tra strati che si muovono a velocità differenti. In un fluido reale, questo scambio genera una dissipazione di energia meccanica che viene convertita irreversibilmente in energia interna (calore), rendendo necessaria una differenza di pressione (Δp) costante per mantenere il moto [1].

Il parametro che identifica questa resistenza interna si chiama **viscosità dinamica** (**μ**). Per poter definire questa quantità si deve partire dalla legge di Newton per i fluidi lineari (newtoniani), la quale stabilisce che lo sforzo di taglio **τ** esercitato tra due strati di fluido adiacenti è direttamente proporzionale al gradiente di velocità trasversale:

$$\boldsymbol{\tau = -\mu \frac{du}{dy}} \quad \mathbf{(1)}$$

In questa espressione, **μ** è il coefficiente di proporzionalità che rappresenta la "coesione" del fluido. Nel Sistema Internazionale, la viscosità dinamica è definita in Pascal per secondo $[Pa * s]$ o equivalentemente in $\left[\frac{kg}{m*s}\right]$. In particolare, per i fluidi reali, e in particolare per gli oli idraulici, la viscosità dinamica non è costante, ma è dipendente dalle condizioni termodinamiche. Importante è la dipendenza dalla temperatura. Infatti, un aumento della temperatura riduce le forze di coesione intermolecolare nei liquidi, portando a una drastica diminuzione di **μ** e, di conseguenza, a una variazione del coefficiente di perdita di carico **ζ**. Quest'ultimo aspetto sarà in seguito approfondito nei capitoli successivi [1].

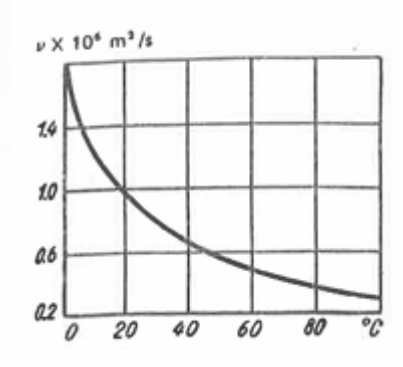


Figura 1 – Andamento qualitativo della viscosità cinematica in funzione della temperatura. Fonte: [1].

Nelle equazioni della dinamica dei fluidi e nella definizione di parametri adimensionali, come il Numero di Reynolds, è spesso più pratico utilizzare la **viscosità cinematica**, indicata con **ν**. Essa rappresenta il rapporto tra la **viscosità dinamica** e la **densità ρ** del fluido:

$$\boldsymbol{\nu = \frac{\mu}{\rho}} \quad \mathbf{(2)}$$

Espressa in $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ (o in Stokes nell'uso tecnico), la viscosità cinematica può essere interpretata fisicamente come la "**diffusività della quantità di moto**". Mentre la viscosità dinamica descrive la forza dell'attrito interno, quella cinematica descrive la capacità del fluido di propagare le variazioni di velocità attraverso la sua massa sotto l'influenza combinata delle forze viscose e di quelle inerziali.

Secondo la trattazione di **Idel'chik [2]**, la comprensione di **ν** è essenziale per caratterizzare il regime di deflusso (laminare o turbolento). In un gomito a spigolo vivo, il valore della viscosità cinematica determina lo spessore dello strato limite e la stabilità della vena fluida: un fluido con alta viscosità cinematica (come un olio freddo) tenderà a mantenere un regime laminare più stabile, ma richiederà un lavoro maggiore per vincere le resistenze viscose distribuite e localizzate lungo la geometria del componente [1].

1.1.2 IL MODELLO DI FLUIDO NEWTONIANO: SFORZI DI TAGLIO E GRADIENTI DI VELOCITÀ.

La caratterizzazione delle perdite di carico all'interno di un condotto richiede la definizione di un modello costitutivo che leghi le forze agenti (sollecitazioni) al movimento del fluido (deformazioni). La maggior parte dei fluidi impiegati nei sistemi idraulici industriali, in particolare gli oli minerali in condizioni operative standard, può essere descritta accuratamente attraverso il **modello di fluido Newtoniano** [1].

In un fluido reale, ogni volta che è presente un moto relativo tra particelle adiacenti, si generano delle forze interne che contrastano tale scorrimento. Si può considerare un fluido confinato tra due piani paralleli, uno fisso e uno mobile con velocità **u**. A causa della condizione di aderenza (*no-slip condition*), il fluido assume la velocità della superficie di contatto. Ciò che si viene a generare è un **gradiente di velocità** o *strain rate* **($\frac{du}{dy}$).**

Secondo l'ipotesi di Newton, la resistenza offerta dal fluido per unità di superficie, definita come sforzo di taglio (**τ**) è direttamente proporzionale al gradiente di velocità. La costante di proporzionalità è la viscosità dinamica **μ,** proprietà intrinseca del fluido, già introdotta nel paragrafo precedente **(1)**. Questa relazione lineare definisce la "linearità" del fluido Newtoniano. In termini fisici, lo sforzo di taglio rappresenta il trasporto di quantità di moto in direzione trasversale al moto: gli strati più veloci "trascinano" quelli più lenti, e viceversa, dissipando energia meccanica sotto forma di calore attraverso urti e interazioni molecolari.

Secondo la legge di Newton della viscosità, per un moto semplice nel quale la velocità $\boldsymbol{u}$ varia nella direzione trasversale **y**, lo sforzo di taglio viscoso è direttamente proporzionale al gradiente di velocità:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

dove $\boldsymbol{\tau_{xy}}$ rappresenta lo sforzo tangenziale esercitato nella direzione **x** su una superficie normale alla direzione **y**, mentre μ è la viscosità dinamica del fluido. La relazione evidenzia come, per un fluido Newtoniano, a un aumento del gradiente di velocità corrisponda un aumento proporzionale dello sforzo viscoso [1].

La precedente espressione rappresenta tuttavia un caso monodimensionale semplificato. In un campo di moto tridimensionale la velocità possiede tre componenti e può variare lungo tutte le direzioni spaziali; di conseguenza, gli sforzi viscosi non possono essere descritti mediante un unico valore scalare. Essi vengono pertanto raccolti nel **tensore degli sforzi deviatorici τ**, le cui componenti descrivono gli sforzi viscosi agenti sulle diverse superfici e nelle differenti direzioni.

Per un fluido Newtoniano incomprimibile, il tensore degli sforzi deviatorici può essere espresso nella forma:

$$\boldsymbol{\tau = 2\mu S} \quad (\mathbf{5})$$

dove **S** è il **tensore di deformazione**, definito come:

$$\boldsymbol{S = \frac{1}{2}[\nabla u + (\nabla u)^T]} \quad (\mathbf{6})$$

o, in forma indiciale,

$$\boldsymbol{S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)} \quad (\mathbf{7})$$

In questo modo la legge di Newton viene estesa dal semplice caso di due strati di fluido con velocità differenti a un campo di moto tridimensionale. La parte deviatorica del tensore degli sforzi rappresenta infatti il contributo associato alla deformazione viscosa del fluido, mentre la componente isotropa dello stato di tensione è associata alla pressione [1].

Gli sforzi viscosi determinano inoltre una dissipazione irreversibile dell'energia meccanica. Per un fluido Newtoniano incomprimibile, il tasso di dissipazione viscosa per unità di volume può essere espresso come:

$$\boldsymbol{\Phi = \tau : S = 2\mu S : S} \quad (\mathbf{8})$$

dove il simbolo ":" indica il doppio prodotto tensoriale. Tale quantità è sempre non negativa e rappresenta la conversione irreversibile di energia meccanica in energia interna dovuta agli effetti

viscosi. Questo concetto verrà ripreso nel paragrafo successivo nell'analisi termodinamica delle perdite di carico.

1.1.3 ANALISI TERMODINAMICA DELLA DISSIPAZIONE: CONVERSIONE DI ENERGIA MECCANICA IN ENERGIA INTERNA (CALORE) ED ENTROPIA.

La fenomenologia delle perdite di carico viene spesso interpretata, in ambito puramente ingegneristico e idraulico, come una semplice diminuzione della pressione statica lungo un condotto. In un fluido reale che percorre un circuito, non si verifica mai una "scomparsa" di energia, bensì una sua **degradazione irreversibile** [3].
Consideriamo a questo punto un volume di controllo che racchiude una porzione di fluido in moto, il Primo Principio della Termodinamica per i sistemi aperti in regime stazionario stabilisce il bilancio tra calore, lavoro e variazioni di energia [3]:

$$\dot{\boldsymbol{Q}} - \dot{\boldsymbol{L}}_{\boldsymbol{t}} = \dot{\boldsymbol{m}}\left[\left(\boldsymbol{h}_2 + \frac{\boldsymbol{w}_2{}^2}{\boldsymbol{2}} + \boldsymbol{g}\boldsymbol{z}_2\right) - \left(\boldsymbol{h}_1 + \frac{\boldsymbol{w}_1{}^2}{\boldsymbol{2}} + \boldsymbol{g}\boldsymbol{z}_1\right)\right] \quad (9)$$

Nell'equazione precedente, $\dot{\boldsymbol{Q}}$ rappresenta la potenza termica scambiata con l'esterno, mentre $\dot{\boldsymbol{L}}_{\boldsymbol{t}}$ indica la potenza meccanica scambiata dal sistema con l'esterno. Il termine $\dot{\boldsymbol{m}}$ rappresenta la portata massica del fluido; **h** è l'entalpia specifica, **w** la velocità media del fluido nella sezione considerata, **g** l'accelerazione di gravità e **z** la quota geometrica rispetto a un riferimento assegnato.

I pedici 1 e 2 identificano rispettivamente una **sezione di ingresso** e una **sezione di uscita** del volume di controllo. Nel caso del gomito analizzato, tali sezioni possono essere considerate poste rispettivamente a monte e a valle della singolarità. Il bilancio mette quindi in relazione gli scambi di calore e lavoro con la variazione, tra le due sezioni, dell'entalpia, dell'energia cinetica e dell'energia potenziale trasportate dal fluido [1], [3].

Nel caso considerato, assumendo il sistema adiabatico ($\dot{\boldsymbol{Q}} = \boldsymbol{0}$) e in assenza di organi che scambino lavoro meccanico con il fluido ($\dot{\boldsymbol{L}}_{\boldsymbol{t}} = \boldsymbol{0}$) il Primo Principio impone la conservazione dell'energia totale attraverso il volume di controllo. Tuttavia, in presenza di fenomeni viscosi e dissipativi, una parte dell'energia meccanica associata al moto e alla pressione viene irreversibilmente convertita in energia interna. La perdita di carico non rappresenta quindi una perdita di energia in senso assoluto, ma una riduzione della quota di energia meccanica disponibile. Ciò che lega la termodinamica e la dissipazione idraulica è il **Secondo Principio**. Ogni perdita di carico è un processo intrinsecamente irreversibile. La trasformazione di energia di pressione in calore comporta una **generazione di entropia** [3].

Utilizzando la relazione di Gibbs per un fluido incomprimibile [3], [5]:

$$\boldsymbol{Tds = du + pdv = dh - vdp} \quad (\mathbf{10})$$

dove **T** rappresenta la temperatura assoluta del fluido, **s** l'entropia specifica, **u** l'energia interna specifica, **p** la pressione, **v** il volume specifico e **h** l'entalpia specifica. La relazione di Gibbs mette quindi in relazione le variazioni delle proprietà termodinamiche del fluido e consente di descrivere come una trasformazione irreversibile sia associata a una variazione di entropia [3].

Per un liquido assunto incomprimibile, il volume specifico può essere considerato pressoché costante e quindi $\mathbf{dv \simeq 0}$. In tal caso la relazione si riduce a:

$$\boldsymbol{T\,ds = du = dh - v\,dp} \quad (\mathbf{11})$$

La caduta di pressione osservata attraverso il componente non deve tuttavia essere interpretata come una conversione diretta del solo termine **v dp** in entropia. La produzione di entropia è legata ai fenomeni irreversibili presenti nel moto, principalmente alla dissipazione viscosa e, nei regimi turbolenti, alla dissipazione associata alle fluttuazioni della velocità. In un gomito a spigolo vivo tali fenomeni risultano particolarmente intensi nelle regioni caratterizzate da forti gradienti di velocità, separazione e ricircolo [3], [5].

Nel caso di un liquido incomprimibile il volume specifico **v** può essere considerato pressoché costante. La produzione di entropia non è tuttavia causata direttamente dalla sola diminuzione della pressione, ma dai fenomeni irreversibili che accompagnano il moto del fluido reale. In particolare, gli sforzi viscosi trasformano progressivamente parte dell'energia meccanica disponibile in energia interna, determinando una perdita della capacità del fluido di compiere lavoro utile [3].

Nel gomito a 90° a spigolo vivo, la brusca deviazione della corrente determina elevati gradienti di velocità e favorisce il distacco del flusso dalla parete, con la conseguente formazione di zone di ricircolo a valle dello spigolo. In tali regioni si sviluppano intensi fenomeni dissipativi, poiché coesistono porzioni di fluido caratterizzate da velocità e direzioni differenti.

Quando il moto assume caratteristiche turbolente, una parte dell'energia cinetica associata alle strutture di maggiore scala viene trasferita verso strutture vorticose progressivamente più piccole attraverso la cosiddetta **cascata energetica**. Alle scale più piccole, l'azione della viscosità converte infine tale energia cinetica in energia interna [5]. Nei casi laminari, invece, la dissipazione è riconducibile direttamente all'azione degli sforzi viscosi, senza la presenza di una cascata turbolenta. La perdita di carico osservata tra monte e valle del gomito rappresenta quindi, dal punto di vista

macroscopico, l'effetto complessivo di questi meccanismi dissipativi. Essa non corrisponde a una scomparsa dell'energia, ma a una degradazione irreversibile dell'energia meccanica del flusso, accompagnata da produzione di entropia [3].

Come sottolineato da **Idel'chik [2]**, la geometria a spigolo vivo è una delle configurazioni che massimizza la produzione entropica locale, poiché la brusca deviazione del flusso impedisce qualsiasi recupero di pressione efficiente, a differenza di quanto accadrebbe in un diffusore o in una curva a raggio ampio [3].

Quindi, questa conversione energetica porta ad un innalzamento della temperatura del fluido, noto come "calore di attrito". Sebbene in singoli componenti la variazione di temperatura possa apparire contenuta, l'integrazione di numerosi gomiti a spigolo vivo in circuiti compatti (**manifold**) può portare a un surriscaldamento localizzato. Si viene quindi ad innescare il seguente fenomeno:

1. La dissipazione meccanica nel gomito produce calore.
2. Il calore innalza la temperatura locale del fluido.
3. L'aumento di temperatura riduce drasticamente la viscosità del fluido (come discusso nel paragrafo 1.1.1).
4. La riduzione della viscosità modifica il Numero di Reynolds ($\boldsymbol{Re}$), alterando il profilo di velocità e, potenzialmente, il valore dello stesso coefficiente di perdita ζ.

Questa interdipendenza giustifica la necessità di una validazione delle formule di calcolo: un modello che non tenga conto della natura termodinamica della dissipazione rischia di sottostimare le perdite in condizioni di funzionamento prolungato o in regimi in cui la viscosità è il parametro dominante.

1.1.4 L'EQUAZIONE DI BERNOULLI ESTESA E BILANCIO ENERGETICO MACROSCOPICO.

L'equazione di Bernoulli rappresenta uno dei pilastri fondamentali della fluidodinamica classica, descrivendo la conservazione dell'energia meccanica lungo una linea di corrente per un fluido ideale, incomprimibile e non viscoso. Tuttavia, nel contesto della presente tesi — che analizza componenti reali e singolarità geometriche come i **gomiti a spigolo vivo** — è necessario ricorrere alla formulazione "estesa" o "generalizzata" dell'equazione. Questa versione è l'unica in grado di integrare i fenomeni dissipativi introdotti dalla viscosità e dalle brusche variazioni di direzione del flusso [1].
Considerando un flusso stazionario e incomprimibile che attraversa un volume di controllo tra due sezioni (Sezione 1 in ingresso e Sezione 2 in uscita), l'energia totale posseduta dal fluido non rimane

costante a causa degli attriti interni e delle turbolenze. Il bilancio energetico macroscopico, derivato dall'integrazione delle equazioni di **Navier-Stokes** lungo un tubo di flusso, si esprime solitamente in termini di "altezza" di carico:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{{w_1}^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{{w_2}^2}{2g} + \Delta h_{tot} \quad (12)$$

Dove i singoli termini rappresentano contributi energetici specifici:

- z **(Quota geometrica):** rappresenta l'energia potenziale di posizione rispetto a un piano di riferimento orizzontale.
- p/γ **(Altezza piezometrica):** esprime l'energia di pressione del fluido, dove $\gamma = \rho g$ è il peso specifico.
- $\alpha \frac{w^2}{2g}$ **(Altezza cinematica):** rappresenta l'energia cinetica associata alla velocità media w nella sezione [1].
- Δh_{tot} (Caduta di carico totale): è il termine che quantifica la quota di energia meccanica trasformata irreversibilmente in calore tra le due sezioni.

Un aspetto di particolare rilievo per la precisione dei test sperimentali che verranno descritti è il **coefficiente di ragguaglio dell'energia cinetica α**, noto anche come coefficiente di **Coriolis**. Poiché nei condotti reali la velocità non è uniforme (come analizzato nel paragrafo 1.1.2), l'energia cinetica calcolata sulla base della sola velocità media w risulterebbe sottostimata.

Idel'chik e la letteratura tecnica evidenziano come [1]:

- In **regime laminare**, caratterizzato da un profilo parabolico, α assuma il valore teorico di **2**.
- In **regime turbolento**, dove il profilo di velocità è più "piatto" a causa del rimescolamento, α varia tipicamente tra **1,05 e 1,10**.

La variazione di questo coefficiente tra l'ingresso e l'uscita di un gomito a spigolo vivo è uno dei fattori che complica la validazione delle formule, poiché la perturbazione indotta dallo spigolo distorce il profilo di velocità per molti diametri a valle della singolarità. Il termine Δh_{tot} è il risultato della sovrapposizione di due diversi meccanismi dissipativi.

In accordo con la metodologia di **Idel'chik [2]**, esso viene scomposto analiticamente per facilitare il calcolo ingegneristico:

$$\Delta h_{tot} = \Delta h_{distribuite} + \Delta h_{localizzate} \quad (13)$$

Mentre le perdite distribuite sono legate alla lunghezza del condotto e alla viscosità lungo tratti a sezione costante, le **perdite localizzate** sono concentrate in corrispondenza delle variazioni geometriche. Nei gomiti a spigolo vivo oggetto di studio, la perdita localizzata è predominante ed è causata dall'urto del fluido, dalla separazione della vena e dalla successiva dissipazione dei vortici a valle.

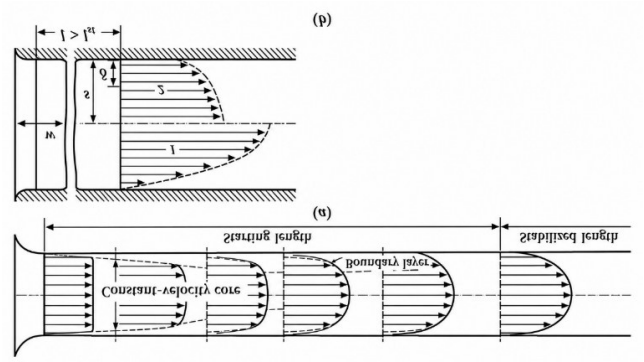


Figura 2 – Evoluzione dello strato limite e sviluppo del profilo di velocità all'ingresso di un condotto. Fonte: elaborazione propria sulla base di [1].

1.2 REGIMI DI DEFLUSSO E ANALISI DIMENSIONALE

1.2.1 IL NUMERO DI REYNOLDS (Re): SIGNIFICATO FISICO COME RAPPORTO TRA FORZE D'INERZIA E FORZE VISCOSE.

La caratterizzazione del moto di un fluido all'interno di una singolarità geometrica, come i gomiti a spigolo vivo tipici dei manifold oleodinamici, non può prescindere dalla definizione di un parametro adimensionale che ne descriva il regime. Il **Numero di Reynolds** (Re), formalizzato da Osborne Reynolds nel 1883, rappresenta il raggruppamento adimensionale più importante della fluidodinamica, esprimendo il rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscose agenti su un elemento di fluido [4]:

$$\boldsymbol{Re = \frac{Forzed'inerzia}{Forzeviscose} = \frac{\rho * w * D}{\mu} = \frac{w * D}{v}} \qquad (14)$$

Dove:

- $\boldsymbol{\rho}$ **[kg/m³]** è la densità del fluido;
- $\boldsymbol{w}$ **[m/s]** è la velocità media del flusso nella sezione del condotto;
- $\boldsymbol{D}$ **[m]** è la dimensione caratteristica (diametro idraulico);
- $\boldsymbol{\mu}$**[Pa·s]** è la viscosità dinamica;
- $\boldsymbol{v}$ **[m²/s]** è la viscosità cinematica.

Il significato fisico del Numero di Reynolds risiede nel bilancio tra l'effetto stabilizzante della viscosità e l'effetto destabilizzante dell'inerzia.

- **Dominio della Viscosità (Bassi Re):** Quando le forze viscose sono dominanti, il fluido si muove in strati ordinati (regime laminare). Le perturbazioni che nascono nel flusso vengono smorzate dall'attrito interno prima di potersi propagare. In questo regime, tipico

dell'oleodinamica ad alta pressione e bassa velocità, la dissipazione energetica è legata quasi esclusivamente agli sforzi di taglio molecolari.

- **Dominio dell'Inerzia (Alti Re):** Al crescere della velocità, l'inerzia delle particelle fluide diventa tale da vincere la resistenza viscosa. Le perturbazioni si amplificano, portando alla formazione di vortici e alla transizione verso il regime turbolento.

L'utilizzo di Re è ciò che permette di generalizzare i risultati sperimentali. Grazie al principio della **similitudine dinamica**, i coefficienti di perdita ζ misurati su un prototipo saranno validi per qualsiasi altro sistema geometricamente simile, a patto che il numero di Reynolds sia lo stesso [1].

Per lo studio dei gomiti a spigolo vivo, questo parametro è critico: la letteratura di **Idel'chik [2]** dimostra che mentre in regime turbolento il coefficiente ζ tende a diventare costante (indipendente da Re), nel regime laminare — di particolare interesse per questa ricerca — ζ cresce significativamente al diminuire di Re .

1.2.2 ESPERIENZA STORICA DI OSBORNE REYNOLDS E STABILITÀ DEL MOTO.

Per comprendere la natura della transizione tra i diversi regimi di deflusso, è necessario riferirsi ai lavori pionieristici di Osborne Reynolds. Nel 1883, Reynolds condusse una serie di esperimenti diventati celebri per la loro semplicità concettuale e il rigore scientifico, mirati a identificare le condizioni sotto le quali il moto di un fluido in un condotto circolare passa da uno stato ordinato a uno caotico [4].

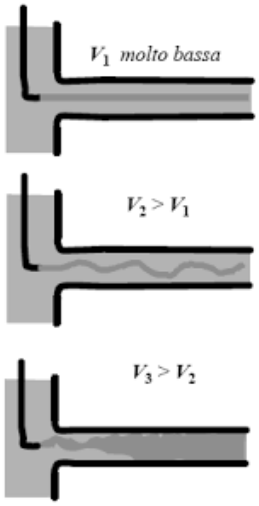


Figura3 – Rappresentazione schematica dell'esperimento di Reynolds al crescere della velocità del flusso. Fonte: elaborazione grafica sulla base di [4].

L'apparato di Reynolds consisteva in un serbatoio d'acqua a riposo collegato a un condotto di vetro trasparente. Attraverso un sottile ago iniettore posto all'imbocco del tubo, Reynolds introduceva un filamento di colorante nel flusso.

Osservando il comportamento del colorante al variare della velocità del fluido, Reynolds identificò tre condizioni distinte:

1. **Regime Laminare:** A basse velocità, il filamento di colore rimaneva rettilineo e ben definito lungo tutto il condotto, indicando che le particelle fluide si muovevano su traiettorie parallele senza rimescolamento trasversale.
2. **Regime di Transizione:** Aumentando la velocità, il filamento iniziava a mostrare delle ondulazioni e delle instabilità (i cosiddetti "vortici incipienti"), rompendosi a tratti.
3. **Regime Turbolento:** Oltre una certa soglia, il colorante si diffondeva istantaneamente in tutta la sezione del tubo, scomparendo in un rimescolamento caotico. Reynolds comprese che questo caos non era casuale, ma governato da un bilancio tra inerzia e viscosità.

Reynolds concluse che la stabilità del moto dipende da un unico parametro adimensionale (il numero di Reynolds, appunto). Per condotti circolari rettilinei, si definì un **Numero di Reynolds Critico** ($\boldsymbol{Re}_{\boldsymbol{crit}}$), convenzionalmente fissato a **2300** [1], [4].

Sotto questo valore, il moto è intrinsecamente stabile: se una perturbazione (come una vibrazione o una piccola irregolarità della parete) disturba il flusso, le forze viscose sono sufficientemente forti da smorzarla e riportare il sistema al regime laminare.

Questo concetto di "stabilità" è estremamente dinamico quando si analizzano le singolarità geometriche oggetto di questa tesi. In un condotto rettilineo e liscio, il valore 2300 è una soglia affidabile. Tuttavia, la presenza di un **gomito a spigolo vivo** agisce come un generatore di instabilità permanente.

In ambito oleodinamico, dove si opera spesso con oli ad alta viscosità (bassi Re), il moto può rimanere laminare prima del gomito, ma lo spigolo può innescare una turbolenza locale (distacco della vena) che non verrebbe predetta dal semplice calcolo del numero di Reynolds nel tubo dritto. Questo rende l'analisi della stabilità del moto un punto nodale per la validazione delle formule di **Idel'chik**, che deve tenere conto di come la geometria "forzi" la transizione anche a regimi teoricamente stabili.

1.2.3 CARATTERIZZAZIONE DEL REGIME LAMINARE: EQUILIBRIO DELLE FORZE E PROFILI DI VELOCITÀ SVILUPPATI.

Il regime laminare rappresenta la condizione di moto in cui le forze viscose sono sufficientemente intense da mantenere il fluido in strati (lamine) ordinati, impedendo scambi macroscopici di massa e quantità di moto tra i diversi strati di fluido. Per caratterizzare questo regime in un condotto circolare

di raggio $\boldsymbol{R}$, è necessario analizzare l'equilibrio dinamico di un elemento cilindrico di fluido di raggio $\boldsymbol{r}$ e lunghezza **L** [1].

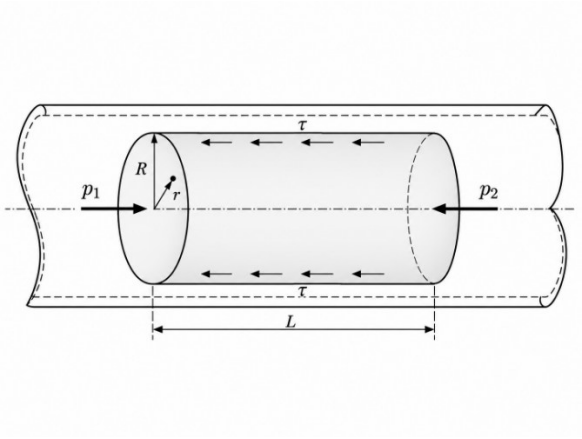


Figura4– Bilancio delle forze di pressione e di taglio su un elemento cilindrico di fluido in moto completamente sviluppato. Fonte: elaborazione propria sulla base di [1].

Considerando un moto stazionario, uniforme e completamente sviluppato, le forze agenti sull'elemento cilindrico sono essenzialmente due: le forze di pressione e le forze di taglio viscose. Affinché il moto sia uniforme, la risultante di queste forze deve essere nulla:

$$\boldsymbol{\Delta p * \pi * r^2 = \tau - 2\pi r * L} \quad \textbf{(15)}$$

Dove $\boldsymbol{\Delta p}$ è la caduta di pressione lungo la lunghezza $\boldsymbol{L}$ e $\boldsymbol{\tau}$ è lo sforzo di taglio viscoso alla distanza radiale $\boldsymbol{r}$. Risolvendo per lo sforzo di taglio, si ottiene una distribuzione lineare degli sforzi lungo il raggio:

$$\boldsymbol{\tau(r) = \frac{r}{2}\left(\frac{\Delta p}{L}\right)} \quad \textbf{(16)}$$

Questa equazione dimostra che lo sforzo di taglio è nullo sull'asse del condotto ($\boldsymbol{r = 0}$) e massimo alla parete ($\boldsymbol{r = R}$).

Sostituendo alla definizione di sforzo di taglio per un fluido Newtoniano **(1)** l'espressione trovata nel bilancio delle forze, si ottiene l'equazione differenziale che governa il profilo di velocità:

$$\boldsymbol{-\mu\frac{du}{dr} = \frac{r}{2}\left(\frac{\Delta p}{L}\right)} \quad \textbf{(17)}$$

Integrando rispetto a r e applicando la condizione al contorno di non scorrimento alla parete ($\boldsymbol{u = 0}$ per $\boldsymbol{r = R}$), si ricava la celebre distribuzione parabolica delle velocità, nota come **Legge di Hagen-Poiseuille**:

$$\boldsymbol{u(r) = \frac{1}{4\mu}\left(\frac{\Delta p}{L}\right)(R^2 - r^2)} \quad \textbf{(18)}$$

Le proprietà cinematiche che derivano da questa distribuzione sono:

1. **Velocità Massima (u_{max}):** Si riscontra al centro del condotto ($\boldsymbol{r = 0}$) ed è pari a $\boldsymbol{u_{max} = \frac{\Delta p R^2}{4\mu L}}$.
2. **Velocità Media (w):** Integrando il profilo sulla sezione, si scopre che in regime laminare la velocità media è esattamente la metà della velocità massima ($\boldsymbol{w = \frac{u_{max}}{2}}$).
3. **Coefficiente di Coriolis (α):** Come anticipato nel paragrafo 1.1.4, per un profilo perfettamente parabolico il coefficiente di ragguaglio dell'energia cinetica assume il valore teorico di **2.0** [1].

Dalla derivazione precedente si ottiene la relazione macroscopica che lega la portata volumetrica **Q** alla caduta di pressione:

$$\boldsymbol{Q = \frac{\pi * \Delta p * D^4}{128 * \mu * L}} \quad (19)$$

Questa espressione evidenzia come, nel regime laminare, la perdita di carico sia direttamente proporzionale alla viscosità e alla velocità media del fluido (e non al quadrato della velocità come avviene nel regime turbolento).

Nei gomiti a spigolo vivo, ci aspetteremo deviazioni da questa linearità a causa dei fenomeni di distacco della vena, rendendo la validazione sperimentale dei coefficienti di **Idel'chik** estremamente interessante proprio nel passaggio dal comportamento "puramente viscoso" a quello "geometrico-dissipativo".

1.2.4 IL REGIME DI TRANSIZIONE E IL REGIME TURBOLENTO: INTRODUZIONE ALLE FLUTTUAZIONI DI VELOCITÀ.

Superata la soglia critica del numero di Reynolds, il moto del fluido subisce un cambiamento radicale. Se nel regime laminare la viscosità é in grado di smorzare le perturbazioni, nel regime turbolento l'energia cinetica associata alle forze d'inerzia prevale, innescando un meccanismo di instabilità che si auto-alimenta [5].

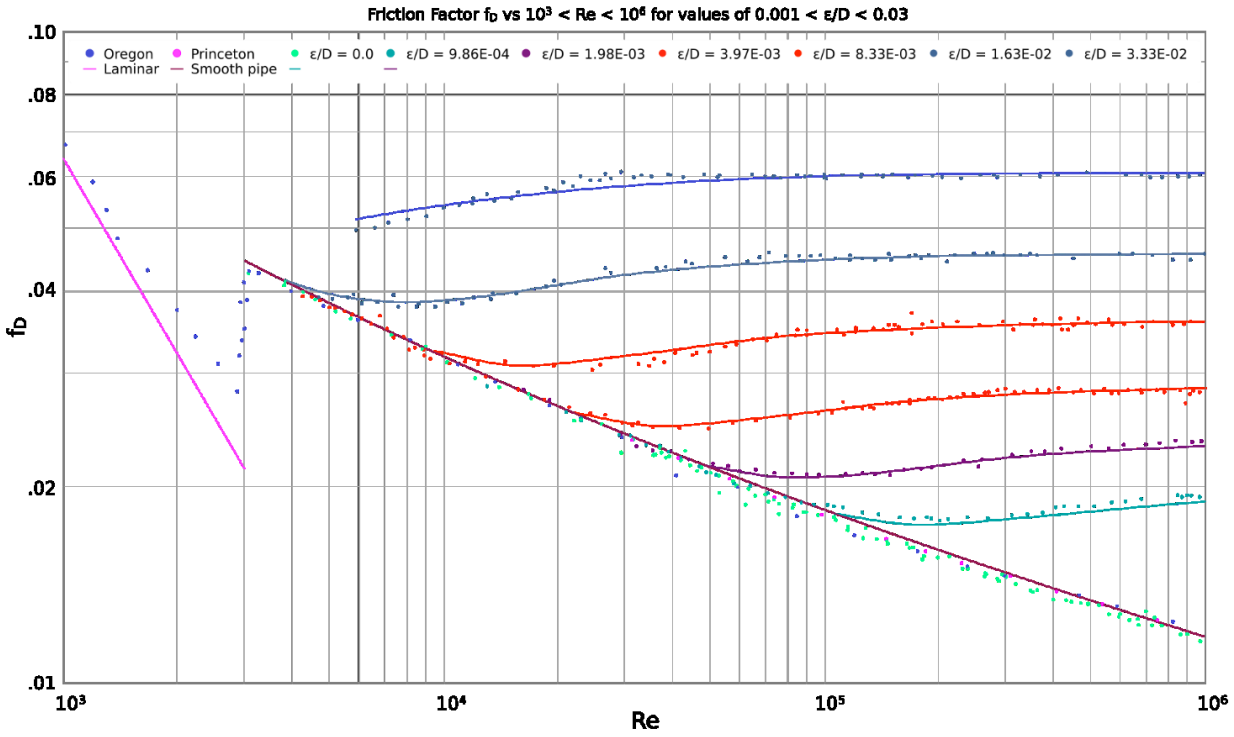


Figura5– Diagramma di Nikuradse: andamento del fattore di attrito in funzione del numero di Reynolds e della rugosità relativa. Fonte: elaborazione sulla base di [1], [7].

Il passaggio dal regime laminare a quello turbolento non è istantaneo, ma avviene attraverso una **zona di transizione** (generalmente individuata nell'intervallo $\mathbf{2300 < Re < 4000}$). In questa fase, il flusso presenta un comportamento intermittente: si osservano zone in cui il fluido è turbolento alternate a tratti ancora laminari.

Il diagramma di **Nikuradse** rappresenta l'andamento del **fattore di attrito Darcy λ** (il fattore λ verrà definito con maggiore precisione nel paragrafo 1.3.2) in funzione del **numero di Reynolds *Re*** per condotti caratterizzati da differenti valori di rugosità relativa. Le diverse curve del diagramma corrispondono quindi a differenti rapporti tra la rugosità equivalente della parete e il diametro interno del condotto.

Il grafico permette di distinguere chiaramente i diversi regimi di deflusso. Nel regime laminare, il fattore di attrito dipende esclusivamente dal numero di Reynolds secondo la relazione:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (20)$$

ed è indipendente dalla rugosità. Con l'ingresso nella zona di transizione, il comportamento diventa meno regolare e il coefficiente di attrito risente della progressiva instabilità del moto. Nel regime

turbolento, invece, λ dipende sia dal numero di Reynolds sia dalla rugosità relativa; per valori sufficientemente elevati di $\boldsymbol{Re}$, nel cosiddetto regime completamente rugoso, la dipendenza dal numero di Reynolds tende a ridursi e il coefficiente di attrito è determinato principalmente dalla rugosità della parete [1], [7].

Il diagramma risulta quindi utile per evidenziare come il passaggio dal regime laminare a quello turbolento modifichi profondamente i meccanismi che governano le perdite distribuite nei condotti.

Come evidenziato nel diagramma, la regione di transizione è caratterizzata da una marcata variazione del coefficiente di attrito, dovuta al progressivo passaggio da un moto prevalentemente laminare a uno turbolento. In un gomito a spigolo vivo, la transizione è quasi sempre anticipata rispetto a un condotto rettilineo, poiché la geometria stessa funge da trigger per il distacco della vena fluida.
La caratteristica peculiare della turbolenza è la presenza di **fluttuazioni caotiche** di velocità e pressione nel tempo e nello spazio. Per analizzare matematicamente questo fenomeno, si adotta la **scomposizione di Reynolds**, che interpreta la velocità istantanea $\boldsymbol{u(t)}$ come la somma di una componente media $\overline{\boldsymbol{u}}$ e di una componente fluttuante $\boldsymbol{u'(t)}$ [5]:

$$\boldsymbol{u(t) = \overline{u} + u'(t)} \quad \textbf{(21)}$$

Sebbene la media temporale delle fluttuazioni sia nulla ($\boldsymbol{\overline{u'} = 0}$), il loro impatto risulta significativo. Il prodotto delle fluttuazioni genera infatti i cosiddetti **Sforzi di Reynolds** ($\boldsymbol{-\rho\overline{u'v'}}$), che agiscono come una viscosità aggiuntiva (viscosità turbolenta o *eddy viscosity*), aumentando la dissipazione di energia e, di conseguenza, la perdita di carico nel gomito [5].
Nel regime pienamente turbolento, il profilo di velocità si "appiattisce" (come visto nel profilo 2 della Figura 2 a causa dell'intenso scambio di quantità di moto tra il centro del tubo e le pareti.
Analizzando il grafico di **Nikuradse** si possono distinguere due sotto-regimi fondamentali:

1. **Regime Turbolento di Transizione (Liscia):** Il coefficiente d'attrito λ dipende ancora dal numero di Reynolds. Lo strato limite viscoso, seppur sottile, riesce ancora a coprire le asperità della parete.
2. **Regime Turbolento Rugoso (Fully Rough):** Oltre un certo valore di $\boldsymbol{Re}$, le curve del grafico di Nikuradse diventano orizzontali. In questa zona, la perdita di carico dipende esclusivamente dalla **rugosità relativa** ($\overline{\boldsymbol{\Delta}}$) della parete. L'inerzia è così elevata che la viscosità molecolare non gioca più alcun ruolo: la dissipazione è causata esclusivamente dall'urto del fluido contro le micro-asperità del condotto e dalla turbolenza macroscopica generata dallo spigolo del gomito.

1.3 TEORIA DELLO STRATO LIMITE E PERDITE DISTRIBUITE

1.3.1 LO STRATO LIMITE DI PRANDTL: EVOLUZIONE LUNGO LE PARETI E NO-SLIP CONDITION.

La comprensione delle perdite di carico, siano esse distribuite o localizzate (come nei gomiti oggetto di studio), non può prescindere dal concetto di **strato limite**, introdotto da **Ludwig Prandtl** nel 1904. **Prandtl** divise il campo di moto in due regioni: una regione esterna, dove gli effetti viscosi sono trascurabili, e una regione sottile in prossimità della parete, dove la viscosità governa interamente il moto [6].

Alla base della formazione dello strato limite vi è la **No-Slip Condition** (condizione di non scorrimento). Questo fenomeno non è una semplice astrazione matematica, ma riflette un fatto fisico preciso: in un fluido reale (viscoso), a causa delle forze di adesione molecolare tra le particelle di fluido e la superficie solida, la velocità del fluido a diretto contatto con la parete è identica a quella della parete stessa. Nel caso di condotti fissi, la velocità del fluido alla parete è esattamente nulla ($\boldsymbol{u = 0}$ per $\boldsymbol{y = 0}$) [6].

Questa condizione crea un forte gradiente di velocità $\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$ tra la parete e il centrp del flusso, generando gli sforzi di taglio responsabili della dissipazione energetica.

Come osservato precedentemente nella **Figura 2**, lo strato limite non nasce istantaneamente con il suo profilo definitivo. All'ingresso del condotto, lo spessore dello strato limite ($\boldsymbol{\delta}$) è nullo. Man mano che il fluido avanza lungo la parete:

1. L'effetto frenante della viscosità si trasmette verso il centro del tubo.
2. Lo spessore $\boldsymbol{\delta}$ aumenta progressivamente lungo la direzione del moto ($\boldsymbol{x}$).
3. La regione centrale a velocità uniforme (nucleo potenziale) si restringe fino a scomparire quando gli strati limite provenienti dalle pareti opposte si incontrano.

Nel caso di **moto laminare**, l'incremento dello spessore dello strato limite è regolare e prevedibile. In questa fase, il trasporto di quantità di moto avviene esclusivamente a livello molecolare. Per una lastra piana (caso teorico di base), **Prandtl** derivò che lo spessore dello strato limite cresce proporzionalmente alla radice quadrata della distanza dall'imbocco [6]:

$$\boldsymbol{\delta(x) \approx \frac{5,0 * x}{\sqrt{Re_x}}} \quad \boldsymbol{(22)}$$

Questa crescita prosegue fino al raggiungimento della condizione di **moto completamente sviluppato**, dove il profilo assume la forma parabolica di Poiseuille analizzata nel paragrafo 1.2.3.

1.3.2 ANALISI DELLE PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE: L'EQUAZIONE DI DARCY-WEISBACH.

Mentre le perdite localizzate sono concentrate in corrispondenza di singolarità geometriche (come i gomiti oggetto di questa analisi), le perdite di carico distribuite rappresentano la dissipazione di energia che avviene in modo continuo lungo ogni tratto rettilineo di condotto. Tale fenomeno è causato dall'attrito viscoso tra gli strati di fluido e tra il fluido e le pareti del tubo.

L'equazione fondamentale per il calcolo di queste perdite, maggiormente adottata nella pratica ingegneristica e nei manuali di riferimento come l'**Idel'chik**, è l'equazione di **Darcy-Weisbach**: [1], [2]

$$\Delta p_{dist} = \frac{\frac{\lambda * L}{D} * \rho w^2}{2} \quad (23)$$

Dove:

- Δp_{dist} **[Pa]** è la caduta di pressione distribuita;
- **λ [-]** è il coefficiente di attrito (o fattore d'attrito di Darcy);
- L **[m]** è la lunghezza del tratto rettilineo;
- D **[m]** è il diametro interno del condotto;
- $\frac{\rho w^2}{2}$**[Pa]** rappresenta l'energia cinetica specifica (pressione dinamica).

Come discusso nel paragrafo 1.2.3, nel caso di **regime laminare** ($Re < 2300$) la fisica del moto permette di ricavare analiticamente il valore di **λ** partendo dalla **legge di Poiseuille**. In questo scenario, il coefficiente di attrito dipende esclusivamente dal Numero di **Reynolds** ed è del tutto indipendente dalla rugosità della parete come definito dall'**Eq. (20).**

Sostituendo questo valore nell'equazione di **Darcy-Weisbach**, si nota una proprietà fondamentale del regime ***laminare***: la perdita di carico risulta direttamente proporzionale alla velocità w (e non al suo quadrato).

Al crescere del numero di **Reynolds**, la determinazione di **λ** diventa più complessa e richiede l'utilizzo di correlazioni sperimentali. Come illustrato nel **Diagramma di Nikuradse (Figura 5)**, in regime turbolento il fattore d'attrito diventa funzione anche della rugosità relativa $\frac{\epsilon}{D}$.

Per tubi commercialmente lisci o in regime di transizione, si utilizzano spesso formule come quella di **Blasius** [1]:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad (24)$$

o, per una validità più ampia, l'equazione implicita di **Colebrook-White**, che costituisce la base matematica per i moderni software di calcolo idraulico [7].

Nella presente tesi, il calcolo accurato delle perdite distribuite tramite l'equazione di **Darcy-Weisbach** è un passaggio obbligato. Durante le prove sperimentali, i sensori di pressione misurano una differenza di pressione totale ($\boldsymbol{\Delta p_{tot}}$) che include sia la perdita causata dal gomito, sia quella causata dai tratti di tubo dritto tra i sensori e il gomito stesso.

Pertanto, per isolare il coefficiente localizzato ζ del gomito, è necessario sottrarre con estrema precisione la quota di perdite distribuite calcolata con le formule sopra citate:

$$\boldsymbol{\Delta p_{gomito} = \Delta p_{tot} - \Delta p_{distribuite}} \quad \mathbf{(25)}$$

1.3.3 IL FATTORE D'ATTRITO (λ): ANALISI ANALITICA NEL REGIME LAMINARE $\left(\boldsymbol{\lambda = \frac{64}{Re}}\right)$ E CENNI ALLE FORMULE EMPIRICHE PER IL TURBOLENTO (COLEBROOK-WHITE).

Il fattore di attrito adimensionale λ rappresenta il parametro di collegamento tra le caratteristiche globali del flusso e la dissipazione energetica alla parete. La sua determinazione richiede un'analisi distinta per i due regimi principali, poiché i meccanismi di trasporto della quantità di moto cambiano radicalmente.

Nel regime laminare, la perdita di carico è governata esclusivamente dagli sforzi di taglio molecolari. Riprendendo la legge di **Hagen-Poiseuille** derivata nel paragrafo 1.2.3, la caduta di pressione per un condotto di lunghezza L è:

$$\boldsymbol{\Delta p = \frac{32 \mu L w}{D^2}} \quad \mathbf{(26)}$$

Uguagliando questa espressione all'equazione di **Darcy-Weisbach**:

$$\boldsymbol{\frac{\frac{\lambda * L}{D} * \rho w^2}{2} = \frac{32 \mu L w}{D^2}} \quad \mathbf{(27)}$$

Semplificando i termini L, D e w, ed isolando λ, si ottiene:

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{64 \mu}{\rho w D} = \frac{64}{Re}} \quad \mathbf{(28)}$$

Un aspetto fondamentale, spesso controintuitivo, è che in regime laminare il valore di λ non dipende dalla rugosità della parete (ϵ). La spiegazione risiede nella natura dello strato limite viscoso: in regime laminare, lo spessore della zona frenata dalla viscosità è talmente elevato da "sommergere" completamente le asperità della parete. Il fluido scorre sopra queste irregolarità come se la superficie

fosse perfettamente liscia, rendendo la scabrezza del materiale un parametro irrilevante per il calcolo delle perdite.

Al contrario, nel regime turbolento, le fluttuazioni macroscopiche trasportano l'energia direttamente verso le pareti. Se il numero di **Reynolds** è sufficientemente alto, lo strato limite viscoso si assottiglia al punto da lasciare scoperte le asperità della parete, che iniziano a generare micro-vortici supplementari.

La formulazione di riferimento è l'**equazione di Colebrook-White** [7]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2log_{10}\left(\frac{\frac{\epsilon}{D}}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}}\right) \quad (29)$$

Analisi della formula:

1. **Regime di transizione:** Entrambi i termini dentro il logaritmo (rugosità e Reynolds) influenzano λ [7].
2. **Regime pienamente turbolento (Fully Rough):** Per $Re \to \infty$, il secondo termine diventa trascurabile. Il coefficiente d'attrito diventa costante e dipende solo dalla geometria delle asperità $\left(\frac{\epsilon}{D}\right)$**.** Questo spiega perché, nel diagramma di **Nikuradse**, le curve diventano rette orizzontali ad alti numeri di Reynolds.

L'importanza dell'equazione di **Colebrook-White** risiede anche nel suo ruolo di "standard industriale" per la simulazione numerica. Nei software di **CFD (Computational Fluid Dynamics)** e nei codici di calcolo monodimensionale per reti oleodinamiche, il calcolo delle perdite distribuite lungo le pareti dei condotti si basa sull'integrazione di questa formula.

Tuttavia, è bene sottolineare un limite intrinseco: mentre il calcolo del λ nei tratti rettilinei è estremamente affidabile, la capacità dei software di predire la perdita nei gomiti a spigolo vivo dipende dalla risoluzione dello strato limite vicino allo spigolo stesso. Spesso, i software **CFD** utilizzano delle "**Wall Functions**" basate proprio sulla teoria di **Colebrook** per modellare l'attrito vicino alla parete senza dover risolvere ogni singola asperità della rugosità. La validazione sperimentale che si condurrà nei capitoli successivi serve quindi a confermare se queste assunzioni (nate per flussi rettilinei) rimangano valide quando il flusso subisce la violenta deviazione imposta dalla geometria del gomito, dove gli effetti d'inerzia potrebbero dominare su quelli predetti dalle correlazioni standard di parete.

Nella conduzione dei test sui gomiti a spigolo vivo, la conoscenza di λ è lo strumento metodologico che permette di isolare il contributo della singolarità. Poiché il banco prova presenta tratti rettilinei

tra i punti di misura e il gomito, la pressione differenziale letta dai trasduttori (Δp_{exp}) essere corretta sottraendo la quota parte distribuita calcolata con le formule sopra citate:

$$\Delta p_{gomito} = \Delta p_{tot} - \left(\lambda \frac{L_{tot}}{D} \frac{\rho w^2}{2}\right) \quad (30)$$

Questa procedura garantisce che il coefficiente ζ calcolato successivamente sia attribuibile esclusivamente alla perturbazione indotta dal cambio di direzione del flusso nel gomito.

1.3.4 INFLUENZA DELLA RUGOSITÀ RELATIVA: DAL TUBO LISCIO AL REGIME DI COMPLETA TURBOLENZA (DIAGRAMMA DI MOODY).

L'analisi delle perdite distribuite non può considerarsi completa senza l'introduzione della **rugosità relativa**, parametro che definisce lo stato della superficie interna dei condotti. Mentre in regime laminare la geometria microscopica delle pareti è irrilevante, in regime turbolento essa diventa la variabile dominante nella determinazione della dissipazione energetica [8].

Si definisce **rugosità relativa** il rapporto adimensionale tra la scabrezza media delle asperità (**ϵ**) e il diametro interno del condotto (D):

$$Rugosità Relativa = \frac{\epsilon}{D} \quad (31)$$

In ambito oleodinamico, dove si utilizzano condotti in acciaio trafilato o fori ricavati dal pieno in blocchi di alluminio, ghisa o acciaio, il valore di ϵ può variare sensibilmente a seconda del tipo di lavorazione meccanica (foratura, alesatura o lappatura), influenzando direttamente il comportamento idraulico del sistema.

Il **Diagramma di Moody** è la rappresentazione grafica delle equazioni di **Colebrook-White** e descrive l'andamento del coefficiente **λ** in funzione di Re e $\frac{\epsilon}{D}$ [8].

In esso si distinguono tre zone critiche:

1. **Zona dei tubi idraulicamente lisci:** Per bassi numeri di **Reynolds** (pur restando in turbolento), lo strato limite viscoso è sufficientemente spesso da "coprire" le asperità della parete. In questa zona, **λ** dipende solo da Re e le curve di diversa rugosità coincidono tutte su un'unica linea (curva di **Blasius**).
2. **Zona di transizione (Moto turbolento di transizione):** Al crescere di Re, lo strato limite si assottiglia. Le punte della rugosità iniziano a emergere dallo strato viscoso, generando vortici supplementari. In questa fase, **λ** dipende sia da Re che dalla rugosità relativa.
3. **Zona del moto completamente turbolento (Fully Rough):** Per numeri di **Reynolds** molto elevati, lo strato limite viscoso scompare quasi totalmente. La perdita di carico è dovuta esclusivamente all'impatto del fluido contro le asperità della parete. Qui le curve del

diagramma di **Moody** diventano orizzontali: il coefficiente **λ** diventa indipendente dalla velocità e dipende solo dalla geometria del tubo $\left(\boldsymbol{\lambda = f\left(\frac{\epsilon}{D}\right)}\right)$.

Questa distinzione è fondamentale per interpretare i dati di **Idel'chik**. Il manuale fornisce spesso coefficienti **ζ** validi per la "*zona di completa turbolenza*", dove la dipendenza dal numero di Reynolds scompare. Tuttavia, nelle applicazioni oleodinamiche industriali il sistema opera spesso nella zona di transizione o addirittura in regime laminare [2], [8].

Nella produzione di **manifold**, la rugosità interna dei fori dipende dall'avanzamento della punta e dalla velocità di taglio. Un foro ottenuto per semplice foratura avrà una rugosità **ϵ** maggiore rispetto a un foro alesato. Sebbene questa differenza possa sembrare minima, il **Diagramma di Moody** indica che, in regime turbolento, un aumento della rugosità si traduce direttamente in un aumento della pressione necessaria per mantenere la portata, riducendo l'efficienza energetica del componente.

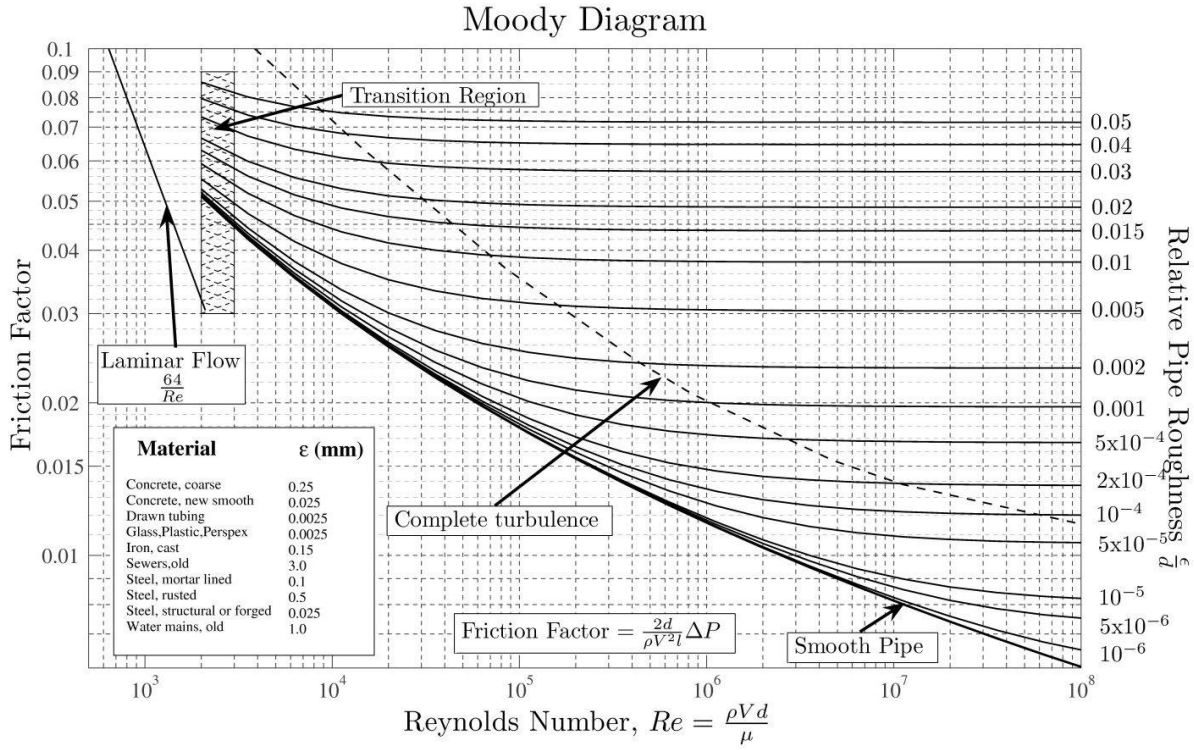


Figura6 – Diagramma di Moody per il fattore di attrito di Darcy in funzione del numero di Reynolds e della rugosità relativa. Fonte: adattato da [8].

1.4 MECCANICA DELLE PERDITE DI CARICO LOCALIZZATE (SINGOLARITÀ)

1.4.1 DEFINIZIONE DI COMPONENTE LOCALIZZATO E ORIGINE INERZIALE DELLA DISSIPAZIONE.

Mentre le perdite distribuite sono legate alla viscosità e si manifestano in modo graduale lungo l'asse del condotto, le **perdite di carico localizzate** (o singolarità) si verificano in corrispondenza di brusche variazioni geometriche. In queste zone, il campo di moto viene perturbato violentemente, portando a una dissipazione di energia che non è più riconducibile al semplice attrito lungo la parete, ma a complessi fenomeni di interazione inerziale [1], [2], [9].

Un gomito a spigolo vivo rappresenta una delle singolarità più severe in ambito idraulico. A differenza di una curva a raggio ampio, dove il fluido ha lo spazio necessario per adattare le proprie linee di flusso, lo spigolo vivo impone un cambiamento di direzione istantaneo. La particella fluida, dotata di massa e velocità, possiede una quantità di moto che, per inerzia, tenderebbe a farla proseguire in linea retta.

La dissipazione principale in un gomito risiede nel **distacco della vena fluida**. Quando il flusso raggiunge lo spigolo interno, l'inerzia impedisce al fluido di "curvare" perfettamente a contatto con la parete. Si generano così due zone distinte:

1. **La Vena Contracta:** Il flusso principale si restringe, occupando una sezione effettiva inferiore a quella geometrica del tubo. In questa zona, la velocità aumenta bruscamente (per conservazione della portata) e la pressione cala.
2. **La Zona di distacco:** Tra il flusso principale e la parete del condotto a valle dello spigolo si crea un vuoto dinamico, che viene immediatamente riempito da fluido in moto rotatorio.

La zona di distacco è sede di **vortici di ricircolo**. Questi vortici rappresentano una forma di "energia intrappolata": il fluido ruota su sé stesso consumando l'energia cinetica, ma non contribuisce al moto utile verso l'uscita del circuito.

La dissipazione avviene attraverso due meccanismi principali:

- **Attrito interno turbolento:** Lo sfregamento continuo tra i vortici e il flusso principale crea calore a spese della pressione.
- **Ri-espansione dissipativa:** Una volta superata la singolarità, il fluido tenta di rioccupare l'intera sezione del condotto. Questo processo di "rallentamento" e ri-espansione è intrinsecamente inefficiente; l'energia cinetica in eccesso nella *vena contracta* non si riconverte integralmente in pressione (secondo il teorema di Bernoulli), ma viene in gran parte persa in fluttuazioni turbolente.

È fondamentale sottolineare per l'analisi dei dati sperimentali che, mentre le perdite distribuite sono proporzionali alla velocità ($\boldsymbol{w}$) nel regime laminare, le perdite localizzate nei gomiti — a causa della loro natura inerziale — tendono a mostrare una dipendenza molto più marcata dal quadrato della velocità ($\boldsymbol{w^2}$).

Questo accade perché l'energia cinetica disponibile per essere dissipata nei vortici cresce appunto con il quadrato della velocità. Tale distinzione sarà la base su cui poggerà la validazione del coefficiente ζ nel Capitolo 2, dove osserveremo come il peso della componente inerziale vari al variare del numero di Reynolds.

1.4.2 FENOMENOLOGIA DEL DISTACCO DELLA VENA FLUIDA E FORMAZIONE DELLE ZONE DI RICIRCOLO (EDDIES).

Il distacco della vena fluida è il fenomeno cardine che governa la fluidodinamica dei gomiti a spigolo vivo. Esso si manifesta quando lo strato limite, non più in grado di contrastare un gradiente di pressione avverso o di seguire una variazione geometrica repentina, si separa dalla superficie solida, proiettandosi verso l'interno del condotto [1], [6], [9].

In un gomito a spigolo vivo, il punto di distacco è **geometricamente imposto** dallo spigolo interno. A differenza dei corpi affusolati (come i profili alari), dove il punto di distacco può muoversi lungo la superficie al variare del numero di Reynolds, la singolarità geometrica dello spigolo vivo ancora la separazione in modo univoco.

Il fluido, arrivando allo spigolo con una determinata quantità di moto, non possiede l'energia necessaria per compiere una rotazione istantanea senza "scollarsi" dalla parete. La forza centrifuga e l'inerzia spingono la massa fluida verso la parete esterna del gomito, lasciando una zona di bassa pressione e velocità nulla (o negativa) immediatamente a valle dello spigolo interno.

La zona compresa tra la vena fluida distaccata e la parete del condotto viene occupata da strutture vorticose denominate **eddies**. Esse vengono classificate nel seguente modo:

- **Vortici Primari (Recirculation Bubbles):** Si forma una grande "bolla" di separazione dove il fluido compie un moto rotatorio chiuso. Si tratta di grandi strutture rotatorie stazionarie (nel caso laminare) o instabili (nel caso turbolento). Questi vortici sottraggono energia cinetica al flusso principale, dissipandola in calore attraverso gli sforzi di taglio interni.
- **Vortici di scia e fluttuazioni:** Nelle zone di separazione, il fluido compie un moto rotatorio che genera un rimescolamento macroscopico. Questo rimescolamento rompe l'ordine delle "lamine" fluide (anche in regimi teoricamente laminari), portando a una dissipazione che **Idel'chik** cataloga come perdita localizzata.

Il restringimento della sezione utile dovuto al distacco viene definito ***Vena Contracta***. Per il principio di conservazione della massa (equazione di continuità), in questa sezione ridotta la velocità del fluido deve aumentare bruscamente:

$$A_{tubo} * w_{tubo} = A_c * w_c \quad (32)$$

Questa accelerazione locale trasforma parte della pressione statica in energia cinetica. Tuttavia, la vera perdita di carico avviene a valle, nella zona di **ri-espansione**. Il fluido che esce dalla *vena contracta* deve rallentare per rioccupare l'intera sezione del tubo. In questo processo, l'energia cinetica non si riconverte integralmente in pressione (come accadrebbe in un diffusore ideale), ma viene utilizzata per la creazione di vortici sempre più piccoli. Questo fenomeno è noto come **cascata energetica di Kolmogorov** dove l'energia non viene più trasportata dal moto del fluido ma viene dissipata direttamente dalla **viscosità molecolare**.

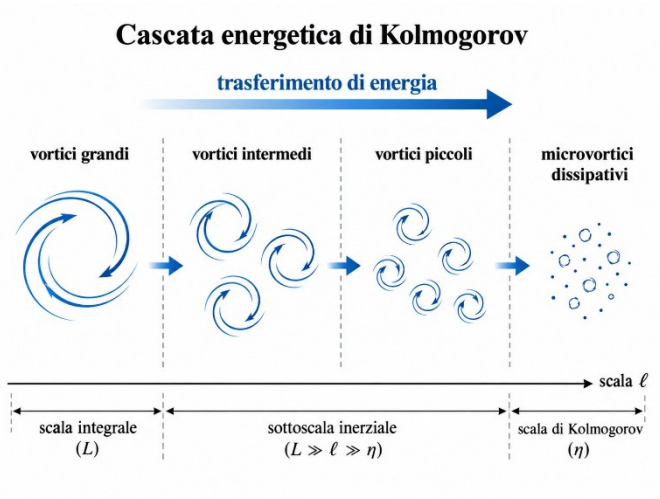


Figura7– Rappresentazione schematica della cascata energetica di Kolmogorov. Fonte: elaborazione propria sulla base di [5].

Per comprendere come l'energia passi dal flusso principale ai vortici primari e di scia, è necessario analizzare l'**interfaccia di taglio**. Questa è la superficie di separazione che si crea tra la vena fluida accelerata (che transita nella *vena contracta*) e il fluido quasi stazionario intrappolato nella bolla di distacco (i vortici primari).

Lungo l'interfaccia tra la corrente principale ad alta velocità e il fluido a bassa velocità presente nella regione di ricircolo si sviluppa uno **strato di taglio** (*shear layer*) caratterizzato da elevati gradienti di velocità. Tale configurazione può risultare instabile e favorire la crescita di perturbazioni fluidodinamiche.

Una delle principali instabilità associate a questo tipo di strato di taglio è l'**instabilità di Kelvin–Helmholtz**, che si manifesta quando regioni di fluido adiacenti presentano differenti velocità

tangenziali. Le piccole perturbazioni presenti lungo l'interfaccia possono amplificarsi progressivamente, determinando l'avvolgimento dello strato di taglio e la formazione di strutture vorticose coerenti [5], [6].

Tali strutture vengono successivamente trasportate verso valle e interagiscono con la zona di ricircolo principale. Nei regimi turbolenti, l'interazione tra i vortici generati nello shear layer e le strutture già presenti nella regione separata contribuisce all'aumento del mescolamento e al trasferimento di quantità di moto tra la corrente principale e il fluido ricircolante [5], [6].

Un punto cruciale è la **lunghezza di riattacco** (*reattachment length*). In regime laminare, la bolla di separazione tende a essere molto lunga poiché la viscosità molecolare è l'unico meccanismo di smorzamento. In regime turbolento, il forte rimescolamento facilita il riattacco della vena alla parete in tempi più brevi. La viscosità elevata dell'olio agisce come un "freno" che impedisce ai vortici di rompersi rapidamente, estendendo la perturbazione per diversi diametri a valle del gomito. Questo spiega perché la perdita localizzata in regime viscoso richieda una trattazione specifica, come quella proposta da **Idel'chik**, diversa dal caso puramente turbolento. [5], [6].

1.4.3 IL CONCETTO DI VENA CONTRACTA: ACCELERAZIONI LOCALI E INEFFICIENZA DEL RECUPERO DI PRESSIONE.

Il fenomeno della ***Vena Contracta*** costituisce l'effetto macroscopico più rilevante del distacco della vena analizzato nel paragrafo precedente. Esso descrive la riduzione della sezione utile di passaggio che il fluido subisce immediatamente a valle di una singolarità, come lo spigolo vivo di un gomito a 90° [1], [9]. Quando il fluido lambisce lo spigolo interno del gomito, le linee di flusso, a causa della loro inerzia, non riescono a compiere una rotazione ad angolo retto. Esse convergono verso il centro del condotto, costringendo la corrente fluida a restringersi. La sezione minima effettiva raggiunta dal flusso è denominata, appunto, *Vena Contracta* ($\boldsymbol{A_c}$).
Si definisce **Coefficiente di Contrazione (C_c)** il rapporto adimensionale tra l'area della sezione contratta e l'area geometrica del condotto ($\boldsymbol{A_0}$):

$$\boldsymbol{C_c = \frac{A_c}{A_0} < 1} \quad \textbf{(33)}$$

Nei gomiti a spigolo vivo, il valore di $\boldsymbol{C_c}$ è funzione della severità della geometria e del regime di moto. Per un fluido ideale che attraversa un orifizio a spigolo vivo, il valore teorico è circa 0.61, ma nei gomiti reali questo parametro è influenzato dal **Numero di Reynolds** e dalla distribuzione dei profili di velocità in ingresso. In corrispondenza della *Vena Contracta*, per il principio di

conservazione della massa (Equazione di Continuità), si verifica un brusco aumento della velocità del fluido:

$$\boldsymbol{w_c = \frac{w_0}{C_c}} \quad \textbf{(34)}$$

Essendo $\boldsymbol{C_c < 1}$, la velocità nella sezione contratta $\boldsymbol{w_c}$ è sensibilmente superiore alla velocità media nel condotto $\boldsymbol{w_0}$. Secondo il teorema di **Bernoulli**, questo incremento di energia cinetica deve essere compensato da una corrispondente diminuzione della pressione statica:

$$\boldsymbol{p_0 + \frac{1}{2}\rho {w_0}^2 = p_c + \frac{1}{2}\rho {w_c}^2} \quad \textbf{(35)}$$

In questa fase, il sistema sta convertendo pressione in velocità in modo quasi reversibile. Tuttavia, la perdita di carico propriamente detta avviene nel passaggio successivo.

Una volta superata la sezione minima, il fluido deve rallentare per tornare a occupare l'intera sezione del condotto $\boldsymbol{A_0}$. Questo processo di espansione è intrinsecamente dissipativo. Se il sistema fosse un diffusore ideale (con pareti dolcemente divergenti), la velocità diminuirebbe e la pressione tornerebbe ai livelli iniziali.

Nel gomito a spigolo vivo, invece, l'espansione avviene in modo brusco e disordinato. Il getto ad alta velocità che esce dalla *Vena Contracta* si comporta come un "getto libero" che impatta contro il fluido più lento circostante. In questa zona di rimescolamento turbolento si generano tre meccanismi di perdita irreversibile:

- **Trasferimento di quantità di moto per urto:** Il getto veloce incontra le zone di ricircolo (*eddies*), trasferendo energia a vortici che non producono lavoro utile.
- **Sforzi di taglio turbolenti:** All'interfaccia tra il getto centrale e le zone morte, la differenza di velocità è massima. Questo genera un attrito interno che trasforma l'energia meccanica direttamente in calore (energia interna).
- **Mancata riconversione di pressione:** Poiché il rallentamento avviene in modo caotico, la pressione statica non risale. La differenza tra la pressione che *dovrebbe* esserci (teorica) e quella che *effettivamente* rimane (sperimentale) costituisce la perdita di carico localizzata.

In termini energetici, la *Vena Contracta* funge da "collo di bottiglia" che forza il fluido in uno stato di alta energia cinetica che il sistema non è in grado di gestire in fase di rallentamento. La perdita di carico totale è dunque proporzionale al quadrato della velocità nella *Vena Contracta*:

$$\boldsymbol{\Delta p \propto \rho(w_c - w_0)^2} \quad \textbf{(36)}$$

Questa relazione evidenzia perché il coefficiente ζ sia così sensibile alla geometria: una minima variazione nella forma dello spigolo che riduca il $\boldsymbol{C_c}$ (rendendo la vena ancora più contratta) comporterà un aumento della dissipazione energetica, un aspetto che verificheremo sperimentalmente attraverso il confronto con i dati di **Idel'chik.**

Sapendo che la potenza persa nel gomito è il prodotto tra la portata e la caduta di pressione ($\boldsymbol{Potenza = Q * \Delta p}$). Poiché la *Vena Contracta* esaspera il Δp attraverso l'accelerazione locale, piccoli errori nella progettazione dello spigolo possono portare a surriscaldamenti localizzati dell'olio idraulico, alterandone la viscosità e innescando un circolo vizioso che degrada le prestazioni dell'intero **manifold.**

1.4.4 IL COEFFICIENTE DI RESISTENZA ADIMENSIONALE ζ: DEFINIZIONE SECONDO IDELCHIK.

Nella letteratura tecnica e nella progettazione di sistemi oleodinamici, la quantificazione delle perdite di carico localizzate non viene espressa in termini assoluti di pressione (Pascal o bar), poiché tali valori dipenderebbero strettamente dalla densità del fluido e dalla velocità specifica. Si ricorre invece a un parametro adimensionale, il **coefficiente di resistenza localizzata ζ (zeta)** [2].

Secondo la trattazione classica di **I.E. Idel'chik** nel suo "**Handbook of Hydraulic Resistance**", il coefficiente ζ è definito come il rapporto tra la caduta di pressione statica causata dalla singolarità ($\boldsymbol{\Delta p_{loc}}$) e la pressione dinamica del flusso nel condotto [2]:

$$\boldsymbol{\zeta = \frac{\Delta p_{loc}}{\frac{1}{2}\rho w^2}} \quad \textbf{(37)}$$

Dove:

- $\boldsymbol{\Delta p_{loc}}$ **[Pa]** è la perdita di pressione attribuibile esclusivamente alla presenza del gomito;
- **ρ [kg/m³]** è la densità del fluido;
- $\boldsymbol{w}$ **[m/s]** è la velocità media del fluido nel condotto di riferimento.

Utilizzare la pressione dinamica $\left(\boldsymbol{\frac{1}{2}\rho w^2}\right)$ come termine di normalizzazione permette di confrontare tra loro componenti di dimensioni diverse o operanti con fluidi differenti (ad esempio oli idraulici con diverse gradazioni ISO VG), purché il Numero di Reynolds sia mantenuto simile [2].

Da un punto di vista fisico, il coefficiente ζ rappresenta la frazione di energia cinetica posseduta dal fluido che viene irreversibilmente trasformata in calore a causa della singolarità.

- Un valore di $\boldsymbol{\zeta = 1,0}$ indicherebbe che il gomito dissipa una quantità di energia pari all'intera pressione dinamica del flusso.
- Nei gomiti a spigolo vivo oggetto di studio, i valori di ζ possono variare sensibilmente: nel caso di un gomito a 90° senza arrotondamenti, **Idel'chik** suggerisce valori che possono superare l'unità in determinati regimi.

Idel'chik evidenzia che il coefficiente totale ζ è in realtà la risultante di due contributi fisici distinti che agiscono simultaneamente all'interno del gomito:

1. **Resistenza di Forma (ζ_{form}):** Legata alla geometria dello spigolo vivo. È il contributo dominante nei gomiti a spigolo vivo, derivante dal distacco della vena e dalla successiva dissipazione nei vortici di ricircolo.
2. **Resistenza di Attrito (ζ_{fric}):** Legata allo sviluppo dello strato limite lungo le pareti del gomito stesso. Sebbene nei gomiti a spigolo vivo sia spesso trascurabile rispetto alla resistenza di forma, essa diventa rilevante nei regimi fortemente laminari dove la viscosità "frena" il fluido anche nelle zone di scorrimento lineare.

Un contributo fondamentale di **Idel'chik**, è il riconoscimento che lo ζ non è una costante fissa per una data geometria, ma è influenzato dal regime di moto [2].

In particolare:

1. **Regime Quadratico (Turbolento):** Per numeri di Reynolds molto elevati, ζ diventa indipendente da Re. In questa regione, la perdita di carico è perfettamente proporzionale al quadrato della velocità.
2. **Regime Laminare e di Transizione:** Per i bassi numeri di Reynolds tipici di molte applicazioni oleodinamiche, lo ζ cresce drasticamente al diminuire della velocità. **Idel'chik** propone correzioni specifiche per tenere conto dell'aumento degli effetti viscosi che stabilizzano la vena fluida ma aumentano la resistenza globale.

Nella presente trattazione, l'obiettivo è validare i valori di ζ forniti dalle tabelle di **Idel'chik** attraverso i test effettuati. La sfida metodologica risiede nell'isolare Δp_{loc} dalle misure totali dei trasduttori. La formula invertita:

$$\boldsymbol{\Delta p_{loc} = \frac{\zeta}{2}\rho w^2} \quad \textbf{(38)}$$

sarà utilizzata per confrontare i risultati teorici del manuale con i dati reali del banco prova, permettendo di verificare se i coefficienti tabellati siano conservativi o ottimistici per le specifiche lavorazioni meccaniche interne dei componenti analizzati. La procedura di calcolo prevede l'estrazione della pressione differenziale netta dai trasduttori, la depurazione dalle perdite distribuite (paragrafo 1.3.2) e la successiva normalizzazione:

$$\boldsymbol{\zeta_{exp} = \frac{\Delta p_{tot} - \Delta p_{dist}}{\frac{1}{2}\rho w^2}} \quad \textbf{(39)}$$

Il confronto tra questo $\boldsymbol{\zeta_{exp}}$ e quello teorico di **Idel'chik** permetterà di valutare l'accuratezza delle previsioni del manuale per componenti reali, dove le tolleranze di lavorazione e la finitura superficiale degli spigoli potrebbero discostarsi dal modello teorico ideale.

1.5 LA FLUIDODINAMICA NEI GOMITI A SPIGOLO VIVO

1.5.1 CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DEL GOMITO A SPIGOLO VIVO E CONFRONTO CON LE CURVE A RAGGIO COSTANTE.

Nello sviluppo di circuiti integrati oleodinamici (**manifold**), la gestione dei cambi di direzione del flusso rappresenta una delle principali sfide progettuali. Le geometrie utilizzate per deviare la corrente fluida si dividono in due grandi famiglie: le curve a raggio costante (o raccordate) e i **gomiti a spigolo vivo** (***sharp-edged elbows***). La scelta tra queste due configurazioni non è solo di natura idraulica, ma è fortemente condizionata dai vincoli tecnologici di produzione [2], [9].

Il gomito a 90° è caratterizzato dall'intersezione netta e perpendicolare di due condotti cilindrici rettilinei di pari diametro (***D***). Dal punto di vista geometrico, questa intersezione genera una linea di giunzione ellittica inclinata a 45° rispetto agli assi dei condotti.

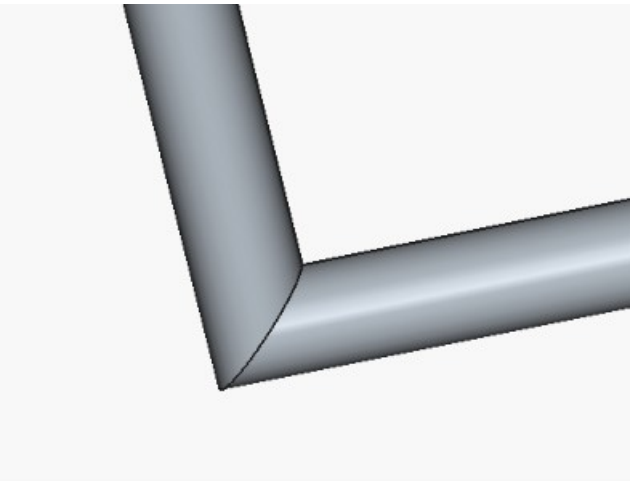


Figura8– Geometria di riferimento del gomito a 90° a spigolo vivo. Fonte: elaborazione propria.

La caratteristica fondamentale di questa geometria è l'assenza di un raccordo con raggio di curvatura definito $\left(\frac{R}{D} = 0\right)$. Lo spigolo interno si presenta come una discontinuità matematica (un vertice vivo), mentre la parete esterna forma un angolo retto perfetto.

Per comprendere la severità del gomito a spigolo vivo, è utile confrontarlo con una curva a raggio costante, dove il cambio di direzione avviene gradualmente lungo un arco di cerchio caratterizzato da un raggio medio R.

- **Distribuzione delle pressioni:** Nelle curve raccordate, il gradiente di pressione trasversale (generato dalla forza centrifuga $F_c = \frac{mw^2}{R}$) si sviluppa in modo continuo. La pressione aumenta linearmente verso la parete esterna (estradosso) e diminuisce verso quella interna

(intradosso). Nel gomito a spigolo vivo, la brusca variazione di direzione della corrente determina invece una forte redistribuzione locale della pressione e devia il flusso principale verso la parete esterna, mentre a valle dello spigolo interno può svilupparsi una regione a pressione più bassa associata alla separazione della corrente.

- **Stabilità dello strato limite:** Nelle curve con un rapporto $\frac{R}{D} > 1,5$, lo strato limite ha l'energia sufficiente per seguire la curvatura della parete, limitando il distacco della vena a piccole zone o evitandolo del tutto. Nel gomito a spigolo vivo, la brusca discontinuità geometrica favorisce la separazione della corrente in prossimità dello spigolo interno e la formazione della regione di ricircolo descritta nel paragrafo 1.4.2.

Il divario energetico tra le due geometrie trova un riscontro immediato nei dati forniti dall'**Handbook** di **Idel'chik**. A parità di numero di Reynolds e in regime turbolento sviluppato [2], [9]:

- Una curva dolce ben progettata $\left(\frac{R}{D} \approx 2\right)$ può presentare un coefficiente di perdita localizzata estremamente basso, con valori di ζ compresi tra **0.12 e 0.20**.
- Un gomito a spigolo vivo a 90° presenta uno ζ teorico che si attesta intorno a **1.1 - 1.3**.

Ciò evidenzia come, nelle condizioni considerate, il gomito a spigolo vivo possa presentare perdite localizzate sensibilmente maggiori rispetto a una curva raccordata.

In ambito industriale realizzare curve raccordate all'interno di un blocco di acciaio o alluminio pieno richiederebbe lavorazioni a controllo numerico a cinque assi con utensili speciali (frese a candela emisferiche) o tecniche di lavorazione più complesse e generalmente meno convenienti dal punto di vista produttivo. La foratura ortogonale (gomito a spigolo vivo) permette invece di posizionare le valvole e i canali a brevissima distanza l'uno dall'altro, minimizzando il peso e le dimensioni del **manifold**. La caratterizzazione sperimentale svolta nella presente tesi consente quindi di valutare quantitativamente le perdite associate a questa soluzione costruttiva nelle condizioni operative considerate.

1.5.2 FLUSSI SECONDARI E MOTO TRIDIMENSIONALE NEI CAMBI DI DIREZIONE.

Fino a questo punto il comportamento del flusso è stato descritto prevalentemente considerando il piano principale del gomito. In realtà, il moto all'interno di un cambio di direzione è tridimensionale e può sviluppare componenti di velocità trasversali rispetto alla direzione principale della corrente.

Nel caso di un condotto curvo a raggio finito, la curvatura della traiettoria determina un gradiente di pressione trasversale tra la parete interna e quella esterna. Poiché la velocità non è uniforme sulla sezione, l'effetto della curvatura non è uguale in ogni punto: il fluido nella zona centrale, caratterizzato da velocità maggiore, tende maggiormente a spostarsi verso la parete esterna, mentre il

fluido più lento in prossimità delle pareti compie un moto di ritorno verso la parete interna. Si genera così una coppia di strutture vorticose contro-rotanti, note come **vortici di Dean** [10].

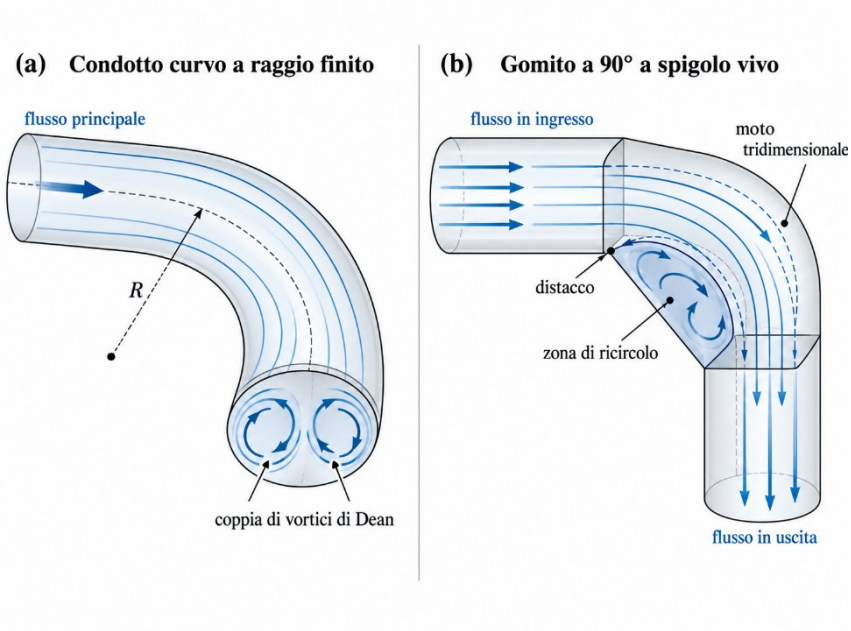


Figura9– Confronto schematico tra i flussi secondari in un condotto curvo a raggio finito e il moto con ricircolo in un gomito a 90° a spigolo vivo. Fonte: elaborazione propria sulla base di [10].

Per i condotti curvi, l'intensità di questo fenomeno viene comunemente caratterizzata mediante il numero di **Dean**:

$$\boldsymbol{D_e = R_e * \sqrt{\frac{D}{2R}}} \quad \textbf{(40)}$$

Dove $\boldsymbol{Re}$ è il Numero di Reynolds, $\boldsymbol{D}$ è il diametro del condotto e $\boldsymbol{R}$ è il raggio di curvatura [10].
Nel caso del gomito a 90° a spigolo vivo studiato nella presente tesi, tuttavia, non è corretto applicare direttamente il numero di **Dean** facendo tendere $\boldsymbol{R_c}$ a zero. La relazione precedente è infatti definita per condotti caratterizzati da una curvatura finita. Nel gomito a spigolo vivo, la tridimensionalità del moto è determinata principalmente dalla brusca deviazione della corrente, dalla separazione allo spigolo, dai gradienti di pressione trasversali e dall'interazione tra la corrente principale e le zone di ricircolo.

Possono quindi svilupparsi strutture di moto secondario e componenti vorticose tridimensionali, ma esse non devono essere identificate automaticamente con i vortici di **Dean** classici. Nel presente lavoro il riferimento ai vortici di **Dean** viene pertanto utilizzato per descrivere il meccanismo generale

con cui una curvatura può generare flussi secondari, mentre la configurazione a spigolo vivo viene analizzata separatamente attraverso i fenomeni di separazione e ricircolo.

1.5.3 ANALISI DEI GRADIENTI DI PRESSIONE AVVERSI E MECCANISMI DI SEPARAZIONE SPECIFICA PER ANGOLI NETTI.

Lo scopo del presente paragrafo è approfondire il meccanismo fisico che conduce alla **separazione della corrente dalla parete**, fenomeno fondamentale per comprendere la formazione delle regioni di ricircolo e, conseguentemente, l'origine delle perdite di carico localizzate nel gomito a 90° a spigolo vivo.

Come discusso nei paragrafi precedenti, in prossimità di una parete solida la condizione di non scorrimento impone che la velocità del fluido si annulli sulla superficie. Allontanandosi dalla parete, la velocità aumenta progressivamente fino a raggiungere quella della corrente principale. Si genera quindi uno strato limite all'interno del quale gli effetti viscosi assumono particolare importanza [1], [6].

In presenza di una variazione del campo di pressione lungo la direzione del moto, il comportamento dello strato limite può modificarsi significativamente. Indicando con **s** la coordinata orientata nella direzione della corrente, si definisce **gradiente di pressione avverso** (*Adverse Pressure Gradient*, APG) la condizione:

$$\frac{\partial p}{\partial s} > 0 \quad (41)$$

ovvero una situazione nella quale la pressione statica aumenta procedendo nella direzione del flusso. Tale incremento di pressione si oppone al moto e determina una decelerazione della corrente. L'effetto risulta particolarmente importante nelle regioni prossime alla parete, dove il fluido possiede una quantità di moto inferiore rispetto al nucleo della corrente a causa degli effetti viscosi.

Quando il gradiente di pressione avverso è sufficientemente intenso, il fluido vicino alla parete può essere progressivamente rallentato fino a raggiungere una condizione nella quale lo sforzo tangenziale alla parete si annulla. Oltre tale condizione può instaurarsi un moto locale retrogrado, determinando il distacco dello strato limite e la formazione di una regione di ricircolo [6].

Il fenomeno può essere interpretato anche dal punto di vista analitico considerando l'equazione di quantità di moto dello strato limite bidimensionale, ricavata dalle equazioni di **Navier–Stokes** per un fluido Newtoniano incomprimibile [1], [6]:

$$u\frac{\partial u}{\partial s} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{ds} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (42)$$

dove **u** rappresenta la componente di velocità parallela alla parete, **v** la componente normale alla parete, **y** la coordinata ortogonale alla superficie, **ρ** la densità del fluido e **ν** la viscosità cinematica. Valutando l'equazione direttamente sulla parete, per la condizione di non scorrimento risulta **u = 0**, **v = 0** e i termini inerziali si annullano. L'equazione si riduce quindi a:

$$\mathbf{0} = -\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\rho}}\frac{\boldsymbol{dp}}{\boldsymbol{ds}} + \boldsymbol{\nu}\left.\frac{\boldsymbol{\partial^2 u}}{\boldsymbol{\partial y^2}}\right|_{\boldsymbol{w}} \quad (\mathbf{43})$$

da cui:

$$\left.\frac{\boldsymbol{\partial^2 u}}{\boldsymbol{\partial y^2}}\right|_{\boldsymbol{w}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\rho\nu}}\frac{\boldsymbol{dp}}{\boldsymbol{ds}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\mu}}\frac{\boldsymbol{dp}}{\boldsymbol{ds}} \quad (\mathbf{44})$$

avendo utilizzato la relazione **μ = ρν**.

È importante sottolineare che questa espressione **non significa che lo sforzo di taglio dipenda dalla derivata seconda della velocità**. Per un fluido Newtoniano lo sforzo tangenziale rimane infatti definito dalla relazione:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu}\frac{\boldsymbol{\partial u}}{\boldsymbol{\partial y}} \quad (\mathbf{45})$$

e, in particolare, sulla parete:

$$\boldsymbol{\tau_w} = \boldsymbol{\mu}\left.\frac{\boldsymbol{\partial u}}{\boldsymbol{\partial y}}\right|_{\boldsymbol{w}} \quad (\mathbf{46})$$

La derivata seconda compare nell'equazione della quantità di moto perché essa rappresenta la variazione spaziale dello sforzo viscoso. Infatti, assumendo **μ** costante:

$$\frac{\boldsymbol{\partial \tau}}{\boldsymbol{\partial y}} = \boldsymbol{\mu}\frac{\boldsymbol{\partial^2 u}}{\boldsymbol{\partial y^2}} \quad (\mathbf{47})$$

Il gradiente di pressione è quindi bilanciato, in prossimità della parete, dalla variazione degli sforzi viscosi all'interno dello strato limite [1], [6].

La condizione di separazione può essere individuata osservando il gradiente di velocità alla parete. Avvicinandosi alla separazione, la pendenza del profilo di velocità diminuisce progressivamente fino a raggiungere:

$$\left.\frac{\boldsymbol{\partial u}}{\boldsymbol{\partial y}}\right|_{\boldsymbol{w}} = \mathbf{0} \quad (\mathbf{48})$$

e quindi:

$$\boldsymbol{\tau_w} = \mathbf{0} \quad (\mathbf{49})$$

Questa condizione identifica il punto in cui lo sforzo tangenziale alla parete si annulla. A valle del punto di separazione può verificarsi:

$$\left.\frac{\boldsymbol{\partial u}}{\boldsymbol{\partial y}}\right|_{\boldsymbol{w}} < \mathbf{0} \quad (\mathbf{50})$$

corrispondente a uno sforzo tangenziale negativo e quindi alla presenza di una componente di velocità locale orientata in direzione opposta rispetto alla corrente principale. Tale moto retrogrado è alla base della formazione della zona di ricircolo.

Nel caso di superfici curve o diffusori raccordati, la posizione del punto di separazione dipende dall'intensità del gradiente di pressione, dal numero di Reynolds e dallo sviluppo dello strato limite. Nel **gomito a 90° a spigolo vivo** analizzato nella presente tesi, la situazione è differente: la variazione della direzione della parete è praticamente discontinua e il flusso non può seguire la geometria mantenendosi aderente allo spigolo interno. La separazione risulta quindi fortemente condizionata dalla geometria e il punto di distacco tende a essere localizzato in corrispondenza dello spigolo stesso. La brusca deviazione della corrente determina inoltre una distribuzione fortemente non uniforme della pressione tra la regione interna ed esterna del gomito. Il flusso principale viene deviato verso la parete esterna, mentre a valle dello spigolo interno si forma una regione caratterizzata da velocità ridotte o localmente retrograde. La successiva interazione tra la corrente principale e il fluido ricircolante genera elevati gradienti di velocità e contribuisce alla dissipazione dell'energia meccanica.

Il concetto di gradiente di pressione avverso consente quindi di interpretare il legame tra **distribuzione di pressione, decelerazione dello strato limite e separazione della corrente**. Nel caso specifico del gomito a spigolo vivo, tale interpretazione deve essere affiancata all'effetto della discontinuità geometrica, che rende la separazione più direttamente vincolata alla posizione dello spigolo rispetto a quanto avviene in una curva raccordata. Nei capitoli successivi, i campi di velocità e pressione ottenuti mediante simulazione **CFD** permetteranno di osservare direttamente la formazione e l'estensione delle regioni di ricircolo associate a questo fenomeno.

1.5.4 IL FENOMENO DELLA CAVITAZIONE NEI GOMITI A SPIGOLO VIVO

L'analisi dei forti gradienti di pressione e delle accelerazioni locali nella *vena contracta* (**paragrafi 1.4.3 e 1.5.3**) introduce la possibilità di fenomeni di **cavitazione**. In ambito oleodinamico, questo fenomeno rappresenta una delle cause principali di degradazione energetica, emissione acustica e danneggiamento strutturale dei componenti meccanici [11].

La cavitazione consiste nella formazione locale di cavità di vapore o di bolle gassose all'interno di un liquido, che possono successivamente collassare quando vengono trasportate in regioni a pressione maggiore. A differenza dell'ebollizione termica, che è associata principalmente all'aumento della temperatura, la cavitazione idrodinamica è legata alla diminuzione locale della pressione.

Riprendendo l'equazione di **Bernoulli** estesa al flusso nella sezione contratta a valle dello spigolo vivo del gomito, la pressione minima locale p_c può essere approssimata come:

$$p_c = p_0 - \frac{1}{2}\rho(w_c{}^2 - w_0{}^2) - \Delta p_{dist} \quad (51)$$

La condizione termodinamica di innesco si verifica quando la pressione statica locale scende al di sotto della **pressione di vapore saturo** del fluido (p_v) alla temperatura di esercizio del sistema:

$$p_c \leq p_v \quad (52)$$

Nelle applicazioni oleodinamiche industriali che impiegano oli minerali la pressione di vapore del fluido puro è estremamente bassa. Tuttavia, l'olio reale non è ideale: esso contiene una percentuale non trascurabile di aria disciolta in soluzione (fino al **5-10%** in volume in condizioni standard). Di conseguenza, l'innesco dei micro-vuoti gassosi (fenomeno di pseudocavitazione o cavitazione gassosa) avviene a pressioni molto più elevate rispetto a p_v, spesso vicine alla pressione atmosferica o a frazioni di bar assoluti, amplificando il rischio operativo nei gomiti operanti ad alte portate.

Una volta nate nella *vena contracta* (regione di minima pressione), le micro-bolle vengono trascinate dalla corrente verso la zona di ri-espansione a valle del gomito, dove la pressione statica risale parzialmente per il riattacco della vena fluida.

Questo repentino incremento di pressione circostante destabilizza la bolla. Il processo di collasso sferico è governato dall'equazione differenziale non lineare di **Rayleigh-Plesset**:

$$R\frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{1}{\rho}\left[(p_v - p_\infty) - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu}{R}\frac{dR}{dt}\right] \quad (53)$$

Dove $R(t)$ è il raggio della bolla e σ è la tensione superficiale. Quando la pressione asintotica p_∞ supera la pressione interna della bolla, il collasso avviene in tempi infinitesimali (nell'ordine dei microsecondi) [11].

Se la bolla implode in prossimità della parete metallica del condotto, la simmetria sferica del collasso si rompe. Il fluido circostante penetra asimmetricamente nella bolla, generando un **micro-jet (micro-getto ad alta velocità)** orientato ortogonalmente verso la parete solida. La velocità di questo getto microscopico può superare i 1000 m/s, generando picchi di pressione d'impatto localizzati (onde d'urto) che raggiungono e superano i 1000 bar.

Per quantificare la propensione di un gomito a spigolo vivo a sviluppare questo fenomeno, **Idel'chik** e la fluidodinamica applicata introducono il parametro adimensionale noto come **Numero di Cavitazione (σ_c)**:

$$\sigma_c = \frac{p_{upstream} - p_v}{\frac{1}{2}\rho w^2} \quad (54)$$

Esiste un valore critico di questo parametro (σ_{crit}), specifico per la geometria a spigolo vivo, al di sotto del quale il gomito entra in regime cavitante. Poiché lo spigolo vivo impone un coefficiente di contrazione C_c molto basso (**paragrafo 1.4.3**), la velocità locale w_c è esasperata, rendendo il gomito

a spigolo vivo potenzialmente più suscettibile alla cavitazione rispetto a una curva raccordata a parità di portata nominale.

La manifestazione della cavitazione all'interno dei blocchi oleodinamici può comportare i seguenti fenomeni:

1. **Erosione da cavitazione (Pitting):** I continui impatti dei micro-getti sulla parete di acciaio o alluminio provocano una fatica meccanica localizzata che asporta microscopici frammenti di materiale. Nel tempo, l'erosione può modificare progressivamente la geometria superficiale del foro, alterando irreversibilmente il coefficiente ζ del componente.
2. **Strozzamento della Portata (Choked Flow):** Se la cavitazione diventa massiccia, la fase gassosa occupa gran parte della sezione utile del tubo. Il gomito entra in condizioni di "flusso bloccato": un ulteriore aumento del $\Delta \boldsymbol{p}$ imposto dalla pompa non produce alcun incremento di portata, ma aumenta solo l'energia dissipata in calore.
3. **Inquinamento dei dati sperimentali:** Durante i test sul banco prova, l'insorgenza della cavitazione altera la densità locale del fluido (miscela bifasica liquido-vapore) e può introdurre fluttuazioni nel segnale di pressione e aumentare la dispersione delle misure.

1.5.5 DIPENDENZA DEL COEFFICIENTE ζ DAL NUMERO DI REYNOLDS IN REGIME LAMINARE: L'EFFETTO "VISCOSITÀ DOMINANTE".

Un errore comune nella pratica ingegneristica classica è considerare il coefficiente di perdita localizzata ζ come un valore statico, legato esclusivamente alla geometria della singolarità. Se questa assunzione presenta un'ottima approssimazione nei regimi di moto turbolento sviluppato (regime quadratico), essa decade completamente quando il sistema opera in **regime laminare**. In questo contesto, tipico dei circuiti oleodinamici industriali che impiegano fluidi ad alta viscosità cinematica (come gli oli minerali ISO VG 46 o 68 a temperature medio-basse), lo ζ manifesta una fortissima dipendenza dal Numero di Reynolds ($\boldsymbol{Re}$) [2], [12].

Nel regime laminare (tipicamente per $\boldsymbol{Re < 2000}$), le forze viscose molecolari sovrastano le forze d'inerzia. Quando il fluido attraversa un gomito a spigolo vivo, l'elevata viscosità esercita un'azione smorzante che altera la fenomenologia del distacco della vena analizzata nei paragrafi precedenti:

1. **Inibizione della turbolenza macroscopica:** La viscosità impedisce la frammentazione del flusso nella cascata energetica di **Kolmogorov**. Non si formano i vortici caotici tridimensionali ad alta frequenza tipici del regime turbolento.
2. **Estensione della bolla di ricircolo:** Sebbene la turbolenza sia assente, il distacco geometrico allo spigolo avviene comunque per inerzia, ma la "bolla" di fluido separato assume una natura laminare e stazionaria. La viscosità agisce come un freno viscoso continuo lungo tutta

l'interfaccia di taglio (*shear layer*), dissipando energia non per rimescolamento turbolento, ma per puro scorrimento molecolare ad altissimo gradiente di velocità.

Per tenere conto di questo effetto "viscosità dominante", la letteratura scientifica e lo stesso manuale di **Idel'chik** introducono una formulazione matematica che modifica lo ζ nominale (valido per l'alto ***Reynolds***, $\boldsymbol{\zeta_{quad}}$) attraverso un termine inversamente proporzionale a Re. La struttura generale dell'equazione assume la forma:

$$\boldsymbol{\zeta = \frac{A}{Re} + B * \zeta_{quad}} \quad \mathbf{(55)}$$

Dove:

- **A** è un coefficiente numerico empirico o semi-analitico che dipende strettamente dalla severità geometrica del gomito (per gomiti a 90° assume valori molto elevati);
- **B** è un fattore correttivo di scala, solitamente prossimo all'unità [12].

Quando il Numero di Reynolds tende a valori molto bassi ($\boldsymbol{Re \to 0}$), il primo termine $\left(\frac{A}{Re}\right)$ diventa dominante, asintoticamente divergente. Di conseguenza, il coefficiente ζ non è più costante ma cresce in modo iperbolico al decrescere della velocità del flusso o al crescere della viscosità dell'olio.

L'analisi di questa dipendenza iperbolica introduce un concetto fondamentale per l'elaborazione dei dati sperimentali. Ricordando la definizione originaria di **Idel'chik**:

$$\boldsymbol{\Delta p_{loc} = \zeta \frac{1}{2} \rho w^2} \quad \mathbf{(56)}$$

Sostituendo la legge laminare $\boldsymbol{\zeta \approx \frac{A}{Re}}$ all'interno dell'equazione della perdita di carico, e ricordando che $\boldsymbol{Re = \frac{\rho w D}{\mu}}$, si ottiene:

$$\boldsymbol{\Delta p_{loc} \approx \frac{\left(\frac{A * \mu}{\rho w D}\right) * 1}{2} \rho w^2 = \left(\frac{A * \mu}{2D}\right) w} \quad \mathbf{(57)}$$

Questo passaggio matematico fa comprendere come in regime laminare, nonostante lo ζ tenda a infinito per velocità molto basse, **la perdita di carico reale ($\boldsymbol{\Delta p_{loc}}$) torna a essere direttamente proporzionale alla prima potenza della velocità ($\boldsymbol{w}$)**, esattamente come accade per le perdite distribuite nella legge di **Hagen-Poiseuille**. La singolarità perde la sua natura puramente inerziale (proporzionale a $\boldsymbol{w^2}$) e si comporta come un generatore di attrito viscoso lineare.

Questo fenomeno rappresenta la base della validazione sperimentale su banco prova. Durante i test, al variare della portata erogata dalla pompa e della temperatura dell'olio (che sposta drasticamente la viscosità cinematica $\boldsymbol{\nu}$), i punti sperimentali copriranno sia il regime laminare che la zona di transizione.

Nello stilare i grafici di $\boldsymbol{\zeta_{exp}}$ in funzione di $\boldsymbol{Re}$, ci si aspetta di vedere i dati disporsi lungo una curva iperbolica decrescente nella zona a *bassi Reynolds*, per poi stabilizzarsi su un plateau orizzontale non appena il moto evolve verso il regime turbolento sviluppato.

1.6 CORRELAZIONI PER LA VALUTAZIONE DELLE PERDITE LOCALIZZATE

1.6.1 IL METODO DEL "MANUALE DI IDELCHIK": APPROCCIO TABELLARE E DIAGRAMMI DI CALCOLO.

L'*Handbook of Hydraulic Resistance* di I.E. Idel'chik costituisce uno dei principali riferimenti per la valutazione delle perdite di carico associate a singolarità geometriche presenti nei sistemi idraulici. Il manuale raccoglie correlazioni, diagrammi e coefficienti ottenuti per differenti configurazioni geometriche e condizioni di moto, fornendo una metodologia sistematica per la determinazione del coefficiente di perdita localizzata ζ [2].

Come introdotto nel paragrafo 1.4.4, una volta noto il coefficiente ζ, la perdita di pressione associata alla singolarità può essere espressa mediante:

$$\boldsymbol{\Delta p_{loc} = \zeta \frac{\rho U^2}{2}} \quad \textbf{(58)}$$

dove **ρ** è la densità del fluido e **U** la velocità media nella sezione di riferimento.

Per la geometria analizzata nella presente tesi, costituita da una deviazione a 90° a spigolo vivo, il riferimento utilizzato è il **Diagram 6-7** dell'Handbook. Nel caso limite di spigolo vivo, caratterizzato da un raggio relativo di curvatura $\boldsymbol{\frac{r}{b_0} = 0}$, dove $\boldsymbol{r}$ rappresenta il raggio di raccordo dello spigolo interno del gomito e $\boldsymbol{b_0}$ la dimensione caratteristica della sezione del condotto, il coefficiente di perdita in regime turbolento ad elevato numero di Reynolds viene determinato combinando diversi fattori correttivi [2]:

$$\boldsymbol{\zeta = C_1 * A * \zeta_{loc}} \quad \textbf{(59)}$$

In questa relazione, $\boldsymbol{\zeta_{loc}}$ rappresenta il coefficiente di perdita di base associato principalmente all'angolo di deviazione **δ**; **A** costituisce un ulteriore fattore correttivo dipendente dall'angolo; $\boldsymbol{C_1}$ tiene invece conto della forma della sezione del condotto. I valori dei diversi coefficienti vengono ricavati dalle tabelle e dai diagrammi riportati nell'Handbook [2]. La relazione risulta valida per valori di $\boldsymbol{Re \geq 2 + 10^5}$.

δ [°]	0	20	30	45	60	75	90	110	130	150	180
ζ_{loc}	0	0,05	0,07	0,17	0,37	0,63	0,99	1,56	2,16	2,67	3,00
A	–	2,50	2,22	1,87	1,50	1,28	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20

Tabella 1 – Coefficienti ζloc e A in funzione dell'angolo di deviazione δ per il metodo di Idel'chik.

Fonte: adattato da [2].

a0/b0	0,25	0,50	0,75	1,0	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0
C_1	1,10	1,07	1,04	1,00	0,95	0,90	0,83	0,78	0,75	0,72	0,71	0,70

Tabella 2 – Coefficiente C1 in funzione del rapporto geometrico a0/b0 per il metodo di Idel'chik.

Fonte: adattato da [2].

Tabella 1 e Tabella 2 contengono le tabelle relative ai coefficienti $\boldsymbol{\zeta_{loc}}$, **A** e $\boldsymbol{C_1}$**.**

La prima tabella serve a determinare la perdita di carico in **regime turbolento sviluppato** (alto numero di Reynolds). È strutturata a due righe principali in funzione dell'angolo di deviazione **δ** (espresso in gradi, da 0° a 180°):

- **Riga $\boldsymbol{\zeta_{loc}}$**: Mostra i valori ricavati dalla formula trigonometrica:

  Il coefficiente di perdita localizzato di base $\boldsymbol{\zeta_{loc}}$ è governato dall'angolo di deviazione **δ** secondo la legge semianalitica:

$$\boldsymbol{\zeta_{loc} = 0,95 * sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) + 2,05 * sin^4\left(\frac{\delta}{2}\right)} \quad \textbf{(60)}$$

Per i gomiti a 90° caratteristici dei blocchi analizzati, l'applicazione di tale formula e il riscontro tabellare del manuale fissano lo $\boldsymbol{\zeta_{loc} = 0,99}$.

  - Per un angolo di 45°, lo $\boldsymbol{\zeta_{loc}}$ è pari a **0.17**.
  - Per un angolo retto di 90°, lo $\boldsymbol{\zeta_{loc}}$ sale a **0.99** (quasi un'intera pressione dinamica persa).
  - Per angoli acuti o inversioni a 180°, lo $\boldsymbol{\zeta_{loc}}$ arriva a **3.92**, evidenziando l'effetto drammatico della severità dell'angolo.

- **Riga A:** Serve a correggere lo $\boldsymbol{\zeta_{loc}}$**,** dove $\boldsymbol{A = 0,95 + \frac{33,5}{\delta}}$**.** Per un condotto a 90°, il suo valore di riferimento è **1.2**.

La seconda tabella contiene i valori del coefficiente di forma. Per una sezione circolare uniforme, il coefficiente di forma $\boldsymbol{C_1}$ (funzione del rapporto d'aspetto della sezione $\frac{a_0}{b_0}$, dove $\boldsymbol{a_0}$ rappresenta l'altra dimensione trasversale del condotto nel caso in cui la sezione non è circolare) assume valore unitario ($\boldsymbol{C_1 = 1,00}$).

Per un angolo di 90°, dalla tabella si ricava **A=1,20**. Il coefficiente $\boldsymbol{C_1}$ viene invece determinato in funzione della geometria della sezione. Nel caso di un condotto a sezione circolare, come quelli

analizzati nel presente lavoro, il coefficiente assume valore $\boldsymbol{C_1 = 1}$. Introducendo i tre valori nella relazione generale si ottiene quindi $\boldsymbol{\zeta = 1,19}$. Questo valore rappresenta pertanto il **coefficiente di perdita di riferimento ricavato dal metodo di Idel'chik per la configurazione a 90° a spigolo vivo nelle condizioni previste dal diagramma considerato** [2].

1.6.2 CORRELAZIONE DI AL-TAMEEMI E RICCO

Un contributo rivolto alla dipendenza delle perdite localizzate dal numero di Reynolds è stato proposto da **Al-Tameemi e Ricco** [12], che hanno studiato sperimentalmente il comportamento di gomiti a 90° a spigolo vivo collegati a condotti circolari. Lo studio nasce dall'osservazione che gran parte della letteratura tecnica e dei manuali di progettazione assume, per questa geometria, un coefficiente di perdita sostanzialmente costante, senza descriverne esplicitamente la dipendenza dal numero di Reynolds. Gli autori evidenziano infatti come i precedenti dati sperimentali per gomiti a spigolo vivo riportassero valori di ζ generalmente prossimi a 1,1.

La campagna sperimentale è stata condotta utilizzando sia **acqua sia aria** come fluidi di lavoro e tre diametri interni dei condotti, pari a **11, 16 e 21 mm**, esplorando un intervallo del numero di Reynolds compreso tra $\boldsymbol{500 < Re < 60000}$.

L'utilizzo di fluidi e diametri differenti ha consentito agli autori di analizzare il coefficiente di perdita su un ampio campo di condizioni operative. Le sezioni di prova erano costituite da condotti rettilinei collegati mediante un gomito a 90° a spigolo vivo realizzato unendo due tratti tagliati a 45°; a monte e a valle del gomito erano presenti tratti rettilinei rispettivamente pari a circa 100D e 140D, in modo da poter caratterizzare adeguatamente la distribuzione di pressione. Il coefficiente di perdita localizzata viene definito dagli autori come

$$\boldsymbol{\zeta = \frac{2\Delta p_e}{\rho U_b^2}} \quad \textbf{(61)}$$

dove $\boldsymbol{\Delta p_e}$ rappresenta la caduta di pressione attribuibile al solo gomito, **ρ** la densità del fluido e $\boldsymbol{U_b}$ la velocità media nella sezione del condotto. La perdita localizzata viene ricavata separando il contributo del gomito dalle perdite distribuite presenti nei tratti rettilinei a monte e a valle. I risultati sperimentali mostrano una marcata dipendenza di ζ dal numero di Reynolds. In particolare, il coefficiente diminuisce rapidamente all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$ nella regione a più basso numero di Reynolds; per valori più elevati la variazione diventa progressivamente meno pronunciata e ζ tende verso un valore pressoché costante. Gli autori osservano che tale comportamento è coerente con il progressivo aumento dell'importanza degli effetti inerziali rispetto a quelli viscosi.

Sulla base dei dati sperimentali, Al-Tameemi e Ricco propongono la seguente correlazione:

$$\boldsymbol{\zeta = 427,5 * Re^{-0,77} + 0,9} \quad \textbf{(62)}$$

valida nell'intervallo $\boldsymbol{500 \leq Re \leq 60000}$ e caratterizzata, secondo gli autori, da un errore medio rispetto ai dati sperimentali entro circa il $\boldsymbol{\pm 3\%}$.

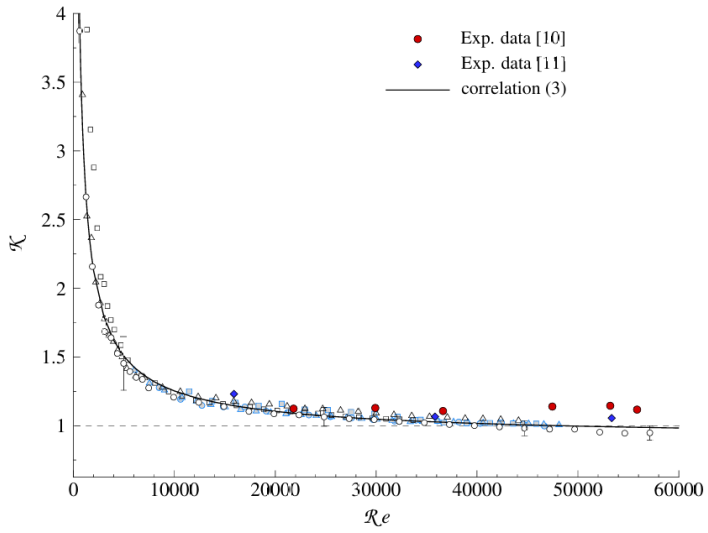


Figura10– Andamento del coefficiente di perdita in funzione del numero di Reynolds per i dati sperimentali di Al-Tameemi e Ricco e relativa correlazione. Fonte: [12].

La struttura della correlazione permette di distinguere due contributi. Il termine $\boldsymbol{427,5 * Re^{-0,77}}$ descrive la dipendenza dal numero di Reynolds e assume un peso crescente al diminuire di Re, mentre il termine costante **0,9** rappresenta il valore asintotico verso cui il coefficiente tende all'aumentare del numero di Reynolds. Nel campo sperimentale analizzato, gli autori osservano infatti una forte diminuzione di ζ soprattutto per $\boldsymbol{Re < 20000}$, mentre a Reynolds più elevati la dipendenza diventa progressivamente più debole. Il valore asintotico di **0,9** risulta inoltre inferiore al valore **1,1** riportato da precedenti studi e successivamente adottato in parte della letteratura tecnica.

Lo studio di **Al-Tameemi e Ricco** rappresenta quindi un riferimento particolarmente rilevante per il presente lavoro, poiché dimostra sperimentalmente che, per un gomito a 90° a spigolo vivo, il coefficiente ζ non può essere considerato costante nell'intero campo dei numeri di Reynolds. Allo stesso tempo, la correlazione è stata ricavata su geometrie e fluidi differenti da quelli considerati nella presente tesi; la verifica della sua applicabilità ai canali oleodinamici integrati nei **manifold** costituisce pertanto uno degli obiettivi della successiva campagna sperimentale.

1.6.3 CAMPO DI APPLICABILITÀ DELLE CORRELAZIONI E NECESSITÀ DELLA VERIFICA SPERIMENTALE

Le correlazioni presentate nei paragrafi precedenti costituiscono due riferimenti differenti per la valutazione delle perdite localizzate nei gomiti a 90° a spigolo vivo. Il metodo proposto da **Idel'chik** fornisce valori del coefficiente di perdita ζ mediante diagrammi e coefficienti tabellati, rappresentando un riferimento consolidato per la progettazione dei sistemi idraulici [2]. Come discusso nel paragrafo **1.6.1**, per la configurazione a 90° a spigolo vivo il valore di riferimento ottenuto dal manuale è associato principalmente a condizioni di moto ad elevato numero di Reynolds.

Tale impostazione risulta meno immediatamente applicabile quando il regime di moto si colloca a numeri di Reynolds inferiori, condizione che può verificarsi nei circuiti oleodinamici a causa dell'elevata viscosità del fluido e delle ridotte dimensioni dei canali. In queste condizioni il coefficiente di perdita può presentare una dipendenza significativa dal numero di Reynolds e non può quindi essere assunto a priori costante.

La correlazione proposta da **Al-Tameemi e Ricco** rappresenta un'evoluzione rispetto a tale approccio, poiché introduce esplicitamente la dipendenza del coefficiente di perdita ζ dal numero di Reynolds [12]. Gli autori hanno infatti studiato sperimentalmente gomiti a 90° a spigolo vivo in un intervallo di Reynolds compreso indicativamente tra 500 e 60000, evidenziando una marcata variazione di ζ ai bassi e medi numeri di Reynolds e una progressiva tendenza verso un valore pressoché costante all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$.

Anche la correlazione di **Al-Tameemi e Ricco**, tuttavia, è stata ottenuta in condizioni sperimentali differenti da quelle considerate nel presente lavoro. Le prove degli autori sono state condotte utilizzando aria e acqua in condotti di diametro pari a 11, 16 e 21 mm, con lunghi tratti rettilinei a monte e a valle del gomito, rispettivamente pari a circa 100D e 140D. Le configurazioni oggetto della presente tesi riguardano invece canali oleodinamici di dimensioni inferiori, integrati all'interno di **manifold** compatti, e impiegano olio idraulico come fluido di lavoro. Nel testo attuale della tesi i diametri considerati sono infatti dell'ordine di 5–6,5 mm.

Di conseguenza, né il valore tabellato da **Idel'chik** né la correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** possono essere assunti a priori come pienamente rappresentativi delle condizioni operative considerate nel presente lavoro. Ciò non implica una non validità delle due formulazioni, ma rende necessaria una verifica della loro applicabilità al campo geometrico e fluidodinamico analizzato.

La campagna sperimentale assume pertanto un duplice obiettivo: da un lato, confrontare i valori di ζ misurati sui **manifold** con le previsioni delle correlazioni di **Idel'chik** e di **Al-Tameemi e Ricco**; dall'altro, individuare eventuali differenze sistematiche nel campo dei bassi e medi numeri di Reynolds. I risultati di tale confronto costituiranno successivamente la base per lo sviluppo di una nuova formulazione semi-empirica specificamente adattata alle condizioni operative analizzate nel presente lavoro.

CAPITOLO 2

PROVE SPERIMENTALI E ANALISI DELLE CORRELAZIONI TROVATE IN LETTERATURA

Il presente capitolo descrive in dettaglio l'architettura del banco di prova sperimentale impiegato per la caratterizzazione fluidodinamica dei componenti idraulici, unitamente alle metodologie di acquisizione ed elaborazione dati sviluppate per l'analisi delle perdite di carico. Nella prima parte viene presentata la configurazione hardware del circuito idraulico. Inoltre, sono descritte le caratteristiche termofisiche del fluido di lavoro (olio minerale **ISO VG 46**). Particolare attenzione viene dedicata alla modellazione della dipendenza della viscosità e della densità dalla temperatura istantanea del fluido, elemento fondamentale per garantire l'accuratezza delle misurazioni in continuo. Nella seconda parte viene dettagliata la logica di calcolo implementata per l'elaborazione dei dati sperimentali acquisiti. Viene illustrato il procedimento mediante il quale, a partire dalle pressioni misurate a monte e a valle della sezione di saggio, si procede alla determinazione analitica delle perdite di carico distribuite nei tratti rettilinei — considerando il regime di moto laminare, turbolento o di transizione — al fine di isolare la quota concentrata e determinare il coefficiente adimensionale di perdita di carico ζ del componente in esame. Infine, viene determinata, analizzata e descritta la nuova formulazione empirica ricavata da analisi sullo stato dell'arte e fitting con i dati sperimentali a disposizione.

2.1 CARATTERIZZAZIONE SPERIMENTALE

2.1.1 IL CIRCUITO OLEODINAMICO DI SUPPORTO

All'interno del laboratorio di Idraulica del Veicolo del Dipartimento di Ingegneria di Modena e Reggio Emilia, è presente l'unità di generazione della potenza idraulica, costituita da una centralina elettrica con pannello comandi, in grado di fornire una potenza 15 kW di potenza elettrica alla centralina idraulica.

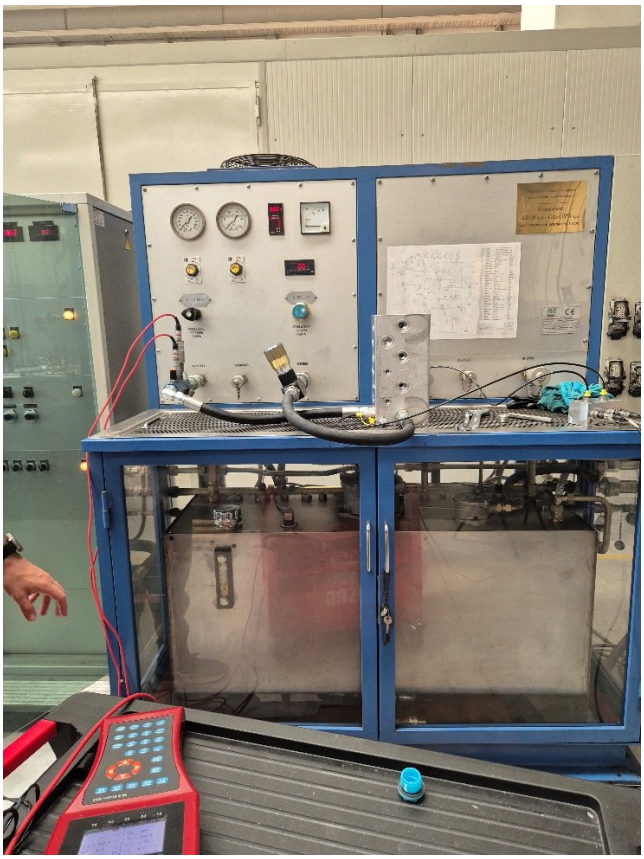


Figura 11– Vista frontale del banco prova oleodinamico utilizzato nella campagna sperimentale.

Fonte: fotografia dell'autore.



Figura 12– Vista dell'impianto idraulico e dei principali componenti della centralina di prova.

Fonte: fotografia dell'autore.

Nella parte frontale della centralina idraulica (in blu in Fig.11) troviamo gli attacchi rapidi di mandata, ritorno e drenaggio, una griglia con vasca per appoggiare eventuali componenti, e indicatori di pressione, portata istantanee della pompa. Inoltre, sono presenti le regolazioni per variare cilindrata e portata della pompa. Sotto alla zona di lavoro è possibile trovare il serbatoio dell'olio da 250 litri, con sensore di temperatura e di livello, dotato di rubinetto per essere svuotato e di una vasca di raccolta per raccogliere eventuali perdite o gocciolamenti dell'impianto. Nella parte posteriore del banco troviamo invece i componenti principali:

1. Un motore elettrico trifase da 15 kW, 4 poli, funzionante a 50 Hz e 380 V, montato orizzontalmente;
2. Una pompa a pistoni assiali a cilindrata variabile Casappa, dotata di compensatore di portata e pressione, in grado di fornire fino a 67 (l/min) ad una pressione massima di 180 bar in continuo [13];
3. una pompa a ingranaggi esterni, sempre Casappa, dedicata al circuito di raffreddamento e alla filtrazione dell'olio in linea secondaria (off-line) [14].

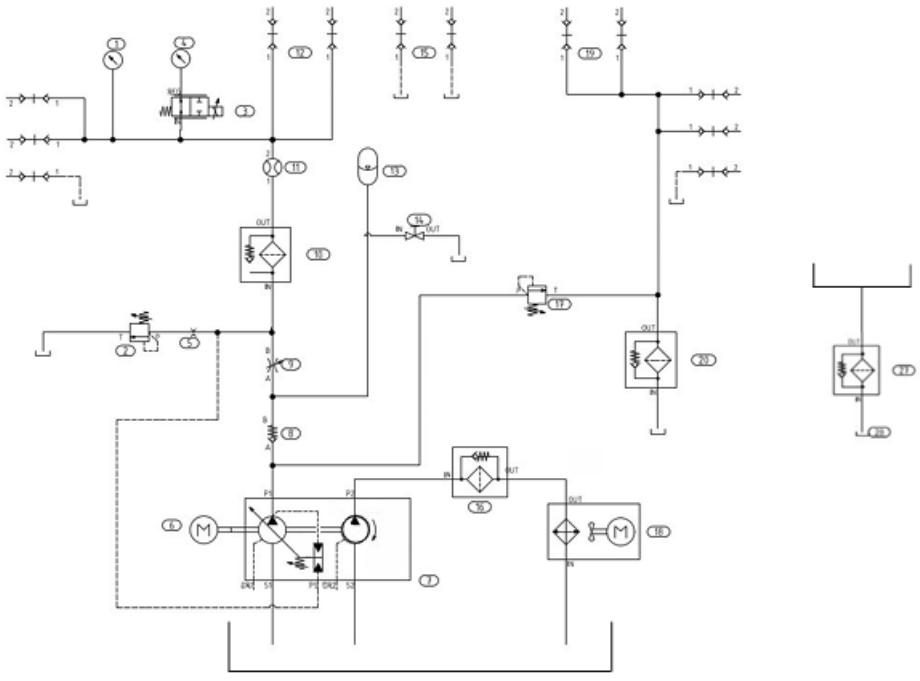


Figura 13 – Schema ISO della centralina idraulica del banco prova. Fonte: documentazione tecnica del banco prova.

L’impianto è completato da due valvole limitatrici di pressione, trasduttori e un misuratore di portata a turbina, installato sulla linea di mandata. L’impianto aspira olio dal serbatoio, nel quale la temperatura viene monitorata tramite termometro. Quando viene raggiunta la temperatura impostata (regolabile dall’operatore tramite apposito termostato), si attiva lo scambiatore aria-olio collocato nella parte superiore del banco. La pompa a ingranaggi è accoppiata meccanicamente alla pompa a cilindrata variabile e assicura il funzionamento del circuito di filtrazione e raffreddamento. Sulla linea di mandata e di ritorno sono previsti ulteriori filtri per garantire la pulizia del fluido. Il circuito include anche un regolatore di flusso manuale (strozzatore), accessibile dal pannello frontale, e una valvola limitatrice regolabile tra 15 e 400 bar. La piattaforma è dotata di un quadro comandi generale con pulsanti, display digitali, indicatore di emergenza e spie di segnalazione. È possibile visualizzare, nella parte superiore del quadro, i valori di portata, temperatura e pressione; nella parte inferiore sono invece presenti il pulsante di accensione, il fungo di emergenza e segnalatori luminosi per allarmi quali ostruzione filtri o surriscaldamento olio.

2.1.2 I COMPONENTI IN ESAME: GEOMETRIE E TIPOLOGIE DI MANIFOLD

Nel contesto dell'oleodinamica moderna, un **manifold (o blocco integrato)** rappresenta il nucleo di distribuzione e controllo del fluido. Esso sostituisce le reti di tubazioni discrete, integrando all'interno di un unico monoblocco metallico, ricavato dal pieno tramite lavorazioni meccaniche di asportazione truciolo, una fitta rete di canali interni comunicanti e sedi destinate all'alloggiamento di valvole a cartuccia o a flangia [9].

L'obiettivo fondamentale dell'adozione dei **manifold** risiede nella massimizzazione della densità di potenza e nella drastica riduzione degli ingombri geometrici. Tuttavia, la necessità di far cooperare numerosi condotti in volumi confinati impone l'adozione di intersezioni ortogonali a spigolo vivo estremamente ravvicinate, le cui perdite di carico concentrate costituiscono l'oggetto specifico della presente indagine sperimentale.

La campagna sperimentale ha previsto l'utilizzo di due blocchi in lega d'alluminio strumentati, all'interno dei quali sono stati isolati e testati specifici percorsi geometrici per analizzare come la successione o la variazione dei bivi geometrici influenzi il coefficiente di perdita locale $\boldsymbol{\zeta_{exp}}$.



Figura 14 – Manifold 2 utilizzato durante le prove sperimentali. Fonte: fotografia dell'autore.

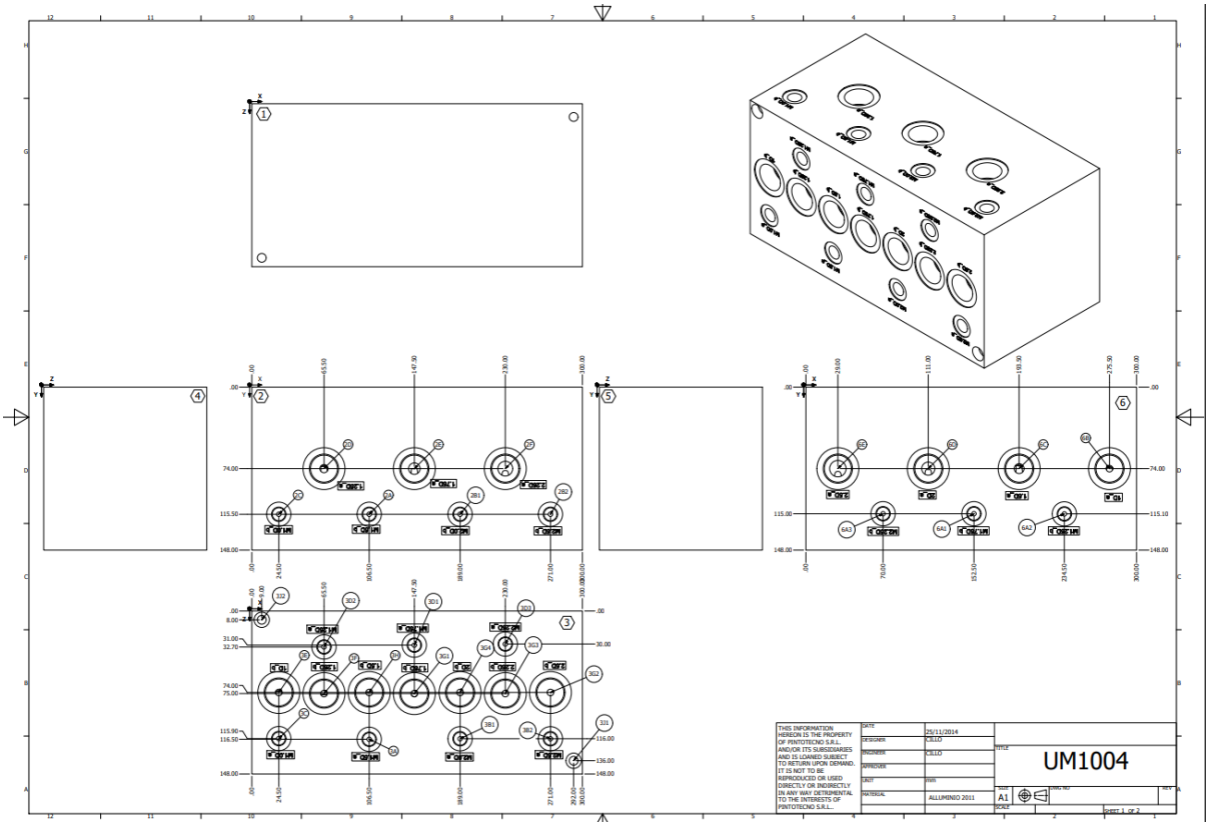


Figura 15– Disegno tecnico del Manifold 2. Fonte: documentazione tecnica del componente.

Il primo componente analizzato, denominato **Manifold 2**, è costituito da un blocco a geometria rettangolare realizzato in lega di **Alluminio 2011**, mostrato nella configurazione reale in **Fig. 14** e descritto analiticamente attraverso le proiezioni ortogonali della tavola tecnica **UM1004**.

Il layout interno di questo blocco è caratterizzato da una rete di condotti intersecanti ricavati mediante lavorazione meccanica per foratura. La topologia dei percorsi è stata concepita per analizzare in modo

sistematico l'effetto delle variazioni geometriche locali sulla dinamica del flusso: partendo da una configurazione di riferimento a gomito semplice con deviazione ortogonale a 90°, i canali successivi integrano transizioni di sezione volte a generare fenomeni di espansione e contrazione improvvisa della vena fluida. Tali singolarità presentano diversi rapporti dimensionali di allargamento e restrizione rispetto al diametro nominale del condotto, spaziando da un fattore di **1.25D** fino a un massimo di **2,5D**.

Ai fini della presente trattazione e validazione numerico-sperimentale, l'attenzione si focalizza sul **gomito semplice con rapporto dimensionale pari a 1D** (ovvero senza variazioni di diametro tra il condotto di monte e quello di valle). Questa specifica singolarità è evidenziata nel layout complessivo di **Fig. 15** e riprodotta in dettaglio nella successiva sezione di **Fig 16**, costituendo il caso fondamentale per l'isolamento della perdita di carico concentrata pura in assenza di effetti geometrici combinati.

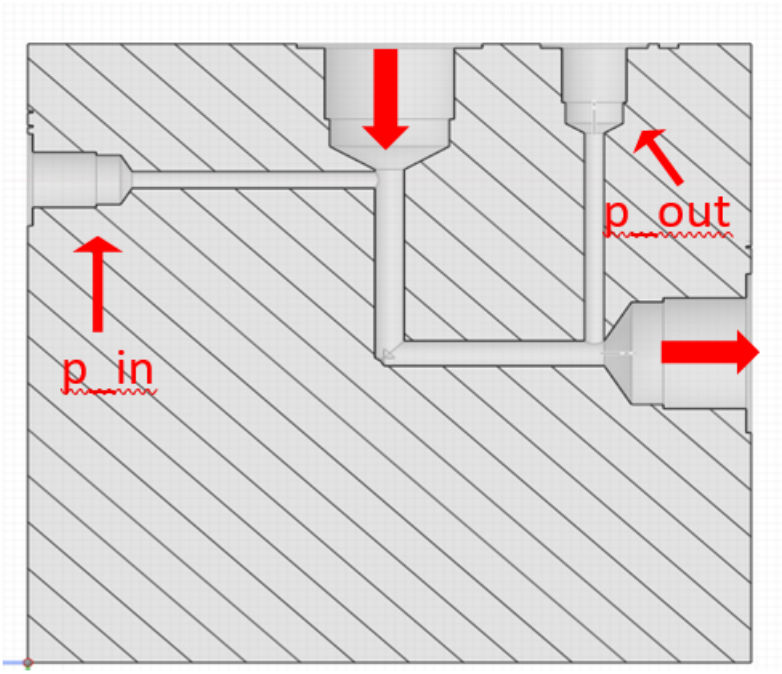


Figura 16– Sezione del percorso interno del Manifold 2 in corrispondenza del gomito a 90° a spigolo vivo. Fonte: elaborazione propria.

Analizzando la Fig. 16 si può determinare l'esatto percorso compiuto dall'olio idraulico e identificare i punti di presa per il monitoraggio delle pressioni a monte e a valle del gomito. Il verso di percorrenza del fluido è univocamente identificato dalle due frecce direzionali rosse. Il fluido entra verticalmente dall'alto (direzione indicata dalla freccia rossa discendente), percorre il tratto verticale e affronta la deviazione ortogonale a 90° a spigolo vivo, venendo convogliato e scaricato verso il lato destro del

blocco. I canali secondari ad asse verticale disposti lateralmente rispetto al condotto principale hanno una funzione puramente metrologica e non sono attraversati dalla portata principale del circuito. Nello specifico, il canale di sinistra (contrassegnato dall'indicazione *p_in)* alloggia il sensore destinato a monitorare la pressione di ingresso del fluido all'interno del ramo di mandata. Specularmente, il canale di destra (contrassegnato dall'indicazione *p_out*) ospita il sensore per il rilevamento della pressione di uscita del fluido a valle della singolarità geometrica.

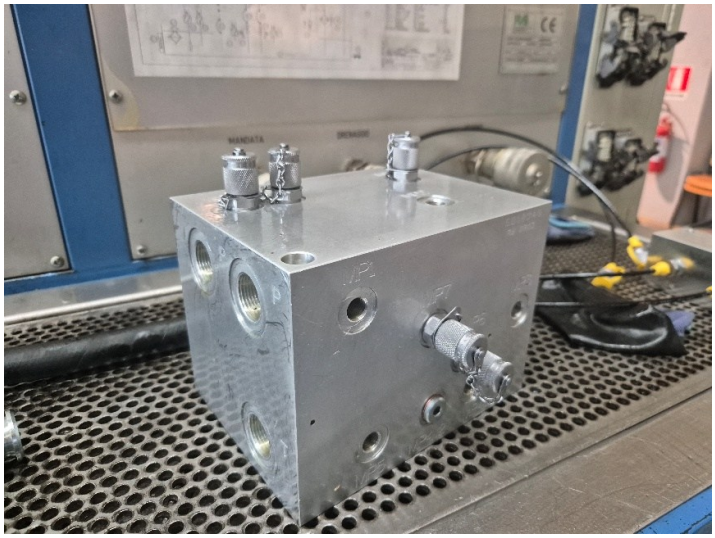


Figura 17– Manifold 5 utilizzato durante le prove sperimentali. Fonte: fotografia dell'autore.

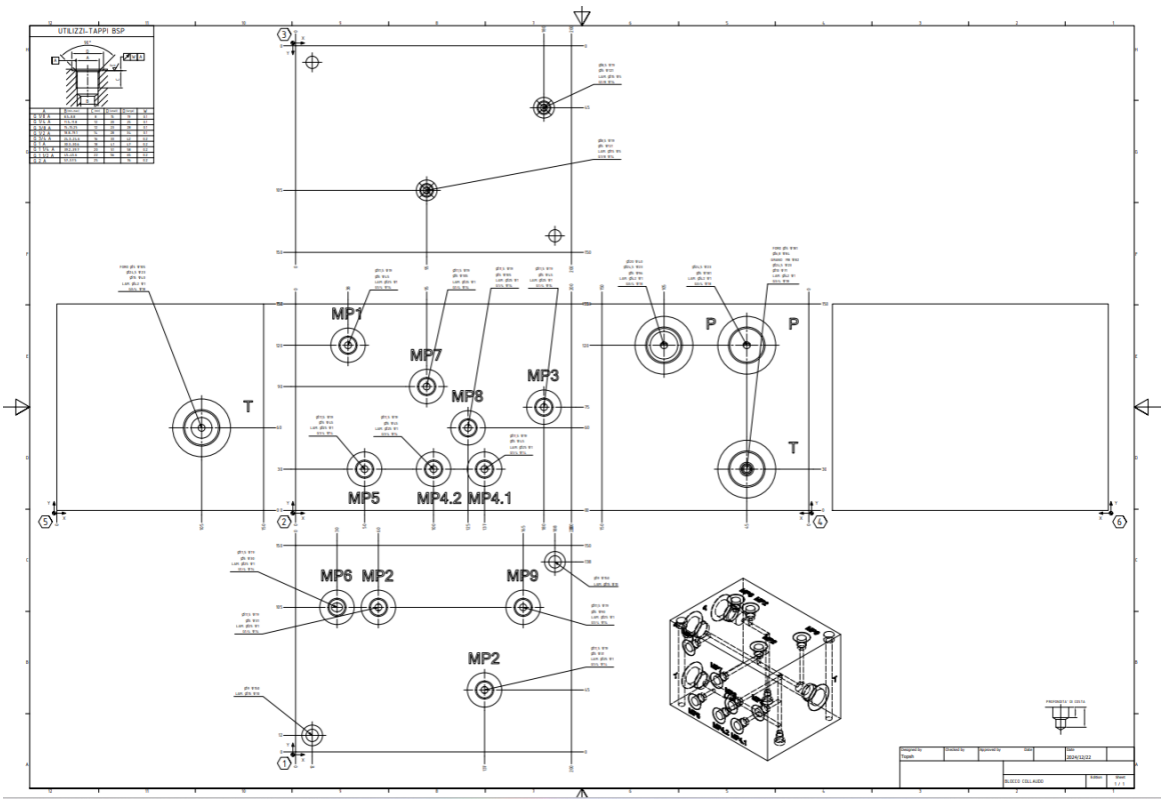


Figura 18– Disegno tecnico del Manifold 5. Fonte: documentazione tecnica del componente.

Il secondo blocco, denominato Manifold 5, (cubico, con miniprese multiple da **MP1** a **MP9**) è stato specificamente progettato per spingersi oltre la singolarità isolata, analizzando le mutue interazioni fluidodinamiche nei percorsi complessi ad alta densità:

- **Il percorso a "U":** Caratterizzato da due curve a 90° in sequenza ravvicinata che deviano il flusso nello stesso verso. Questa configurazione permette di studiare come il profilo di velocità, distorto dal primo gomito, modifichi radicalmente la *vena contracta* e il vortice di distacco nel secondo gomito, esaltando o attenuando la perdita di carico complessiva rispetto alla somma teorica di due gomiti isolati. Inoltre, è possibile inserire un grano e valutarne l'effetto sul flusso di olio.

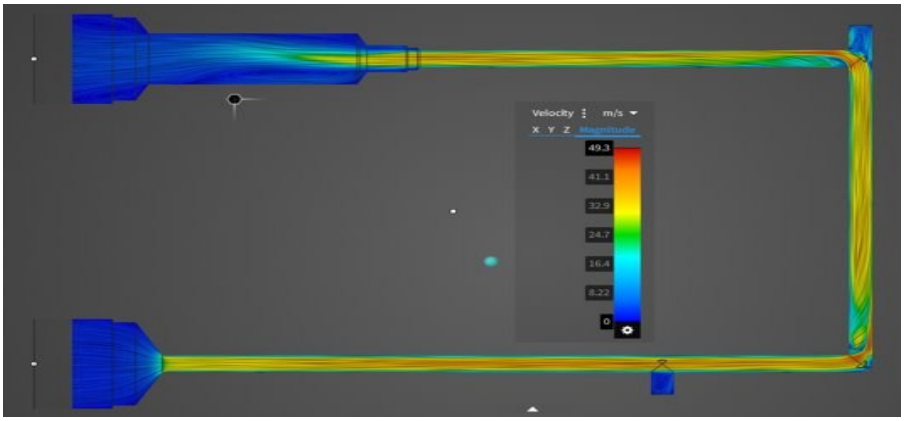


Figura 19 – Visualizzazione del percorso interno a U del Manifold 5. Fonte: elaborazione propria.

- **Il percorso ad "S":** Caratterizzato da due inversioni ortogonali a 90° contrapposte, che costringono il fluido a un repentino cambio di flesso.

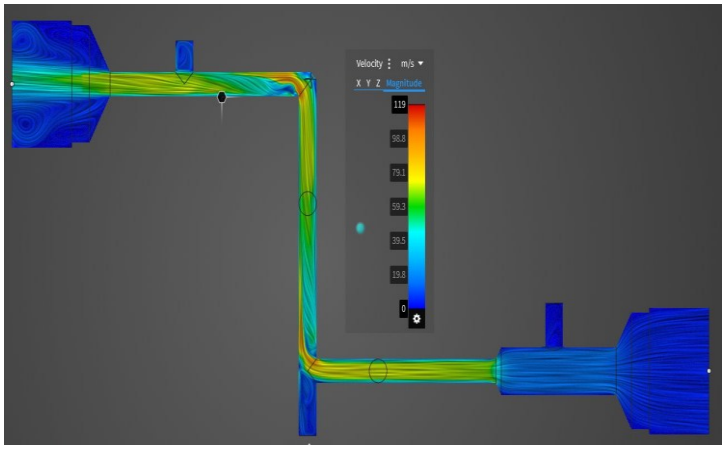


Figura 20 – Visualizzazione del percorso interno a S del Manifold 5. Fonte: elaborazione propria.

Presenza del recesso geometrico: Come evidenziato dal CAD in trasparenza, i percorsi integrano un recesso Questo elemento, tipico dei punti di giunzione in cui le forature industriali si incrociano lasciando delle zone morte o delle cave di lavorazione, verrà analizzato inseguito per quantificare l'effetto destabilizzante delle macro-zone di ricircolo stazionario sul core laminare e turbolento del flusso.

Grazie alla fitta rete di punti di misura (MP), la pressione può essere campionata localmente prima e dopo ogni singola transizione geometrica (gomito isolato, U, S o recesso).

L'indagine sul **Manifold 5**, si concentra sull'analisi del flusso in entrambe le direzioni di percorrenza e, in particolare, sul gomito in cui non vi è la presenza del recesso geometrico.

2.1.3 SENSORI E ACCURATEZZA METROLOGICA

Per il monitoraggio e la caratterizzazione sperimentale del circuito idraulico, l'impianto è stato equipaggiato con una rete di sensori per il rilevamento di pressione, portata e temperatura. La gestione dei segnali è suddivisa tra un sistema di acquisizione automatizzata basato su ambiente **LabVIEW** e lo strumento portatile universale **Hydrotechnik MultiSystem 5060 (MS5060)**.
Per il rilievo delle pressioni lungo il circuito sono stati impiegati trasduttori industriali di pressione **Trafag NAT 8252** (codice di configurazione: 8252.82.2317.32.19.33.44.61). Tali sensori si basano sulla tecnologia a film sottile su acciaio (*thin-film-on-steel*), garantendo un'elevata stabilità a lungo termine e un'ottima resistenza alle sollecitazioni meccaniche grazie al corpo interamente saldato senza guarnizioni interne a contatto con il fluido [15].
Principali caratteristiche tecniche dei trasduttori Trafag NAT 8252 adottati:

- **Campo di misura (*Range*):** $0 \div 60\ \bar{bar}$(con sovrapressione ammissibile fino a **180 bar** e pressione di scoppio di **400 bar**).
- **Segnale di uscita:** Analogico in corrente $4 \div 20\ mA$ (alimentazione $9 \div 32VDC$).
- **Precisione:** $\pm 0{,}5\%FSa$ 25°**C** (Non-linearità e isteresi $NLH \pm 0{,}2\%FS$).
- **Connessione di processo:** $G\,1/4$ maschio con elemento di smorzamento dei picchi di pressione integrato ($\emptyset 0{,}5\ mm$)e guarnizione di tenuta in FKM.
- **Connessione elettrica:** Connettore M12x1 a 4 poli.

I sensori di pressione sono interfacciati direttamente alla scheda di acquisizione dati gestita dal software **LabVIEW**, consentendo il campionamento continuo, la visualizzazione in tempo reale e il salvataggio dei dati di pressione durante le prove sperimentali.

La misurazione della portata volumetrica e della temperatura del fluido di lavoro fa capo al sistema di misura universale portatile **Hydrotechnik MultiSystem 5060 (MS5060)** [16].

Per la misura di portata è stato installato un flussimetro a turbina **Hydrotechnik serie RE 3** (codice identificativo: **31V7-70-S-35.030**). Il sensore è progettato specificamente per applicazioni oleodinamiche ad alta pressione e garantisce un'elevata dinamica di risposta ed accuratezza nella determinazione del flusso d'olio [17].

Principali caratteristiche tecniche del contalitri **Hydrotechnik 31V7-70-S-35.030**:

- **Tecnologia di misura:** A turbina con rilevamento induttivo della frequenza di rotazione.
- **Campo di misura (*Range* di portata):** $2 \div 75\ l/min$.
- **Pressione massima d'esercizio: 400 bar**.
- **Connessioni idrauliche:** Filettatura $G1$ **(BSP)** con prese di misura rapide integrate per la pressione/temperatura.
- **Interfacciamento:** Sistema ISDS (*Intelligent Sensor Detection System*) con riconoscimento automatico delle caratteristiche di taratura da parte dell'unità di acquisizione MS5060.

La temperatura del fluido di lavoro viene monitorata in continuo tramite il sensore termometrico integrato nel circuito e collegato al MultiSystem 5060, consentendo il controllo delle condizioni termiche dell'olio e la corretta valutazione della viscosità e delle sue proprietà termofisiche durante i test. L'unità MS5060 provvede all'elaborazione e alla registrazione sincronizzata dei parametri di portata e temperatura.

2.1.4 ANALISI GLOBALE DELL'INCERTEZZA E PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Per valutare l'accuratezza complessiva delle misure effettuate sul banco prova, è necessario condurre un'analisi di incertezza estesa a tutti i sensori installati e determinare la propagazione dell'errore sulle grandezze derivate di maggiore interesse per la caratterizzazione del circuito.
La caduta di pressione lungo un tratto di condotta o un componente del circuito viene determinata come differenza tra la pressione a monte (p_{in}) e la pressione a valle (p_{out}):

$$\boldsymbol{\Delta p = p_{in} - p_{out}} \quad \textbf{(63)}$$

Ipotizzando che i due trasduttori di pressione abbiano la stessa accuratezza ($u(p_1) = u(p_2) = u(p) = \pm 0{,}3$ bar) e che le loro incertezze siano statisticamente indipendenti, l'incertezza composta sulla differenza di pressione $u(\Delta p)$ si calcola tramite la legge di propagazione delle incertezze (metodo *RSS*) [18]:

$$\boldsymbol{u(\Delta p) = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial \Delta p}{\partial p_{in}} * u(p_{in})\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta p}{\partial p_{out}} * u(p_{out})\right)^2\right)} = \sqrt{u(p_{in})^2 + u(p_{out})^2}} \quad \textbf{(64)}$$

Sostituendo i valori numerici $u(\Delta p) = \pm 0{,}424$ bar**.**

L'incertezza assoluta sulla misura della caduta di pressione è pari a circa $\pm 0{,}42\ bar$. Di conseguenza, per perdite di carico molto basse ($\Delta p < 2$ bar) l'incertezza relativa incide in modo significativo; diventa invece del tutto trascurabile per perdite di carico elevate.

L'errore totale di misura non dipende solo dal sensore, ma anche dalla catena di acquisizione dati (scheda DAQ interfacciata con **LabVIEW** o unità **Hydrotechnik MS5060**).

L'incertezza totale di una singola catena di misura ($\boldsymbol{u_{tot}}$) si ottiene combinando l'incertezza del sensore ($\boldsymbol{u_{sensore}}$) e l'incertezza dell'hardware di acquisizione ($\boldsymbol{u_{DAQ}}$):

$$\boldsymbol{u_{tot} = \sqrt{u_{sensore}^2 + u_{DAQ}^2}} \quad \textbf{(65)}$$

L'incertezza complessiva del sistema coincide quindi, con ottima approssimazione, con quella dichiarata per i singoli sensori.

2.2 CONDIZIONI OPERATIVE E CALCOLO DELLO ζ SPERIMENTALE

2.2.1 DEFINIZIONE DEL PIANO SPERIMENTALE

La caratterizzazione fluidodinamica delle singolarità geometriche isolate e dei percorsi complessi richiede la strutturazione di una serie di prove sperimentali. L'obiettivo primario del piano prove consiste nel campionamento delle cadute di pressione concentrate in un ampio spettro di condizioni operative, al fine di mappare il comportamento idraulico dei manifold..

A tale scopo, le variabili di controllo cinematiche e termodinamiche impostate sul banco prova sono state le seguenti:

- **Fluido di lavoro:** Per l'intera campagna sperimentale è stato impiegato un olio idraulico di riferimento tipo **ISO VG 46** [20];
- **Campo di variazione delle portate:** La portata volumetrica erogata dal gruppo di pompaggio è stata modulata in un intervallo compreso **tra 3 L/min e 60 L/min**. Questa escursione permette di sollecitare i condotti interni ai manifold con velocità medie del flusso molto distanti tra loro, garantendo la variabilità del numero di Reynolds necessaria allo studio adimensionale;

- **Strategia termica e campagne stagionali:** Al fine di studiare l'effetto della viscosità cinematica **v** (fortemente dipendente dallo stato termico) sul coefficiente di perdita di carico e sulla stabilità del regime laminare, i test sono stati condotti in due sessioni temporali distinte, sfruttando le oscillazioni della temperatura ambientale per estendere il database metrologico:
    - *Test primaverili (Mese di marzo):* Le prove sono state eseguite monitorando il transitorio termico del fluido in un range di temperature compreso **tra 32 °C e 42 °C**.
    - *Test estivi (Mese luglio):* I test sono stati replicati considerando un transitorio termico più ampio, compreso **tra 30 °C e 49 °C**.

L'incrocio sistematico tra i gradini di portata (3-60 L/min) e i gradienti di temperatura registrati nelle due stagioni ha permesso di ottenere una matrice di punti sperimentali ridondante e robusta, minimizzando gli errori sistematici e isolando la pura dipendenza delle perdite concentrate dalla cinematica del flusso.

2.2.2 OTTIMIZZAZIONE DEL SOFTWARE PER IL CAMPIONAMENTO DELLE PRESSIONI (LABVIEW)

L'infrastruttura software preposta alla gestione e al campionamento delle pressioni è stata interamente sviluppata in ambiente **NI LabVIEW**, adottando un'architettura distribuita e cooperativa suddivisa su due target hardware principali: il controller in tempo reale **NI cRIO-9057** (lato Real-Time, denominato **RT Main**) e una stazione di calcolo dedicata (lato PC Host, denominata **PC Main**). La comunicazione bidirezionale e il sincronismo dei dati tra i due applicativi avvengono attraverso l'uso di variabili di rete condivise (*Network Shared Variables*), garantendo il monitoraggio continuo del sistema [21], [22].

L'architettura logica complessiva del software si articola in funzionalità specifiche distribuite sui due target:

- **Firmware Real-Time (cRIO-9057 / RT Main):** il codice eseguito sul controller Real-Time è dedicato principalmente all'acquisizione e all'elaborazione dei segnali provenienti dai trasduttori di pressione installati sul banco prova. I segnali analogici acquisiti dai moduli di ingresso vengono elaborati mediante apposite funzioni di conversione, trasformando il segnale elettrico in valori di pressione espressi in bar. I dati così ottenuti vengono successivamente resi disponibili al PC Host per la visualizzazione, il campionamento e il salvataggio durante l'esecuzione delle prove sperimentali. Il controller gestisce inoltre le funzioni di arresto e sicurezza previste dall'architettura software del banco.

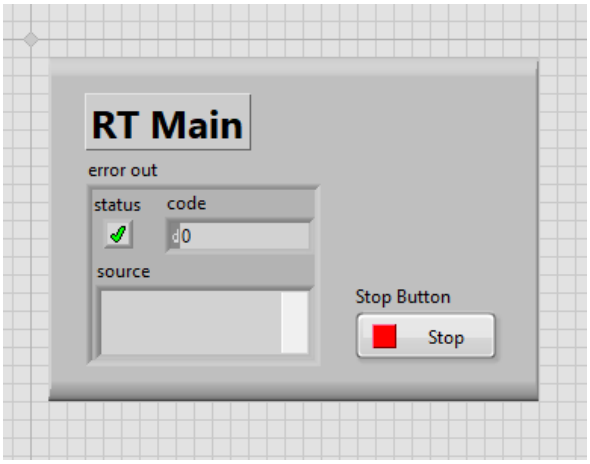


Figura 21– Pannello frontale del modulo RT Main sviluppato in LabVIEW. Fonte: elaborazione propria.

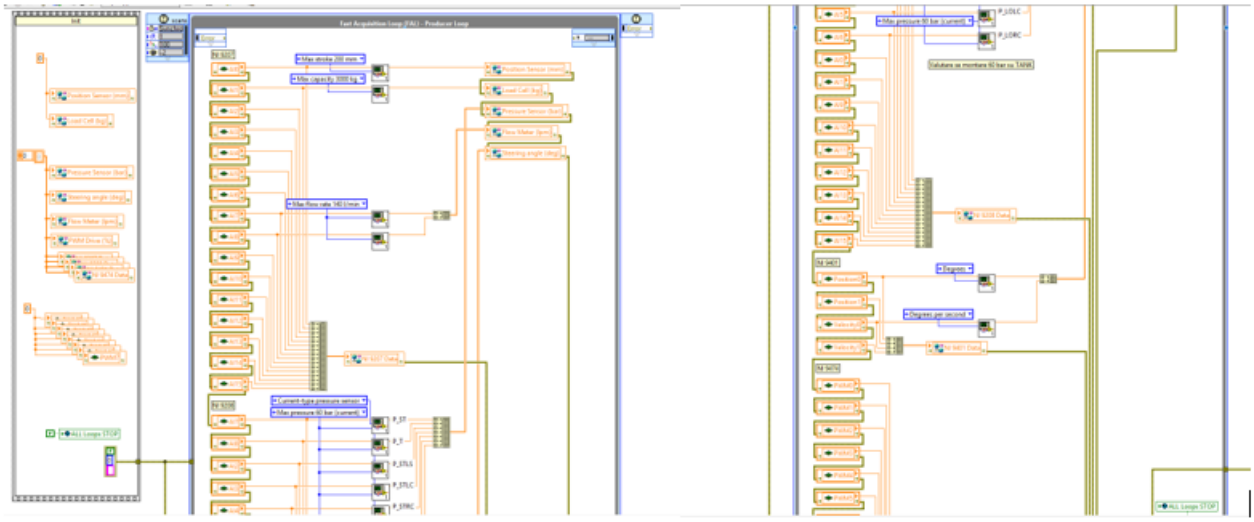


Figura 22– Diagrammi a blocchi del modulo RT Main per l'acquisizione e la gestione dei segnali. Fonte: elaborazione propria in LabVIEW.

- **Applicativo Host (PC Main):** L'architettura software residente sul PC Host rappresenta il supervisore del banco di prova ed implementa l'interfaccia uomo-macchina (HMI). Il *PC Main* riceve in streaming le variabili ingegneristiche pubblicate dal cRIO tramite la libreria di processo (*Process Lib.lvlib*), visualizzandole in tempo reale su indicatori e grafici cartesiani per permettere all'operatore di monitorare l'andamento del test (es. stabilità delle perdite di carico e del numero di Reynolds). Oltre alla visualizzazione, il PC Main implementa la logica di alto livello del banco (macchina a stati per la sequenza delle prove) e gestisce inoltre la registrazione e archiviazione dei dati. Le letture aggregate vengono infatti formattate e scritte su disco in file strutturati, utilizzabili nelle successive fasi di post-processing.

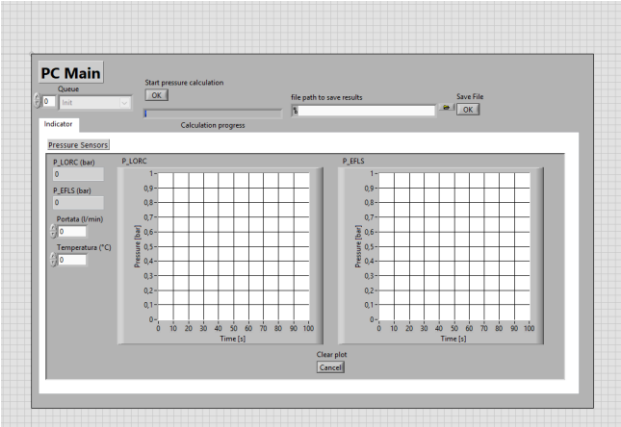


Figura 23 – Pannello frontale dell'applicativo PC Main sviluppato in LabVIEW. Fonte: elaborazione propria.

Attraverso il pannello frontale del **PC Main**, l'operatore può inoltre interagire attivamente con l'esperimento, impostando i setpoint operativi (es. la percentuale del *PWM Drive %*) e i comandi di start/stop inviati al **target RT**. L'attività svolta si è concentrata sull'ottimizzazione dell'acquisizione e del salvataggio dei valori di pressione campionati. Il funzionamento può essere riassunto come segue:

- **Ciclo di acquisizione e gestione**: Questo ciclo gestisce l'interfaccia utente (i pulsanti come l'azzeramento del grafico o l'avvio del test) e riceve i dati grezzi dai sensori. Quando viene avviato il salvataggio dei dati, il ciclo acquisisce i valori correnti di pressione (**P_LORC** e **P_EFLS**). I valori non vengono scritti direttamente su file, ma vengono inseriti in una **Queue** (Coda) (l'icona con la freccia blu in alto a sinistra). La Queue consente quindi il trasferimento dei dati al ciclo dedicato alla scrittura [23].

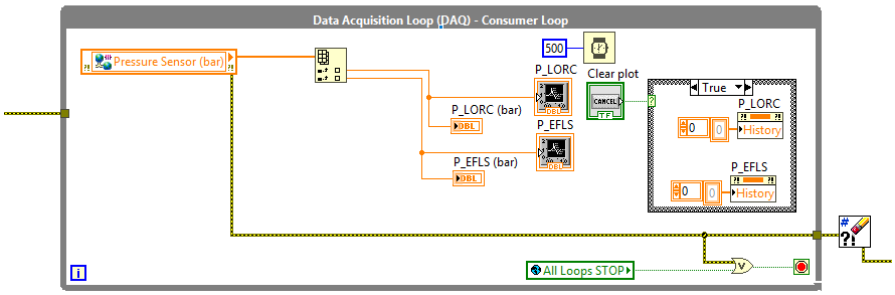


Figura 24 – Ciclo di acquisizione e gestione dei dati nell'applicativo PC Main. Fonte: elaborazione propria in LabVIEW.

- **Ciclo di scrittura e logica di salvataggio**: dall'interfaccia utente, per prima cosa, si seleziona/crea il file sul quale si vogliono salvare gli output. Selezionato il file il pulsante **"Save File"** consente di inizializzare il file con l'intestazione prevista. Premendo per una seconda volta il pulsante si avvia l'acquisizione dei dati. Essa si attiva ogni volta che arriva un dato dalla coda. Il ciclo contiene una **Case Structure** impostata su **"Acquire Data"**. All'interno è presente il blocco **Elapsed Time**. Il blocco monitora il tempo trascorso dall'inizio del salvataggio. C'è un confronto matematico: finché il tempo trascorso è inferiore a 5 secondi, il ciclo continua a campionare e aggiorna la barra di avanzamento (**Calculation progress**). Al raggiungimento dei 5 s, l'acquisizione viene arrestata automaticamente. I valori di Pressione estratti vengono inviati ai blocchi MEAN sotto forma di array. I dati istantanei (le pressioni) passano anche attraverso dei blocchi **MEAN** per calcolare la media matematica dei valori durante il transitorio. Le medie delle pressioni, insieme ai valori della **Portata (l/min)** e della **Temperatura (°C)** inseriti dall'utente attraverso l'interfaccia prima di avviare il calcolo delle pressioni, finiscono nel primo blocco **Format Into String**, che converte i valori numerici in stringhe con tre cifre decimali. In parallelo, il blocco **Get Date/Time in Seconds** (l'orologio con le lancette rosse) legge l'orologio di Windows in tempo reale. Il blocco **Get Date/Time String** riceve il valore temporale acquisito, lo converte in formato numerico con le barre (/) grazie all'impostazione **System Short Date** e separa la Data dall'Ora. Il blocco **Concatenate Strings** assembla quindi la riga finale inserendo dei Tab (\t) come separatori di colonna:
    - **Data string (es. 19/07/2026)**
    - **Tabulazione (Crea una nuova colonna in Excel)**
    - **Time string (es. 12:45:30)**
    - **Tabulazione**
    - **I valori formattati di Portata, Temperatura e Pressioni formattati**

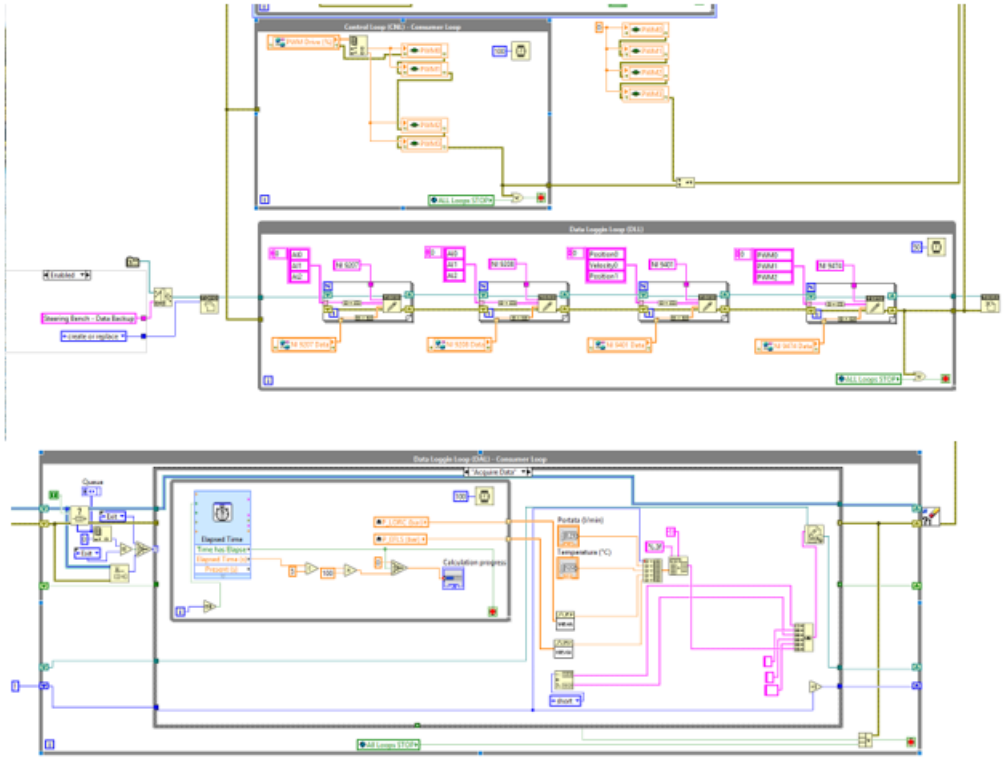


Figura 25 – Ciclo di scrittura e composizione della stringa per il salvataggio dei dati sperimentali. Fonte: elaborazione propria in LabVIEW.

- **Scrittura finale**: La stringa così composta viene quindi inviata al blocco **Write to Text File**. Questo blocco scrive fisicamente la riga nel file precedentemente selezionato/creato sul disco fisso. Al termine del test, oppure in seguito all'attivazione del comando **All Loops STOP**, le code vengono svuotate, i file vengono salvati e chiusi in sicurezza e il programma si arresta senza lasciare processi appesi.

2.2.3 PROPRIETÀ TERMOFISICHE DEL FLUIDO DI LAVORO

Per l'esecuzione delle prove sperimentali e il monitoraggio del regime fluidodinamico all'interno del circuito è stato impiegato un olio idraulico minerale multigrado ad elevate prestazioni, commerciale **MOL Hydro HV 46** (gradazione viscosimetrica **ISO VG 46**). Tale fluido è caratterizzato da un elevato indice di viscosità, stabilità al taglio ed eccellenti proprietà anti-usura, che lo rendono idoneo a garantire condizioni operative stabili e riproducibili al variare del carico e della temperatura [20].
La viscosità cinematica (**ν**) e la densità (**ρ**) degli oli lubrificanti mostrano una marcata dipendenza dalla temperatura di esercizio **T**. Per tenere conto della variazione di tali proprietà in tempo reale, la temperatura istantanea del fluido all'interno del circuito viene rilevata continuamente tramite il sensore collegato alla centralina Hydrotechnik

La variazione della viscosità cinematica in funzione della temperatura viene descritta mediante l'equazione empirica di **ASTM D341** (nota anche come equazione di **Walther/Vogel**), riconosciuta come standard internazionale per oli minerali e lubrificanti [24]:

$$\boldsymbol{log_{10}\big(log_{10}(\nu + 0,7)\big) = A + B * log_{10}(T)} \quad \textbf{(66)}$$

dove:

- **ν** è la viscosità cinematica espressa in **centistokes** (**cSt** ovvero $\frac{mm^2}{s}$);
- **T** è la temperatura assoluta del fluido espressa in **Kelvin** (**K**);
- **A** e **B** sono i coefficienti caratteristici del fluido prescelto.

I coefficienti **A** e **B** sono stati determinati risolvendo il sistema a partire dai due punti di viscosità nota presi a riferimento per la trattazione:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\nu_1 = 46,0 cSta T_1 = 40°C(313,15K)} \\ \boldsymbol{\nu_2 = 6,8 cSta T_2 = 100°C(373,15K)} \end{cases} \quad \textbf{(67)}$$

Ottenendo i seguenti valori numerici:

- A=9,42
- B=3,68

La variazione della densità in funzione della temperatura viene invece modellata attraverso una legge di dilatazione termica lineare:

$$\boldsymbol{\rho(T) \approx \rho_{15} * [1 - \beta * (T - 15)]} \quad \textbf{(68)}$$

assumendo come parametri di riferimento per l'olio in esame:

- Densità di riferimento a **15°C**: $\rho_{15} = 870 \frac{kg}{m^3}$
- Coefficiente di espansione termica volumetrica: $\beta \approx 7 * 10^{-4} K^{-1}$
- Temperatura del fluido **T** espressa in Celsius (**°C**).

Questo approccio garantisce la determinazione rigorosa del numero di **Reynolds** (***Re***) e il calcolo preciso delle perdite di carico, svincolando le misurazioni dagli errori sistematici causati dal fisiologico riscaldamento dell'olio durante l'esecuzione dei test.

2.2.4 CAMPIONAMENTO DELLE PRESSIONI E CALCOLO DEL COEFFICIENTE ζ_{exp}

Il modulo software residente sul **PC Main** gestisce la logica di campionamento ad alta frequenza dei segnali di pressione e l'elaborazione in tempo reale dei dati sperimentali. Il tracciato idraulico della sezione di prova è equipaggiato con prese di pressione posizionate a distanza nota L.

I segnali analogici di pressione provenienti dalla linea idraulica vengono acquisiti tramite le schede di ingresso del cRIO e trasmessi via *Network Variables* all'applicativo Host. Vengono salvati due valori di pressione mediati P_LORC e P_EFLS, rispettivamente p_in (monte) e p_out (valle). La sequenza di campionamenti eseguita per ogni singola prova è visibile in Tabella 3

Q
3
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65

Tabella 3– Sequenza dei valori nominali di portata Q utilizzati durante la campagna sperimentale. Fonte: elaborazione propria.

Una volta campionati i valori di **portata del banco Q, temperatura T, pressioni p_in e p_out**, si sono calcolate le restanti grandezze necessarie quali: **velocità media del fluido U, numero di Reynolds *Re*, coefficiente di perdita locale del gomito ζ e caduta di pressione Δp**. Esempio in Tabella 4

MANIFOLD 2 GOMITO 90° EXPERIMENTAL								
Q	Qbanco [L/min]	T [°C]	U	Re	p_in [bar]	p_out [bar]	K	Delta_p [bar]
3	3,02	24,9	1,780	107	1,27	1,05	8,35	0,22
5	5,019	25,1	2,959	180	2,01	1,63	5,46	0,38
10	10,08	25,2	5,942	363	4,17	3,27	3,63	0,9
15	15,06	25,4	8,877	548	6,72	5,16	3,08	1,56
20	20,07	25,8	11,831	748	11,42	9,12	2,70	2,3
25	25,15	26,2	14,825	958	15,68	12,45	2,54	3,23
30	30,28	26,7	17,849	1187	20,4	16,22	2,35	4,18
35	35,25	27,4	20,779	1436	25,12	20,11	2,12	5,01
40	40,15	28	23,667	1691	27,15	21,22	1,97	5,93
45	45,18	28,8	26,632	1987	32	25,1	1,84	6,9
50	50,05	29,9	29,503	2335	36,47	28,85	1,60	7,62
55	55,01	31,2	32,426	2749	41,8	33,1	1,46	8,7
60	60,33	32,3	35,562	3191	27	17,01	1,35	9,99
65	65,35	33,2	38,521	3619	30,9	19,1	1,35	11,8

Tabella 4– Esempio di tabella di elaborazione delle grandezze sperimentali per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria.

A partire dalle pressioni misurate a monte ($\boldsymbol{p_{in}}$) e a valle ($\boldsymbol{p_{out}}$), il software campiona questi valori di pressione per 5 secondi e li media. Successivamente la caduta di pressione viene ricavata come la differenza tra la pressione di monte e di valle:

$$\boldsymbol{\Delta p = p_{in} - p_{out}} \quad \mathbf{(69)}$$

Per il calcolo delle perdite di carico nei tratti rettilinei a monte e a valle del gomito si è utilizzata la formulazione classica della fluidodinamica in base al regime di moto effettivo (valutato tramite il numero di $\boldsymbol{Re}$ aggiornato con le proprietà dell'olio dipendenti da T) [1]:

- **Regime laminare** ($Re \leq 2000$): $\boldsymbol{Eq.(20)}$ (***Hagen-Poiseuille***)
- **Transizione** ($2000 \leq Re \leq 4000$): $\boldsymbol{-10^{-9}Re^2 + 10^{-5}Re + 0,016}$ $\mathbf{(70)}$ (interpolazione con polinomio di 2° grado)
- **Turbolento moderato** ($4000 \leq Re \leq 10^5$): $\boldsymbol{\lambda = \frac{0,3164}{Re^{-0,25}}}$ $\mathbf{(71)}$ (***Blasius***)
- **Turbolento elevato** ($Re > 10^5$): $\boldsymbol{\lambda = \frac{1}{(1,8*log_{10}(Re)-1,64)^2}}$ $\mathbf{(72)}$ (***Petukhov***) [25]

Calcolati i valori di **λ,** la caduta di pressione distribuita nei due tratti rettilinei si è ricavata attraverso **Darcy-Weisbach** [1]:

$$\boldsymbol{\Delta p = \frac{\frac{\lambda * L}{D} * 1}{2} \rho U^2} \quad \mathbf{(73)}$$

In seguito, una volta ricavati i due contributi $\boldsymbol{\Delta p_{dist1}}$ (monte) e $\boldsymbol{\Delta p_{dist2}}$ si è ricavata la caduta di pressione localizzata del gomito:

$$\boldsymbol{\Delta p_{loc} = \Delta p - \Delta p_{dist1} - \Delta p_{dist2}} \quad \mathbf{(74)}$$

Infine, una volta ricavata $\boldsymbol{\Delta p_{loc}}$ si è ricavato il coefficiente di perdita di carico localizzato per il gomito ζ:

$$\boldsymbol{\zeta = \frac{2 * \Delta p_{loc}}{\rho U^2}} \quad (75)$$

2.3 RISULTATI SPERIMENTALI

2.3.1 ANDAMENTO SPERIMENTALE DI ζ IN FUNZIONE DI Re

La procedura descritta nel paragrafo precedente è stata applicata a ciascun punto operativo acquisito durante la campagna sperimentale. A partire dai valori misurati di portata volumetrica **Q**, temperatura **T** e pressione a monte e a valle della geometria analizzata, sono state determinate la velocità media del fluido **U**, il numero di Reynolds $\boldsymbol{Re}$, la caduta di pressione localizzata $\boldsymbol{\Delta p_{loc}}$ e il relativo coefficiente di perdita ζ.

L'analisi dei risultati è stata condotta ponendo particolare attenzione all'andamento del coefficiente ζ in funzione del numero di Reynolds. Tale rappresentazione consente infatti di confrontare condizioni operative caratterizzate da portate, temperature e proprietà del fluido differenti mediante due grandezze adimensionali e costituisce quindi il riferimento principale per la successiva analisi delle correlazioni disponibili in letteratura.

Un primo riferimento per l'analisi dei risultati è costituito dalla configurazione del **Manifold 2**, caratterizzata da un singolo cambio di direzione a 90° a spigolo vivo. Per ciascun punto di prova i segnali di pressione sono stati campionati per un intervallo di 5 s e successivamente mediati; le grandezze fluidodinamiche sono state quindi ricavate utilizzando le proprietà dell'olio corrispondenti alla temperatura misurata durante la prova.

Nell'intervallo analizzato, l'aumento della portata determina, come atteso, un progressivo incremento della caduta di pressione associata alla geometria. Nel caso riportato in **Tabella 4**, ad esempio, la caduta di pressione passa da circa 0,22 bar alla portata minima fino a circa 11,8 bar alla massima condizione di prova. Parallelamente, il numero di Reynolds aumenta da circa 107 a 3619.

L'andamento del coefficiente adimensionale ζ risulta invece differente da quello della caduta di pressione assoluta. All'aumentare del numero di Reynolds si osserva infatti una progressiva diminuzione del coefficiente: nelle condizioni a più basso Reynolds vengono misurati valori elevati, con ζ=8,35 a $Re = 107$, mentre il coefficiente diminuisce rapidamente all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$, raggiungendo valori dell'ordine di ζ=2 intorno a Re≃1700. Per i punti a Reynolds più elevato la diminuzione diventa progressivamente meno marcata, fino a raggiungere valori prossimi a ζ=1,35 per $\boldsymbol{Re}$ compreso tra circa 3200 e 3600. È importante osservare che la diminuzione di ζ non corrisponde

a una diminuzione della perdita di pressione reale. La caduta di pressione $\boldsymbol{\Delta p_{loc}}$ continua infatti ad aumentare con la portata, mentre il coefficiente ζ diminuisce poiché la perdita viene normalizzata rispetto alla pressione dinamica. Il comportamento sperimentale evidenzia pertanto una significativa dipendenza del coefficiente di perdita dal numero di Reynolds nel campo analizzato. La variazione risulta particolarmente accentuata alle condizioni di basso $\boldsymbol{Re}$, mentre tende progressivamente a ridursi all'aumentare del numero di Reynolds. Nel campo raggiunto dalle prove del **Manifold 2** non è tuttavia opportuno assumere un valore asintotico universale di ζ, poiché il massimo numero di Reynolds sperimentale è dell'ordine di $3{,}6 * 10^3$.

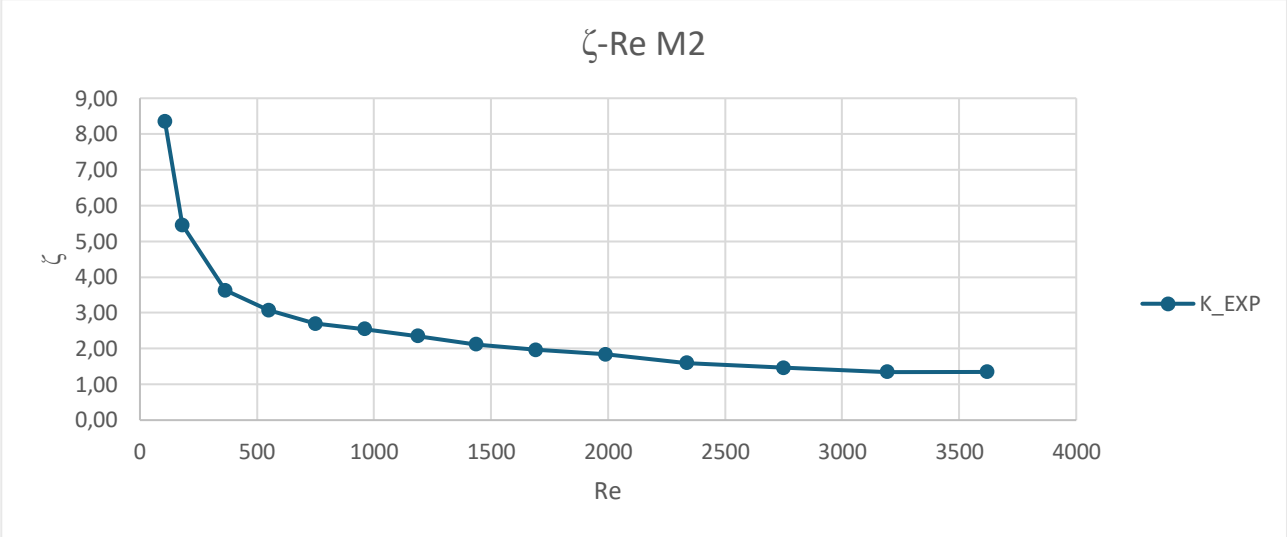


Figura 26 – Andamento sperimentale del coefficiente di perdita in funzione del numero di Reynolds per il Manifold 2, con relativo dataset. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

2.3.2 RISULTATI PER LE DIVERSE GEOMETRIE/CONFIGURAZIONI

Una volta determinato l'andamento del coefficiente di perdita ζ in funzione del numero di Reynolds per ciascun punto operativo, i risultati sperimentali sono stati confrontati tra le differenti configurazioni geometriche analizzate. Il confronto comprende il **Manifold 2**, caratterizzato da un singolo gomito a 90° a spigolo vivo, e il **Manifold 5**, per il quale sono stati considerati i due percorsi interni P1 e P2, analizzati in entrambe le direzioni di attraversamento P→T e T→P.

L'obiettivo di tale confronto è verificare se la dipendenza del coefficiente ζ dal numero di Reynolds presenti un comportamento comune alle diverse configurazioni e, allo stesso tempo, individuare eventuali differenze riconducibili alla geometria del percorso e alla direzione del flusso.

Per il **Manifold 2**, il numero di Reynolds varia indicativamente da $Re = 107$ a $Re = 3619$. Nello stesso intervallo il coefficiente di perdita diminuisce da ζ = 8,35, rilevato nella condizione a minore

portata, fino a valori dell'ordine di ζ = 1,35 alle condizioni caratterizzate dal Reynolds più elevato. La diminuzione risulta particolarmente accentuata nella prima parte dell'intervallo sperimentale e diventa progressivamente meno marcata all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$. Parallelamente, la caduta di pressione localizzata aumenta con la portata, passando da valori inferiori al bar fino a valori superiori a 10 bar nelle condizioni di maggiore velocità del fluido.

Un comportamento qualitativamente analogo viene osservato nelle configurazioni del **Manifold 5**. Nel percorso **P1, direzione P→T**, il campo sperimentale si estende approssimativamente da $Re = 198$ a $Re = 5994$, con una diminuzione di ζ da 4,74 a circa 1,35. Invertendo la direzione di percorrenza, quindi nel caso **P1, T→P**, viene raggiunto un intervallo più ampio, compreso indicativamente tra $Re = 432$ e $Re = 7970$; in questo caso il coefficiente passa da valori dell'ordine di 3,2 fino a circa 1,44.

Per il percorso **P2**, nella direzione **T→P** il coefficiente assume un valore pari a circa ζ = 5,2 nella condizione a più basso Reynolds, pari a circa $Re = 222$, per poi diminuire progressivamente fino a valori prossimi a 1,41 a $Re \simeq 4535$. Nella direzione opposta, **P2, P→T**, il campo sperimentale varia invece indicativamente tra $Re = 345$ e $Re = 6158$, mentre ζ diminuisce complessivamente da 3,32 a circa 1,31.

I principali intervalli sperimentali possono essere riassunti come segue:

CONFIGURAZIONE	INTERVALLO INDICATIVO DI Re	INTERVALLO DI ζ
Manifold 2	107 – 3619	8,35 – 1,35
Manifold 5 – P1, P→T	198 – 5994	4,74 – 1,35
Manifold 5 – P1, T→P	432 – 7970	3,22 – 1,44
Manifold 5 – P2, T→P	222 – 4535	5,29 – 1,41
Manifold 5 – P2, P→T	345 – 6158	3,32 – 1,31

Tabella 5 – Intervalli sperimentali del numero di Reynolds e del coefficiente di perdita per le configurazioni analizzate. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

Nonostante le differenze nei valori assoluti, tutte le configurazioni mostrano pertanto una **tendenza generale decrescente del coefficiente ζ all'aumentare del numero di Reynolds**. Le differenze tra le curve risultano più evidenti nella regione caratterizzata dai valori più bassi di Re, mentre aumentando il numero di Reynolds i risultati tendono progressivamente ad avvicinarsi. Nelle condizioni a Reynolds più elevato analizzate sperimentalmente, i coefficienti relativi alle diverse configurazioni assumono infatti valori generalmente compresi nell'intervallo $\zeta \simeq 1{,}3{-}1{,}5$. Il confronto tra le due direzioni di attraversamento del **Manifold 5** evidenzia inoltre che i risultati

relativi allo stesso percorso non risultano perfettamente coincidenti. Ciò indica che la configurazione non può essere caratterizzata esclusivamente mediante il diametro del condotto e il numero di Reynolds, ma che anche la specifica successione geometrica attraversata dal fluido influenza la perdita localizzata misurata. Tale effetto risulta particolarmente evidente alle condizioni di basso e medio Reynolds, mentre tende a ridursi all'aumentare del regime di moto.

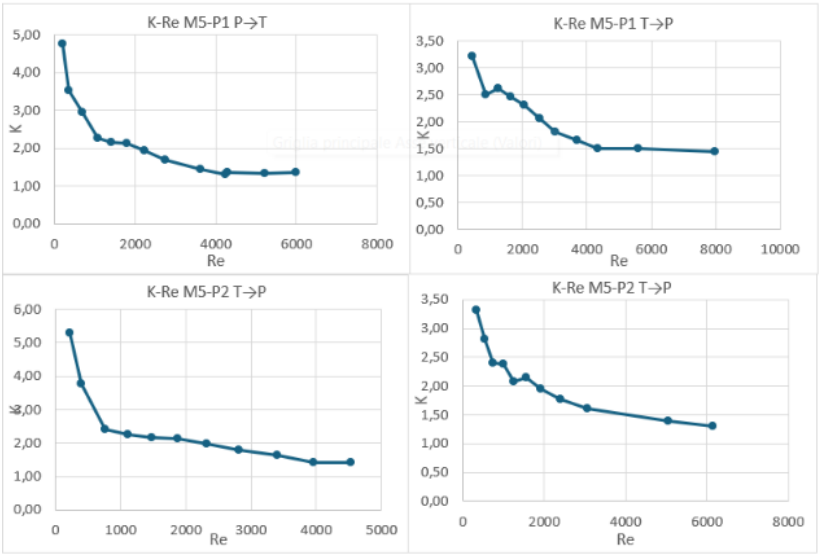


Figura 27 – Confronto dell'andamento del coefficiente di perdita in funzione del numero di Reynolds per le quattro configurazioni del Manifold 5. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

La rappresentazione congiunta delle curve permette quindi di evidenziare due aspetti principali: da un lato, la dipendenza del coefficiente di perdita dal numero di Reynolds costituisce un comportamento comune a tutte le configurazioni analizzate; dall'altro, la geometria del percorso e la direzione di attraversamento determinano differenze quantitative nel valore di ζ. I risultati sperimentali ottenuti costituiscono pertanto la base per verificare, nel paragrafo successivo, in quale misura le correlazioni di **Idel'chik** e di **Al-Tameemi e Ricco** siano in grado di descrivere il comportamento osservato nel campo operativo oggetto della presente tesi.

2.4 CONFRONTO CON LE CORRELAZIONI DI LETTERATURA

2.4.1 CONFRONTO DATI SPERIMENTALI IDEL'CHIK

I risultati sperimentali presentati nel paragrafo precedente sono stati successivamente confrontati con le due correlazioni di riferimento introdotte nel Capitolo 1: il metodo proposto da **Idel'chik** [2] e la correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** [12]. L'obiettivo del confronto non è stabilire la validità generale delle due formulazioni, ma verificarne l'applicabilità alle condizioni geometriche e fluidodinamiche considerate nel presente lavoro, caratterizzate da condotti di piccolo diametro, olio idraulico come fluido di lavoro e un intervallo di numeri di Reynolds comprendente anche condizioni a basso e medio $\boldsymbol{Re}$.

Per ciascun punto sperimentale sono stati pertanto calcolati il coefficiente di perdita previsto dalla correlazione considerata e la corrispondente caduta di pressione localizzata. I valori ottenuti sono stati quindi confrontati con la caduta di pressione ricavata sperimentalmente, utilizzando come indicatore lo scostamento relativo:

$$\boldsymbol{\varepsilon = \frac{|\Delta p_{mod} - \Delta p_{exp}|}{\Delta p_{exp}} * 100} \quad \boldsymbol{(76)}$$

dove $\boldsymbol{\Delta p_{mod}}$ rappresenta la caduta di pressione prevista dal modello considerato e $\boldsymbol{\Delta p_{exp}}$ il valore sperimentale.

Come descritto nel paragrafo 1.6.1, per il gomito a 90° a spigolo vivo considerato nel presente lavoro il metodo di **Idel'chik** conduce, nelle condizioni associate al diagramma di riferimento, a un coefficiente di perdita pari a circa 1,19. Tale valore è sostanzialmente indipendente dal numero di Reynolds nel campo di regime per il quale viene assunto come riferimento ($\boldsymbol{Re \geq 2 * 10^5}$)[2]. Il suo confronto con i dati sperimentali permette quindi di valutare in quale misura l'impiego di un coefficiente costante sia rappresentativo anche delle condizioni a Reynolds inferiori analizzate durante la campagna sperimentale.

L'andamento ottenuto mostra una tendenza comune alle diverse configurazioni. Nella regione a basso numero di Reynolds, i valori sperimentali di ζ risultano sensibilmente superiori a 1.19; di conseguenza, l'applicazione diretta del valore di **Idel'chik** determina una sottostima della caduta di pressione misurata. Lo scostamento tende tuttavia a diminuire progressivamente all'aumentare del numero di Reynolds, parallelamente alla riduzione del coefficiente sperimentale e al suo avvicinamento al valore caratteristico del regime ad alto $\boldsymbol{Re}$.

Tale comportamento risulta evidente, ad esempio, nel **Manifold 5 – percorso P1, direzione P→T**. Nella prima condizione sperimentale la caduta di pressione misurata è pari a circa 0.29 bar, mentre

l'applicazione del coefficiente di **Idel'chik** fornisce circa 0.19 bar, con uno scostamento dell'ordine del **35%**. Alla condizione caratterizzata dal Reynolds più elevato, invece, la caduta sperimentale è pari a circa 21.69 bar, mentre il valore ottenuto con **Idel'chik** è circa 19.88 bar, riducendo lo scostamento a circa l'**8%.** La stessa tendenza viene osservata nelle altre configurazioni del **Manifold 5**. Nel percorso **P1, T→P**, gli scostamenti risultano superiori al **30–40%** in diversi punti della regione a Reynolds più basso, per poi ridursi a valori dell'ordine del **10–15%** nella parte finale dell'intervallo analizzato. Un comportamento analogo è riscontrabile nei percorsi **P2**: anche in questi casi il valore costante ζ=1.19 tende a sottostimare maggiormente le perdite nelle condizioni a basso Reynolds, mentre il confronto migliora progressivamente con l'aumentare di ***Re***. Particolarmente evidente è il caso **P2, T→P**, per il quale nella condizione a Reynolds più basso la caduta sperimentale è pari a circa 0.22 bar, contro un valore previsto di circa 0.12 bar, con uno scostamento prossimo al **47%**. Nelle condizioni a Reynolds più elevato, invece, la differenza si riduce sensibilmente, raggiungendo valori dell'ordine del **10%**. Analogamente, nel percorso **P2, P→T** lo scostamento passa da circa il **38%** nella prima condizione analizzata a meno del **10%** negli ultimi punti sperimentali.

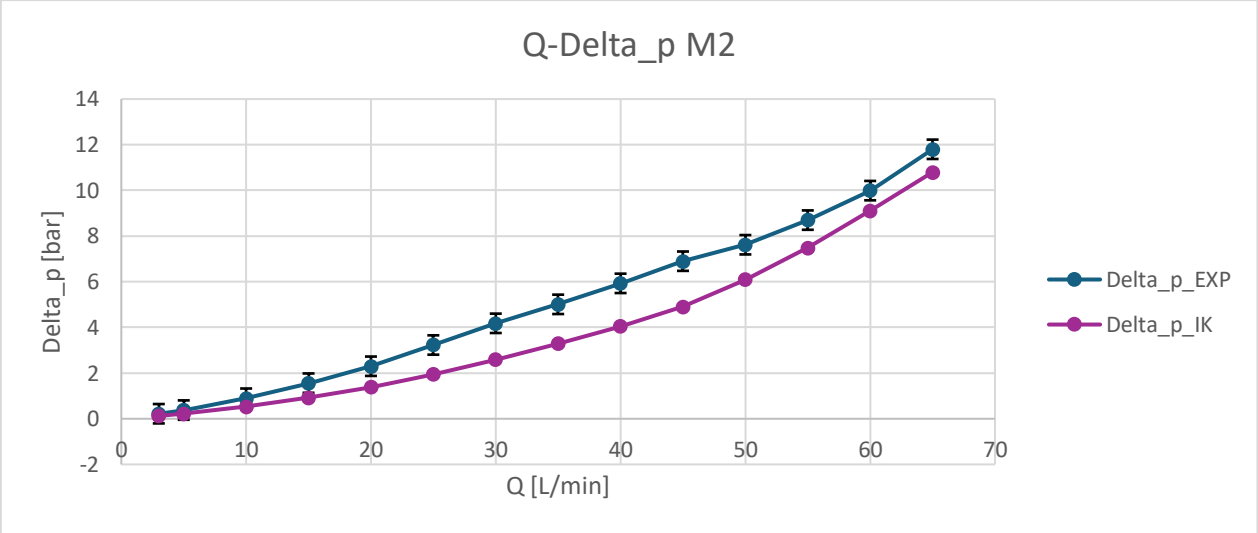


Figura 28 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dal metodo di Idel'chik per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e metodo di Idel'chik [2].

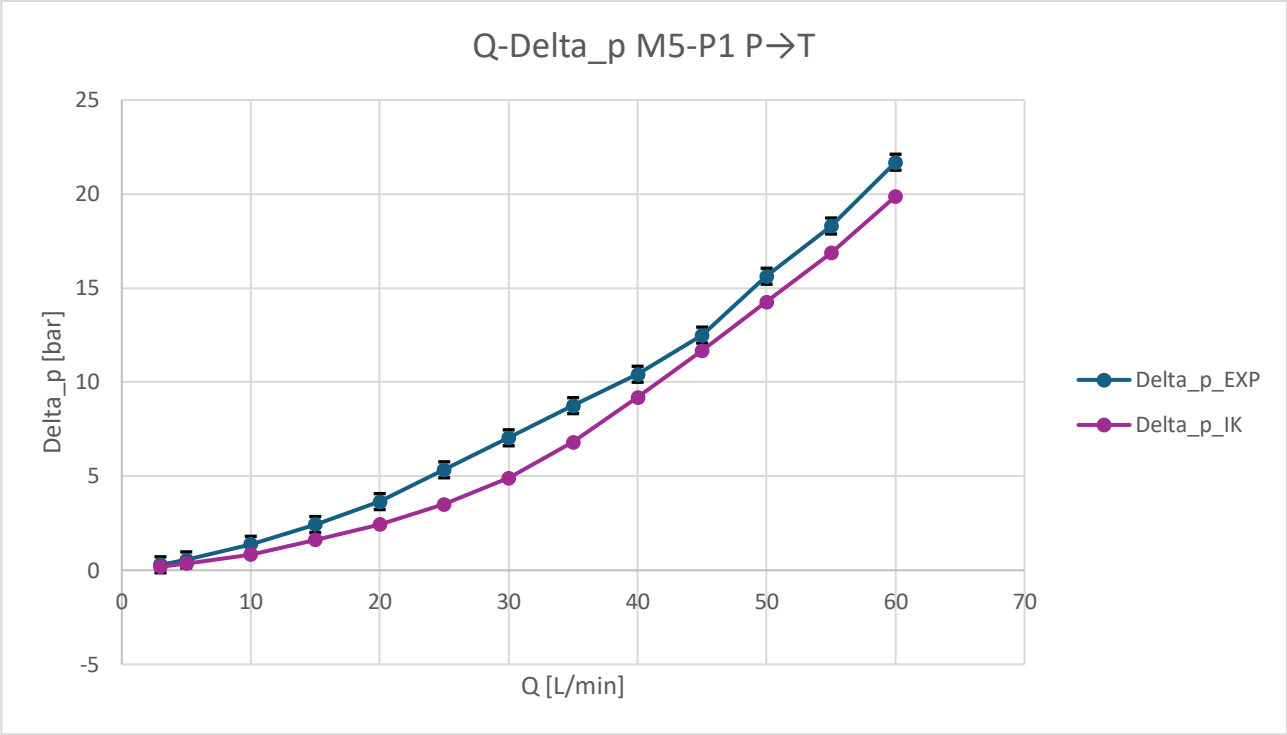


Figura 29 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dal metodo di Idel'chik per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e metodo di Idel'chik [2].

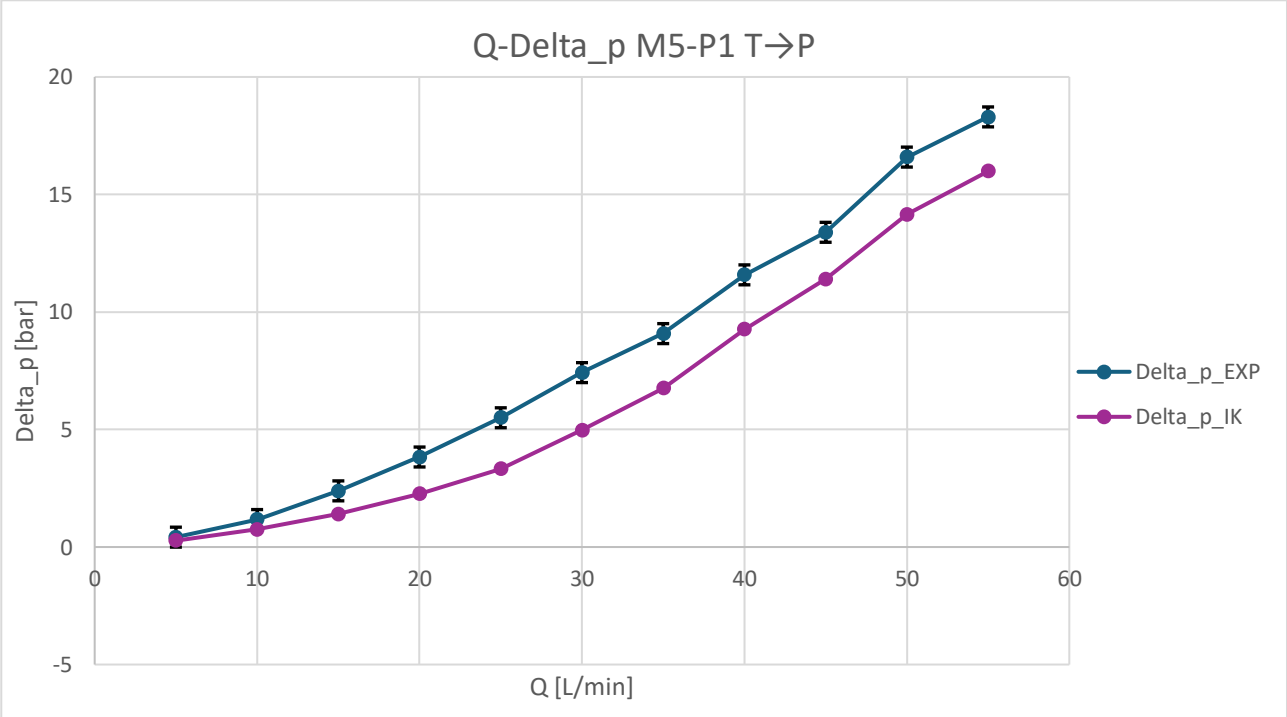


Figura 30 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dal metodo di Idel'chik per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e metodo di Idel'chik [2].

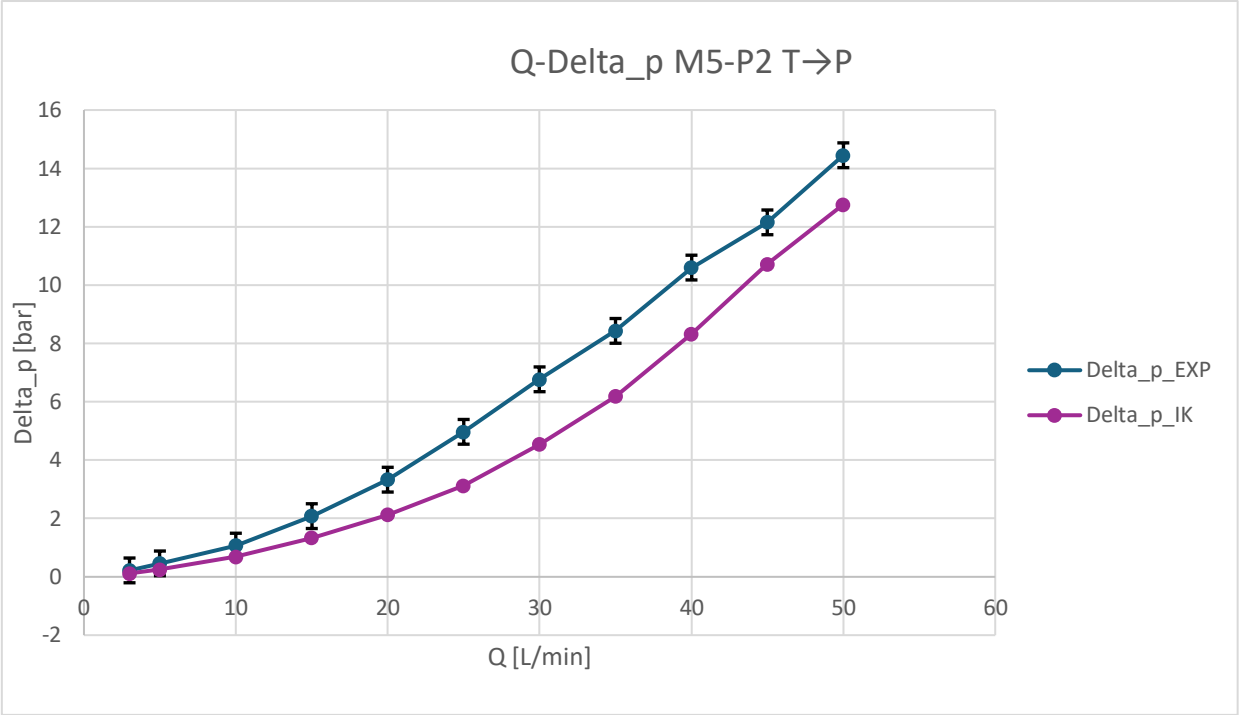


Figura 31 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dal metodo di Idel'chik per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e metodo di Idel'chik [2].

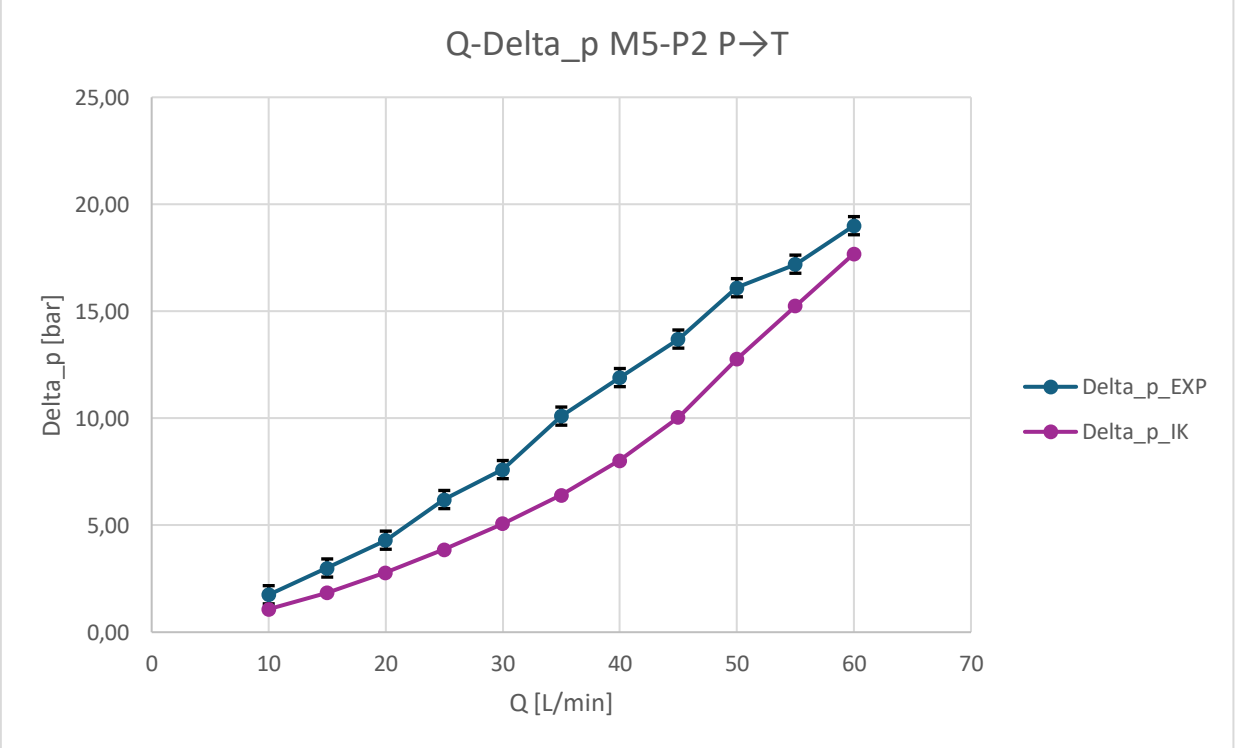


Figura 32 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dal metodo di Idel'chik per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e metodo di Idel'chik [2].

Il comportamento osservato è coerente con quanto discusso nel Capitolo 1. Il valore ζ = 1.19 non deve infatti essere interpretato come una correlazione sviluppata per descrivere l'intera evoluzione del coefficiente di perdita al variare del numero di Reynolds. Il progressivo miglioramento dell'accordo all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$ indica piuttosto che il valore di riferimento fornito da **Idel'chik** diventa maggiormente rappresentativo quando le condizioni operative si avvicinano al regime per il quale tale coefficiente viene utilizzato.
Di conseguenza, gli scostamenti osservati alle basse condizioni di Reynolds **non rappresentano una confutazione del metodo di Idel'chik**, ma evidenziano i limiti dell'utilizzo diretto di un coefficiente sostanzialmente costante quando il contributo degli effetti viscosi diventa più rilevante. Per descrivere l'intero intervallo sperimentale risulta quindi necessario considerare una formulazione che introduca esplicitamente una dipendenza del coefficiente ζ dal numero di Reynolds.

2.4.2 CONFRONTO DATI SPERIMENTALI AL-TAMEEMI E RICCO

A differenza del metodo di **Idel'chik**, la correlazione proposta da **Al-Tameemi e Ricco** introduce esplicitamente la dipendenza del coefficiente di perdita localizzata dal numero di Reynolds. Come descritto nel paragrafo 1.6.2, la formulazione è stata ottenuta sperimentalmente per gomiti a 90° a spigolo vivo.

La correlazione descrive una rapida diminuzione del coefficiente ζ alle basse e medie condizioni di Reynolds e una progressiva tendenza verso il valore asintotico ζ = 0.9 all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$ [12].

L'applicazione della correlazione ai dati acquisiti nel presente lavoro consente quindi di verificare se una formulazione esplicitamente dipendente dal numero di Reynolds sia in grado di riprodurre meglio l'andamento osservato sperimentalmente rispetto all'utilizzo di un coefficiente costante.

Per ciascun punto sperimentale è stato calcolato il valore $\boldsymbol{\zeta_{ATR}}$ corrispondente al numero di Reynolds misurato e, successivamente, la relativa caduta di pressione prevista:

$$\boldsymbol{\Delta p_{ATR} = \zeta_{ATR} * \frac{\rho U^2}{2}} \quad (77)$$

Lo scostamento rispetto alla misura sperimentale è stato valutato mediante lo stesso indicatore percentuale utilizzato nel paragrafo precedente. Nel complesso, il confronto evidenzia una capacità della correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** di seguire qualitativamente la variazione del coefficiente sperimentale con il numero di Reynolds. In particolare, a differenza del valore costante adottato nel

confronto con **Idel'chik**, la correlazione riproduce la diminuzione di ζ osservata all'aumentare di ***Re***, mostrando in numerosi punti sperimentali uno scostamento contenuto.

Per il **Manifold 5 – percorso P1, direzione P→T**, gli scostamenti risultano ancora elevati nei punti caratterizzati dal numero di Reynolds più basso, mentre si riducono sensibilmente nella zona intermedia e alta dell'intervallo sperimentale. In diversi punti con ***Re*** dell'ordine di alcune migliaia, l'errore sulla caduta di pressione risulta dell'ordine di pochi punti percentuali. Un andamento analogo viene osservato nel caso **P1, T→P**, dove la correlazione presenta un buon accordo con numerosi punti della regione intermedia del campo di Reynolds, con errori in alcuni casi inferiori a pochi punti percentuali. Alle condizioni a Reynolds più elevato permangono comunque differenze non trascurabili, evidenziando che la sola dipendenza da ***Re*** non è sufficiente a riprodurre in maniera identica tutte le configurazioni geometriche analizzate.

Per il **percorso P2**, il comportamento risulta maggiormente dipendente dalla direzione di attraversamento. Nel caso **T→P**, migliora significativamente superata la regione a Reynolds più basso e, in diversi punti intermedi, gli scostamenti risultano particolarmente contenuti. Nella configurazione **P→T**, invece, si osservano differenze più marcate nella prima parte dell'intervallo, che tendono progressivamente a diminuire all'aumentare del numero di Reynolds.

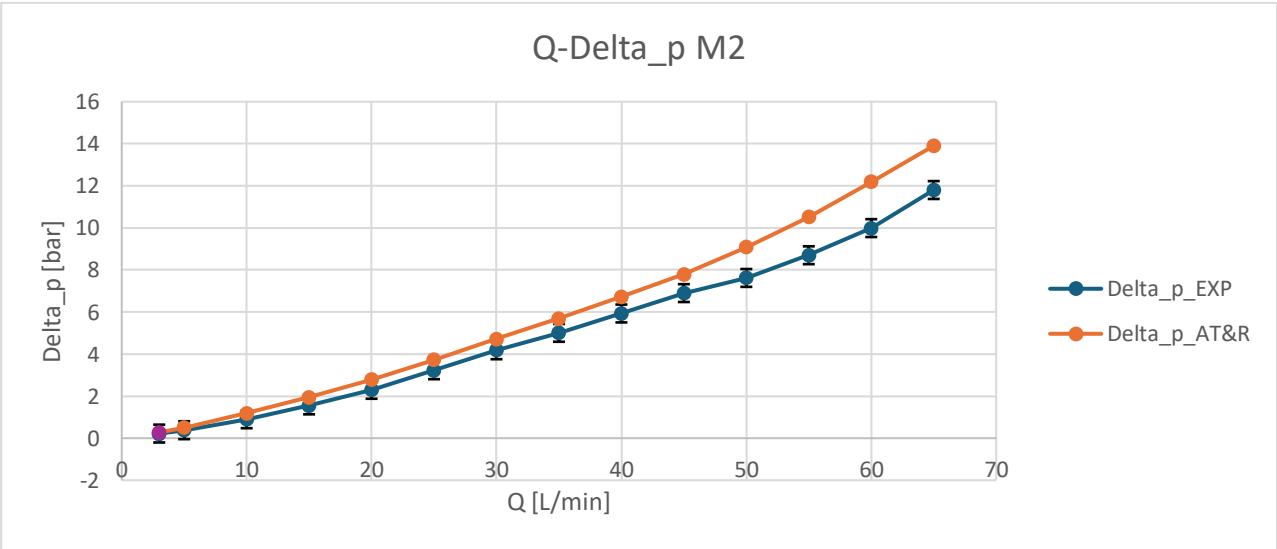


Figura 33 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla correlazione di Al-Tameemi e Ricco per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazione di Al-Tameemi e Ricco [12].

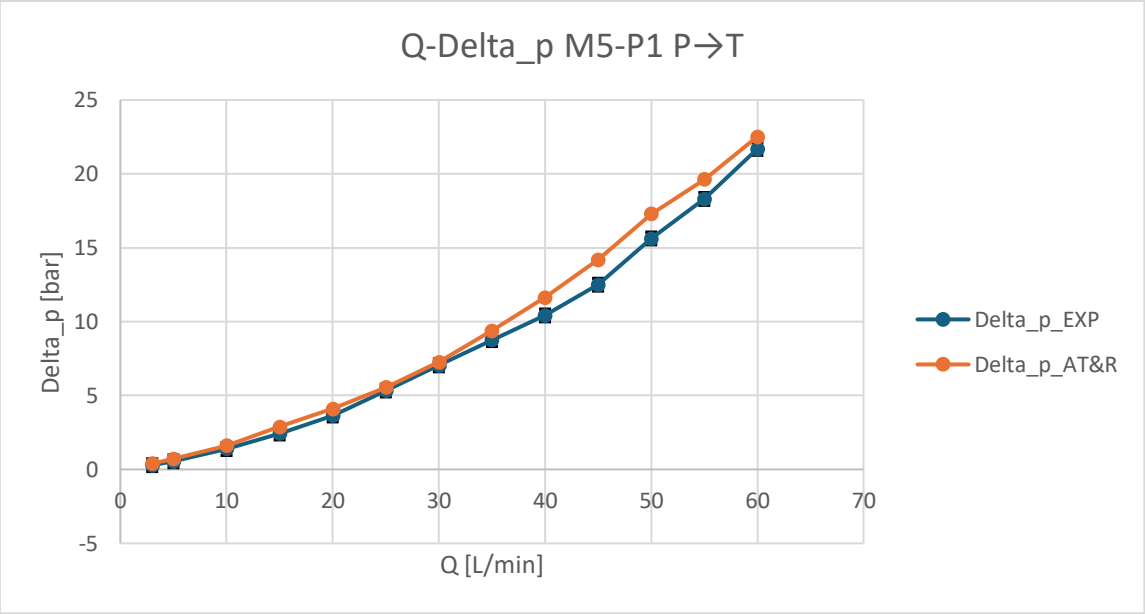


Figura 34 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla correlazione di Al-Tameemi e Ricco per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazione di Al-Tameemi e Ricco [12].

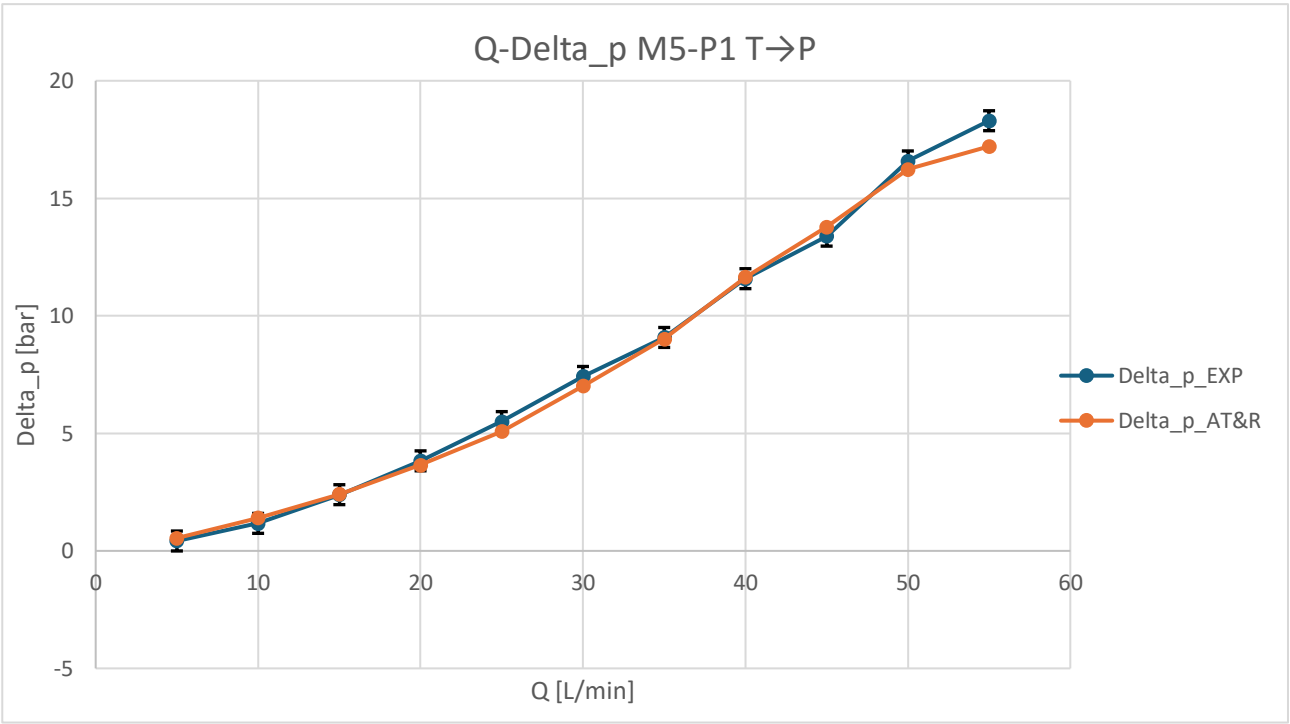


Figura 35 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla correlazione di Al-Tameemi e Ricco per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazione di Al-Tameemi e Ricco [12].

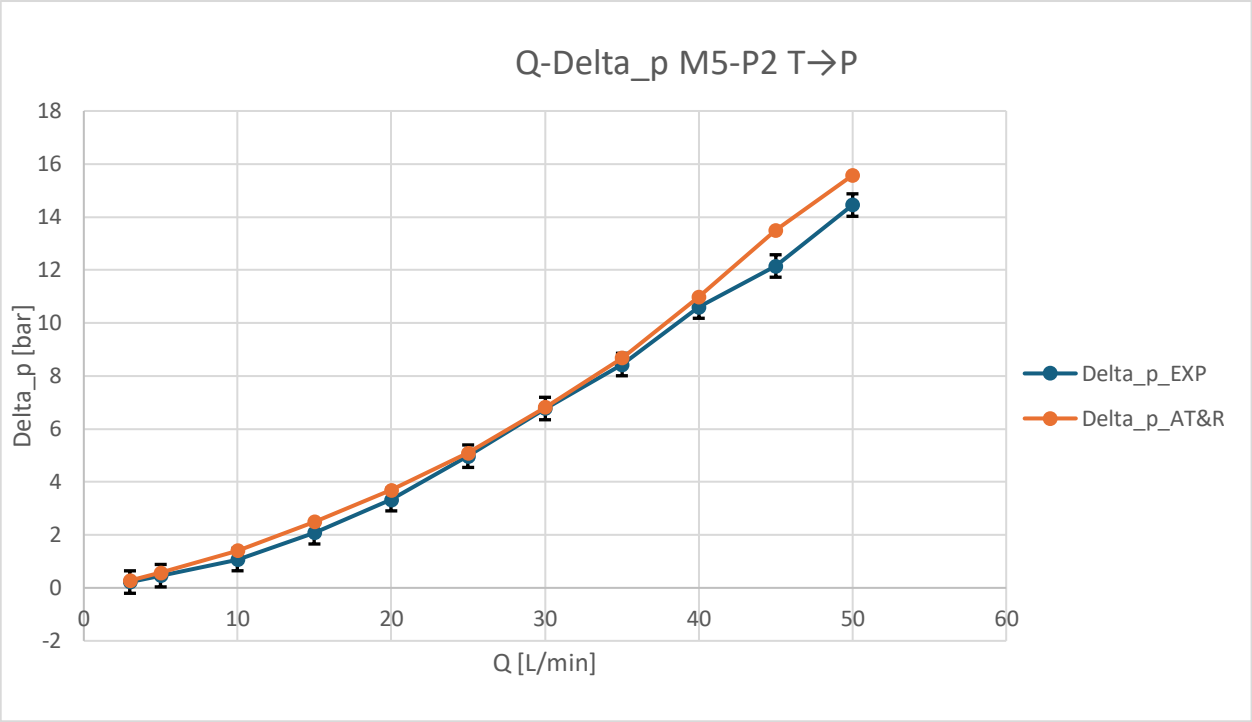


Figura 36 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla correlazione di Al-Tameemi e Ricco per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazione di Al-Tameemi e Ricco [12].

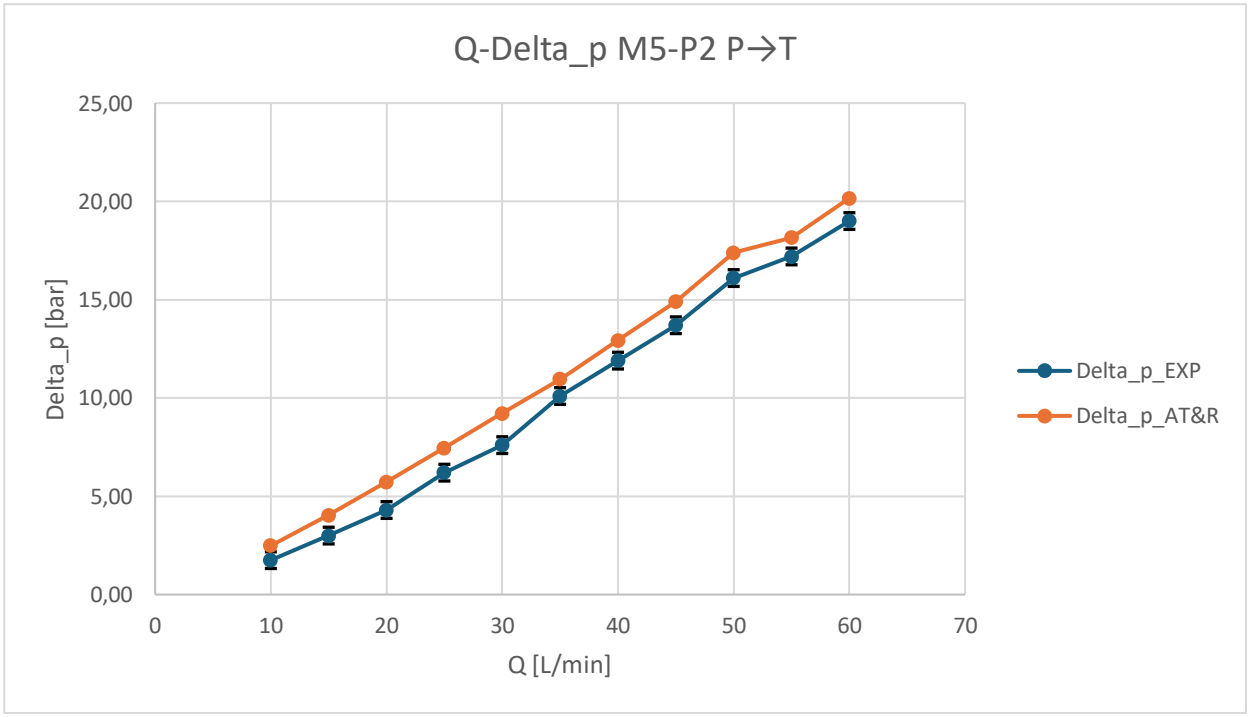


Figura 37– Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla correlazione di Al-Tameemi e Ricco per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazione di Al-Tameemi e Ricco [12].

Particolare attenzione deve essere posta ai punti sperimentali caratterizzati da Re<500. Tali condizioni ricadono infatti **al di fuori del campo di validità dichiarato dagli autori**. Gli scostamenti osservati in questa regione non possono pertanto essere interpretati come un limite della correlazione nel suo campo di validità, ma rappresentano piuttosto un'indicazione della necessità di descrivere condizioni di Reynolds inferiori a quelle originariamente investigate da **Al-Tameemi e Ricco**.

Il confronto risulta particolarmente significativo per il presente lavoro anche per le differenze esistenti tra le prove sperimentali effettuate. **Al-Tameemi e Ricco** hanno infatti utilizzato aria e acqua in condotti di diametro pari a 11, 16 e 21 mm, mentre le configurazioni analizzate nella presente tesi impiegano olio idraulico in canali di diametro inferiore integrati all'interno di **manifold**.

I risultati mostrano quindi che l'introduzione esplicita della dipendenza da Re permette generalmente di descrivere meglio l'andamento sperimentale rispetto all'impiego di un coefficiente costante, soprattutto nel campo medio del numero di Reynolds. Permangono tuttavia scostamenti variabili tra le diverse configurazioni e, in particolare, nella regione a Reynolds molto basso e in alcune condizioni geometriche specifiche.

Tali risultati suggeriscono che il numero di Reynolds costituisce una variabile fondamentale per la descrizione delle perdite localizzate, ma che la correlazione di **Al-Tameemi e Ricco**, essendo stata ricavata su una geometria e su condizioni sperimentali differenti, non riproduce in modo uniforme tutti i dati acquisiti sui **manifold** oggetto del presente lavoro.

2.4.3 SINTESI DEGLI SCOSTAMENTI E MOTIVAZIONE DELLO SVILUPPO DI UNA NUOVA CORRELAZIONE

Il confronto condotto nei paragrafi precedenti evidenzia un comportamento differente delle due correlazioni di letteratura rispetto ai dati sperimentali acquisiti. Il metodo di **Idel'chik**, basato nel caso considerato su un coefficiente di perdita pressoché costante pari a $\zeta = 1.19$, fornisce una rappresentazione progressivamente più vicina ai risultati sperimentali all'aumentare del numero di Reynolds, mentre presenta scostamenti più elevati nelle condizioni a basso Re. Tale comportamento risulta coerente con il campo di impiego discusso nel Capitolo 1 e non deve essere interpretato come una non validità del metodo, ma come una conseguenza dell'applicazione di un valore di riferimento sostanzialmente costante a condizioni fluidodinamiche nelle quali il coefficiente sperimentale presenta invece una marcata dipendenza dal numero di Reynolds [2]. La correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** introduce invece esplicitamente la dipendenza di ζ da $\boldsymbol{Re}$ e riesce pertanto a riprodurre meglio la forma generale delle curve sperimentali. La formulazione proposta dagli autori è stata ricavata per

$\mathbf{500 \leq Re \leq 60000}$ e riproduce il dataset originale con un errore medio dichiarato di circa ±3% [12]. Nel presente lavoro, tuttavia, alcune condizioni sperimentali ricadono al di sotto di $Re = 500$, mentre la geometria dei condotti e il fluido utilizzato differiscono da quelli impiegati dagli autori. In tali condizioni la correlazione viene quindi utilizzata, almeno per i punti a Reynolds più basso, al di fuori del proprio campo sperimentale originario. Il confronto quantitativo conferma complessivamente il miglior comportamento della correlazione dipendente da Reynolds. Considerando le quattro configurazioni del **Manifold 5**, gli scostamenti medi sulla caduta di pressione risultano indicativamente quelli riportati in Tabella 6.

CONFIGURAZIONE	ERRORE MEDIO IDEL'CHIK	ERRORE MEDIO AL-TAMEEMI E RICCO
M5 – P1, P→T	≈ 23,3%	≈ 13,4%
M5 – P1, T→P	≈ 28,5%	≈ 7,3%
M5 – P2, T→P	≈ 31,0%	≈ 12,8%
M5 – P2, P→T	≈ 28,8%	≈ 17,9%

Tabella 6 – Scostamenti medi delle correlazioni di Idel'chik e di Al-Tameemi e Ricco rispetto ai dati sperimentali del Manifold 5. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazioni [2], [12].

Considerando complessivamente i punti relativi alle quattro configurazioni del **Manifold 5**, lo scostamento medio risulta dell'ordine del **28% per Idel'chik** e di circa **13% per Al-Tameemi e Ricco**. Il miglioramento ottenuto introducendo una dipendenza esplicita dal numero di Reynolds è quindi evidente, pur permanendo differenze non trascurabili tra le diverse configurazioni.

Un ulteriore elemento emerge confrontando le singole direzioni di percorrenza. A parità di formulazione, lo scostamento non risulta infatti uniforme per tutti i percorsi: alcune configurazioni vengono riprodotte con buona accuratezza dalla correlazione di **Al-Tameemi e Ricco**, mentre altre presentano differenze più marcate. Questo risultato suggerisce che il numero di Reynolds rappresenta una variabile fondamentale, ma non necessariamente sufficiente, per descrivere in maniera uniforme tutte le configurazioni analizzate.

Le differenze osservate devono essere interpretate tenendo conto delle condizioni nelle quali le formulazioni di letteratura sono state ottenute. **Al-Tameemi e Ricco** hanno sperimentato gomiti realizzati su tubazioni circolari di diametro pari a 11, 16 e 21 mm, utilizzando acqua e aria e predisponendo lunghi tratti rettilinei a monte e a valle della singolarità. Le configurazioni oggetto della presente tesi riguardano invece canali di diametro inferiore integrati all'interno di **Manifold** oleodinamici e attraversati da olio idraulico. Ne consegue che le condizioni di ingresso alla singolarità

e l'interazione con le geometrie circostanti possono differire sensibilmente da quelle considerate nello studio originario. Nei **manifold,** infatti, la geometria dei gomiti differisce da quella ideale utilizzata negli esperimenti di **Al-Tameemi e Ricco**, in quanto i passaggi interni sono ottenuti mediante forature incrociate.

Nel complesso, i risultati ottenuti permettono quindi di trarre due considerazioni principali. In primo luogo, l'utilizzo di un coefficiente costante non consente di rappresentare adeguatamente l'intero intervallo di Reynolds analizzato sperimentalmente. In secondo luogo, l'introduzione di una dipendenza esplicita da Re, come proposta da **Al-Tameemi e Ricco**, determina un miglioramento significativo, ma non elimina completamente gli scostamenti osservati nelle specifiche configurazioni oleodinamiche analizzate.

Queste considerazioni costituiscono la motivazione per lo sviluppo di una **nuova formulazione semi-empirica**, finalizzata a descrivere con maggiore continuità il comportamento delle perdite localizzate nel campo operativo oggetto del presente lavoro. La formulazione, il processo di determinazione dei coefficienti e il confronto complessivo con dati sperimentali, modelli di letteratura e risultati numerici verranno presentati nel **Capitolo 4**.

CAPITOLO 3

MODELLAZIONE NUMERICA CFD DEL GOMITO A SPIGOLO VIVO

Il presente capitolo descrive lo sviluppo del modello fluidodinamico tridimensionale realizzato per analizzare il comportamento del flusso all'interno dei gomiti a 90° a spigolo vivo appartenenti ai **Manifold 2 e Manifold 5**, già caratterizzati sperimentalmente nel capitolo precedente. L'attività di simulazione è stata condotta mediante il software open source **OpenFOAM**, basato sul metodo dei volumi finiti, con l'obiettivo di affiancare alle misurazioni sperimentali e alla modellazione a parametri concentrati una descrizione spaziale dettagliata dei principali fenomeni fluidodinamici che si sviluppano all'interno del componente [33].

La simulazione **CFD** consente di ricostruire i campi tridimensionali di velocità e pressione e di analizzare i fenomeni che contribuiscono alla perdita di carico, quali l'accelerazione locale della corrente, il distacco della vena fluida, la formazione di zone di ricircolo e il successivo recupero parziale della pressione a valle del gomito.

La procedura numerica ha previsto inizialmente la definizione del dominio fluido, ottenuto a partire dalla geometria interna del gomito, e la successiva generazione della mesh mediante il software Salome. La mesh è stata quindi importata in **OpenFOAM**, dove sono state definite le proprietà fisiche del fluido, le condizioni al contorno, i modelli fluidodinamici e gli schemi di discretizzazione numerica. Particolare attenzione è stata dedicata alla discretizzazione delle regioni prossime alle pareti e alla verifica della qualità della griglia, poiché gli elevati gradienti di velocità che si sviluppano in corrispondenza dello spigolo richiedono un'adeguata risoluzione spaziale.

Inoltre, è stato realizzato uno script interattivo in linguaggio *Bash*. Tale procedura consente di modificare automaticamente, per ciascun caso, la velocità d'ingresso, la viscosità cinematica, la densità del fluido e il modello di flusso utilizzato. Lo script esegue successivamente la simulazione in parallelo, controlla la convergenza, elabora i valori medi di pressione nelle sezioni di monitoraggio e archivia in maniera ordinata i risultati ottenuti.

Nei paragrafi successivi verranno pertanto descritti il dominio geometrico, la procedura di generazione della mesh, le equazioni di governo, le proprietà del fluido, le condizioni al contorno e gli schemi numerici adottati. (Verrà infine presentato lo studio di indipendenza dalla griglia, necessario per valutare l'influenza della discretizzazione spaziale sulla caduta di pressione calcolata e per selezionare la mesh da utilizzare nella campagna numerica definitiva).

3.1 OBIETTIVI E IMPOSTAZIONE GENERALE DELLA SIMULAZIONE

3.1.1 RUOLO ED OBIETTIVI DELLA MODELLAZIONE CFD

Le prove sperimentali descritte nel Capitolo 2 consentono di caratterizzare il comportamento globale dei componenti analizzati attraverso la misura delle pressioni nelle sezioni poste a monte e a valle delle singolarità. A partire da tali grandezze, una volta considerato il contributo delle perdite distribuite nei tratti rettilinei, è possibile determinare la caduta di pressione localizzata e il corrispondente coefficiente di perdita ζ.

Il dato sperimentale costituisce il riferimento fisico per la valutazione del comportamento del componente reale, ma non permette di ricostruire direttamente la distribuzione tridimensionale delle grandezze fluidodinamiche all'interno del gomito. Le misure di pressione forniscono infatti informazioni relative a specifiche sezioni del circuito, senza consentire di osservare direttamente l'evoluzione del campo di velocità, le regioni di separazione della corrente o le eventuali zone di ricircolo generate dalla brusca deviazione del flusso.

La modellazione **CFD** è stata pertanto utilizzata come strumento complementare all'attività sperimentale. Attraverso la discretizzazione del dominio fluido e la soluzione numerica delle equazioni di governo mediante il metodo dei volumi finiti, essa permette di ricostruire i campi tridimensionali di velocità e pressione e di analizzare localmente i fenomeni responsabili della perdita di carico [33].

L'analisi numerica è stata applicata alle geometrie rappresentative del **Manifold 2** e del **Manifold 5**, già caratterizzate sperimentalmente nel capitolo precedente. Per ciascun punto simulato sono state riprodotte, per quanto possibile, le corrispondenti condizioni operative sperimentali, assegnando la velocità di ingresso e le proprietà termofisiche dell'olio associate alla specifica condizione di prova. Nel documento attuale i due domini **CFD** sono già definiti separatamente proprio per rappresentare le due configurazioni geometriche.

L'attività **CFD** è stata sviluppata perseguendo due obiettivi principali. Il primo consiste nella **valutazione quantitativa della caduta di pressione**, attraverso il calcolo della pressione media nelle sezioni corrispondenti alle posizioni di misura considerate nell'elaborazione sperimentale. Il valore numerico della caduta di pressione viene successivamente confrontato con quello ricavato dal banco prova, in modo da valutare la capacità del modello **CFD** di riprodurre il comportamento reale del componente.

La pressione utilizzata per tale confronto viene determinata mediante una media areale sulle sezioni di monitoraggio, evitando di utilizzare il valore relativo a un singolo punto del dominio, che potrebbe risultare influenzato dalle variazioni locali del campo fluidodinamico. Questa impostazione è già coerente con quanto previsto nel modello numerico attuale.

Il secondo obiettivo riguarda l'**analisi dei fenomeni fluidodinamici interni**. L'osservazione dei campi di velocità e pressione, delle linee di corrente e delle regioni di ricircolo consente infatti di approfondire i meccanismi che determinano la perdita di carico nel gomito a spigolo vivo. In particolare, la **CFD** permette di analizzare il distacco della corrente in prossimità dello spigolo interno, la deviazione del flusso verso la parete esterna e la successiva evoluzione della regione separata a valle del gomito.

La modellazione numerica svolge quindi nel presente lavoro una duplice funzione: da un lato permette di **verificare quantitativamente il modello CFD mediante il confronto con i dati sperimentali**; dall'altro fornisce una descrizione tridimensionale del campo di moto utile all'interpretazione fisica delle perdite misurate. La procedura di verifica numerica e il successivo confronto con i risultati sperimentali verranno presentati nella parte conclusiva del presente capitolo.

3.1.2 DESCRIZIONE DEL PROBLEMA E ASSUNZIONI FISICHE

Il problema analizzato riguarda il moto dell'olio all'interno di un gomito a 90° a spigolo vivo. Rispetto a un tratto rettilineo, questa geometria impone una variazione molto brusca della direzione della corrente e produce una forte alterazione dei campi di velocità e pressione. In prossimità del gomito, il fluido tende a spostarsi verso la parete esterna per effetto dell'inerzia, mentre a valle dello spigolo interno può verificarsi il distacco della vena fluida e la conseguente formazione di una zona di ricircolo. Come mostrato schematicamente in Figura 38, la brusca deviazione imposta dalla geometria determina uno spostamento della corrente verso la parete esterna e favorisce la formazione di una regione di ricircolo a valle dello spigolo interno.

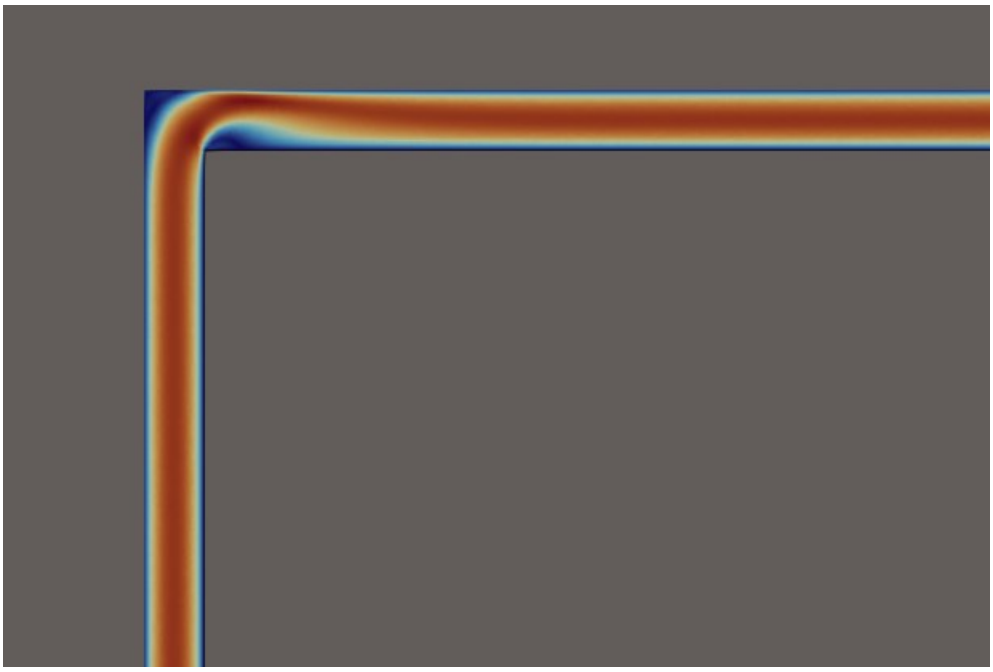


Figura 38 – Esempio di campo fluidodinamico nel gomito a 90° a spigolo vivo utilizzato per l'impostazione dell'analisi CFD. Fonte: elaborazione propria mediante CFD.

L'analisi effettuata è stata impostata in modo da riprodurre le diverse condizioni operative analizzate sperimentalmente. In particolare, sono stati considerati valori del numero di Reynolds compresi indicativamente tra 100 e 8000. L'intervallo scelto permette di studiare il comportamento del componente in condizioni laminari, nella zona di transizione e in condizioni caratterizzate da effetti turbolenti più rilevanti.

Per ciascun caso, il numero di Reynolds viene calcolato mediante la relazione **(14)**, dove **U** rappresenta la velocità media impostata nella sezione di ingresso, **D** il diametro interno del condotto e **ν** la viscosità cinematica dell'olio.

La velocità di ingresso e le proprietà del fluido non sono quindi mantenute costanti durante l'intera campagna, ma vengono modificate per riprodurre i singoli punti sperimentali. Lo **script** di automazione richiede, per ogni simulazione, i valori di velocità, viscosità cinematica e densità, calcola il corrispondente **numero di Reynolds** e modifica automaticamente i file del caso **OpenFOAM**. In questo modo è possibile simulare in successione numerose condizioni operative, riducendo gli interventi manuali e mantenendo uniforme la procedura di calcolo.

Il fluido è stato considerato **newtoniano** e **incomprimibile**. L'ipotesi di comportamento **newtoniano** stabilisce che lo sforzo di taglio sia proporzionale al gradiente di velocità attraverso la viscosità dinamica. Tale assunzione è ritenuta adeguata in base anche all'olio utilizzato nelle condizioni considerate durante le prove.

L'ipotesi di **incomprimibilità** permette invece di assumere costante la densità all'interno della singola simulazione. La densità può comunque variare tra un caso e il successivo, in funzione della temperatura e delle condizioni sperimentali corrispondenti. Allo stesso modo, la viscosità cinematica viene considerata uniforme nel dominio per ciascun punto operativo, ma viene aggiornata tra le diverse simulazioni.
Non è stata risolta un'equazione dell'energia e non sono stati considerati gli scambi termici tra il fluido e le pareti del componente. La temperatura entra quindi nel modello in maniera indiretta, attraverso i valori di densità e viscosità assegnati a ciascuna simulazione. Questa semplificazione permette di concentrarsi sulla relazione tra portata, proprietà dell'olio e caduta di pressione, senza introdurre una modellazione termica completa del sistema.
Le simulazioni sono state eseguite in condizioni stazionarie mediante il solver *simpleFoam*. Si assume pertanto che, una volta raggiunta la convergenza, i valori medi delle grandezze fluidodinamiche non cambino nel tempo. Le iterazioni del solver non rappresentano istanti temporali successivi, ma costituiscono il procedimento numerico attraverso il quale i campi di velocità e pressione vengono progressivamente portati verso una soluzione convergente. *simpleFoam* è infatti destinato alla soluzione di flussi incomprimibili in condizioni stazionarie.

La scelta della formulazione fluidodinamica viene effettuata automaticamente sulla base del numero di Reynolds. Per $\boldsymbol{Re < 1000}$ il moto viene trattato mediante una formulazione laminare, senza introdurre alcun modello di turbolenza. In queste condizioni il trasporto della quantità di moto viene descritto considerando la sola viscosità molecolare del fluido.

Anche nei casi laminari, la presenza del gomito può provocare il distacco della corrente e la formazione di una regione di ricircolo a valle dello spigolo. La presenza di tale struttura non implica necessariamente che il moto sia turbolento.

Per $1000 \leq Re < 4000$ le condizioni operative vengono classificate nello script come appartenenti alla zona di transizione e viene utilizzato il modello **RANS k−ω SST**. La stessa formulazione viene adottata per $Re \geq 4000$, classificato operativamente come regime turbolento.

Le soglie adottate rappresentano esclusivamente un criterio operativo utilizzato per automatizzare la campagna numerica e non devono essere interpretate come limiti universali della transizione, poiché il passaggio tra moto laminare e turbolento dipende anche dalla geometria, dalle condizioni di ingresso e dal livello di perturbazione del flusso [1].

Non devono pertanto essere interpretate come limiti universali e rigidi della transizione, poiché il passaggio tra regime laminare e turbolento dipende anche dalle condizioni di ingresso, dalla geometria e dalle perturbazioni presenti nel flusso.

La scelta del modello ***k-ω SST*** è legata soprattutto alle caratteristiche della geometria studiata. Il gomito a spigolo vivo produce un gradiente di pressione avverso e favorisce la separazione della corrente dalla parete interna. Il modello ***SST*** è stato sviluppato per migliorare la previsione dei flussi in presenza di separazione e combina il comportamento del modello ***k-ω*** nelle regioni vicine alla parete con una diversa formulazione nelle regioni più lontane dalla superficie [34]. È opportuno precisare che il modello **RANS k−ω SST** non costituisce un modello specifico per la transizione laminare-turbolenta; il suo impiego nell'intervallo $1000 \leq Re < 4000$ rappresenta quindi una scelta numerica adottata per descrivere gli effetti medi di separazione e rimescolamento nel campo operativo considerato.

Il modello risolve due equazioni di trasporto aggiuntive: una relativa all'energia cinetica turbolenta $\boldsymbol{k}$ e una relativa alla frequenza specifica di dissipazione $\boldsymbol{\omega}$. Per inizializzare tali grandezze, nello script è stata assunta un'**intensità di turbolenza** in ingresso pari all'1%. L'energia cinetica turbolenta iniziale viene quindi calcolata come:

$$\boldsymbol{k = \frac{3}{2}(VI)^2} \quad \textbf{(78)}$$

dove:

$$\boldsymbol{I = 0,01} \quad \textbf{(79)}$$

la scala di lunghezza turbolenta viene posta pari a:

$$\boldsymbol{L_t = 0,07D} \quad \textbf{(80)}$$

mentre la frequenza specifica di dissipazione viene inizializzata mediante:

$$\boldsymbol{\omega = \frac{\sqrt{k}}{C_\mu^{\frac{1}{4}} L_t}} \quad \textbf{(81)}$$

assumendo:

$$\boldsymbol{C_\mu = 0,09} \quad \textbf{(82)}$$

Questi valori vengono utilizzati come condizioni iniziali del calcolo e vengono successivamente aggiornati dal solver durante il processo iterativo.

La procedura adottata consente pertanto di trattare l'intero intervallo operativo mediante una formulazione laminare alle condizioni di Reynolds più basso e una formulazione **RANS k−ω SST** nei casi caratterizzati da Reynolds maggiore. L'adeguatezza complessiva di tale impostazione viene successivamente valutata mediante il confronto diretto tra le cadute di pressione **CFD** e i risultati sperimentali.

3.2 DEFINIZIONE DEL DOMINIO GEOMETRICO

3.2.1 COSTRUZIONE E SEMPLIFICAZIONE DEL DOMINIO FLUIDO

Come descritto in precedenza si sono considerati due casi **manifold 2** e **manifold 5**. Il dominio geometrico per entrambi i casi è costituito da due condotti circolari di diametro interno rispettivamente pari a $D_2 = 6\ mm$ e $D_5 = 5\ mm$.

I due canali presentano assi tra loro ortogonali e sono collegati mediante una deviazione di 90°. In corrispondenza dell'intersezione non è stato introdotto alcun raccordo geometrico, mantenendo quindi lo spigolo vivo che caratterizza il componente oggetto dello studio. Questa scelta è necessaria per riprodurre correttamente la geometria reale del passaggio interno. L'introduzione, anche involontaria, di un raggio di raccordo modificherebbe infatti la deviazione delle linee di corrente e potrebbe ridurre l'estensione della zona di separazione che si forma a valle dello spigolo.

I due tratti rettilinei hanno una lunghezza nominale di circa 100 mm, misurata lungo i rispettivi assi a partire dalla zona del gomito. Il primo tratto è disposto lungo la direzione verticale e termina nella sezione di ingresso, mentre il secondo è disposto lungo la direzione orizzontale e termina nella sezione di uscita. La geometria complessiva può quindi essere descritta attraverso i seguenti parametri principali:

- Diametro interno dei condotti: **6/5 mm**;
- Angolo di deviazione: **90°**;
- Raggio dello spigolo interno: **assunto nullo**;
- lunghezza del tratto di ingresso: **circa 100 mm**;
- lunghezza del tratto di uscita: **circa 100 mm**.

Per ridurre il numero complessivo di elementi della mesh è stata sfruttata la simmetria della geometria rispetto al piano contenente gli assi dei due condotti. È stata quindi modellata solamente metà della sezione circolare, introducendo una superficie piana sulla quale verrà successivamente assegnata una condizione di simmetria.

Il dominio numerico occupa pertanto una sola metà del volume fisico. La sezione di ingresso e quella di uscita assumono nel modello la forma di un semicerchio, mentre la superficie piana longitudinale costituisce il piano di simmetria.

Questa scelta permette di ridurre in maniera significativa il numero di celle e il tempo necessario per la soluzione. Allo stesso tempo, impone che la soluzione media sia simmetrica rispetto al piano considerato. Tale assunzione è stata ritenuta accettabile per l'analisi stazionaria svolta, nella quale l'obiettivo principale è la determinazione della caduta di pressione media

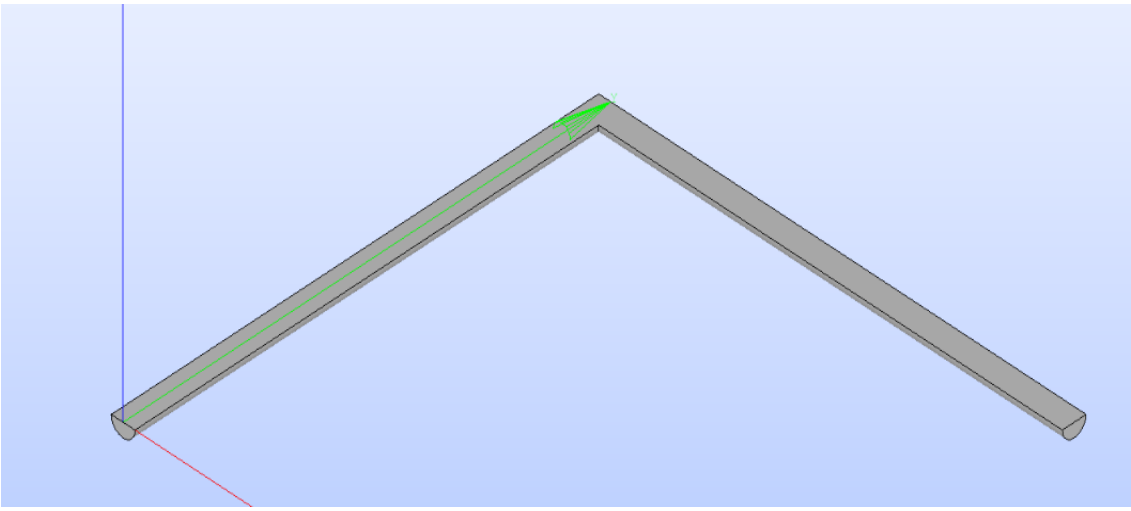


Figura 39 – Vista del dominio dimezzato e del piano di simmetria utilizzato nel modello numerico. Fonte: elaborazione propria in SALOME.

Nel modello geometrico sono stati definiti quattro gruppi di superfici:

- *Inlet*, corrispondente alla sezione iniziale del tratto verticale;
- *Outlet*, corrispondente alla sezione finale del tratto orizzontale;
- *Wall*, comprendente le superfici solide bagnate dall'olio;
- *Symmetry*, corrispondente al piano ottenuto dal dimezzamento del dominio.

I nomi assegnati in **Salome** sono stati mantenuti durante l'esportazione della mesh in formato **UNV** e la successiva conversione nel formato utilizzato da **OpenFOAM**. Ciò ha permesso di identificare direttamente le diverse superfici e di associare a ciascuna di esse la corretta condizione al contorno.

Prima della generazione della griglia sono state inoltre eliminate o accorpate le suddivisioni topologiche non necessarie presenti sulle superfici. Questa operazione non ha modificato la sezione attraversata dal fluido né la forma dello spigolo, ma ha evitato la presenza di bordi geometrici privi di significato fluidodinamico che avrebbero potuto generare infittimenti locali non richiesti. Sono stati mantenuti integralmente il diametro dei condotti, la deviazione ortogonale e lo spigolo interno, poiché rappresentano i parametri principali da cui dipendono la separazione della corrente e la perdita di pressione.

3.2.2 ANALISI DELLE CARATTERISTICHE DEL DOMINIO FLUIDO

La sola rappresentazione della regione immediatamente circostante al gomito non sarebbe sufficiente per impostare correttamente il problema numerico. Applicare le condizioni al contorno troppo vicino alla singolarità potrebbe infatti influenzare artificialmente il campo di moto e, di conseguenza, la caduta di pressione calcolata. Per questo motivo sono stati introdotti due tratti rettilinei, uno a monte e uno a valle del gomito. Entrambe le estensioni hanno una lunghezza di circa 100 mm, corrispondente a:

$$\frac{L}{D} = \frac{100}{6} = 16,7 \; ; \frac{L}{D} = \frac{100}{5} = 20 \quad (84)$$

Il tratto posto a monte separa la condizione di velocità assegnata all'ingresso dalla regione in cui avviene la deviazione del flusso. Durante il percorso nel condotto rettilineo, il profilo di velocità può iniziare a modificarsi per effetto della condizione di aderenza alle pareti, prima di raggiungere il gomito. La lunghezza adottata non implica necessariamente il raggiungimento di un profilo completamente sviluppato in tutte le condizioni di **Reynolds** analizzate. Permette tuttavia di evitare l'applicazione della condizione di ingresso direttamente in prossimità dello spigolo e di lasciare al flusso un tratto sufficiente per adattarsi alla presenza delle pareti. Il tratto posto a valle ha invece lo scopo di allontanare la condizione di uscita dalla zona maggiormente perturbata. Immediatamente dopo la deviazione si sviluppano infatti forti gradienti di velocità e pressione e può essere presente una regione di ricircolo. Posizionare l'uscita troppo vicino al gomito potrebbe interferire con tale struttura e causare problemi numerici, come l'ingresso locale di fluido attraverso la patch di uscita.

L'estensione a valle permette inoltre di osservare il progressivo riassestamento della corrente e il parziale recupero della pressione dopo la singolarità. Le sezioni utilizzate per il calcolo della differenza di pressione possono così essere posizionate nei tratti rettilinei e non direttamente nella zona di maggiore distorsione del flusso.

La posizione delle due sezioni di monitoraggio non è fissata in modo definitivo all'interno della geometria. Le relative coordinate vengono infatti inserite dall'utente all'avvio dello script e aggiornate automaticamente nel file *controlDict*. Questa soluzione permette di modificare la distanza delle sezioni dal gomito senza ricostruire la mesh e di mantenere una corrispondenza con le posizioni considerate durante l'elaborazione dei dati sperimentali.

Sono state individuate delle posizioni di monitoraggio per **manifold 2:** $\boldsymbol{p_1: y = 0,0615\ m\ p_2: x = 0,0389\ m.}$

Per il **maniflod 5:** $\boldsymbol{p_1: y = 0,0595\ m\ p_2: x = 0,0425\ m.}$

3.3 DISCRETIZZAZIONE SPAZIALE (GENERAZIONE DELLA MESH)

3.3.1 TIPOLOGIA E TOPOLOGIA DELLA GRIGLIA

Una volta definito il dominio geometrico, la fase successiva della modellazione ha riguardato la sua discretizzazione spaziale. Il volume occupato dal fluido è stato quindi suddiviso in un numero finito di elementi, all'interno dei quali vengono risolte numericamente le equazioni che governano il moto. La generazione della mesh rappresenta un passaggio particolarmente importante nell'analisi **CFD**, poiché la qualità e la dimensione degli elementi possono influenzare direttamente l'accuratezza della soluzione e il costo computazionale della simulazione. Nel caso del gomito a spigolo vivo, è necessario prestare particolare attenzione alla zona del gomito, dove sono presenti elevati gradienti di velocità e pressione e dove può verificarsi il distacco del fluido dalla parete.

La mesh è stata realizzata mediante il modulo **SMESH di Salome**, utilizzando gli algoritmi disponibili nel plugin **NETGEN**. È stata adottata una griglia **non strutturata** di tipo **ibrido**, costituita principalmente da elementi **tetraedrici** nel nucleo del dominio e da elementi **prismatici** nelle regioni prossime alle pareti. Questa configurazione consente di adattarsi facilmente alla geometria del gomito e, allo stesso tempo, di ottenere una maggiore risoluzione nelle zone dove gli effetti viscosi assumono maggiore importanza.

La procedura di discretizzazione è stata suddivisa in due fasi principali. Inizialmente è stata generata la mesh delle superfici del dominio; successivamente è stato discretizzato il volume interno. A questa griglia di base sono stati aggiunti gli strati viscosi lungo le superfici solide.

Prima dell'utilizzo in OpenFOAM, la mesh è stata inoltre sottoposta a una serie di controlli geometrici e topologici, allo scopo di verificare l'assenza di elementi degeneri o di caratteristiche che potessero compromettere la stabilità numerica. Tali verifiche saranno approfondite nel paragrafo 3.3.3. Per la discretizzazione del dominio è stata scelta una **mesh non strutturata ibrida tetraedrico-prismatica**. La scelta di una griglia non strutturata è risultata adatta alla geometria considerata, poiché permette di seguire in modo semplice la forma del gomito e la brusca variazione di direzione della corrente senza richiedere una suddivisione geometrica particolarmente complessa.

La generazione della mesh è stata effettuata nell'ambiente Salome attraverso il modulo SMESH. Per la discretizzazione delle superfici è stato utilizzato l'algoritmo **NETGEN 1D-2D**, mentre per la

generazione degli elementi volumetrici è stato impiegato **NETGEN 3D**. Quest'ultimo genera una discretizzazione tetraedrica del volume a partire dalla mesh presente sulle superfici di contorno.

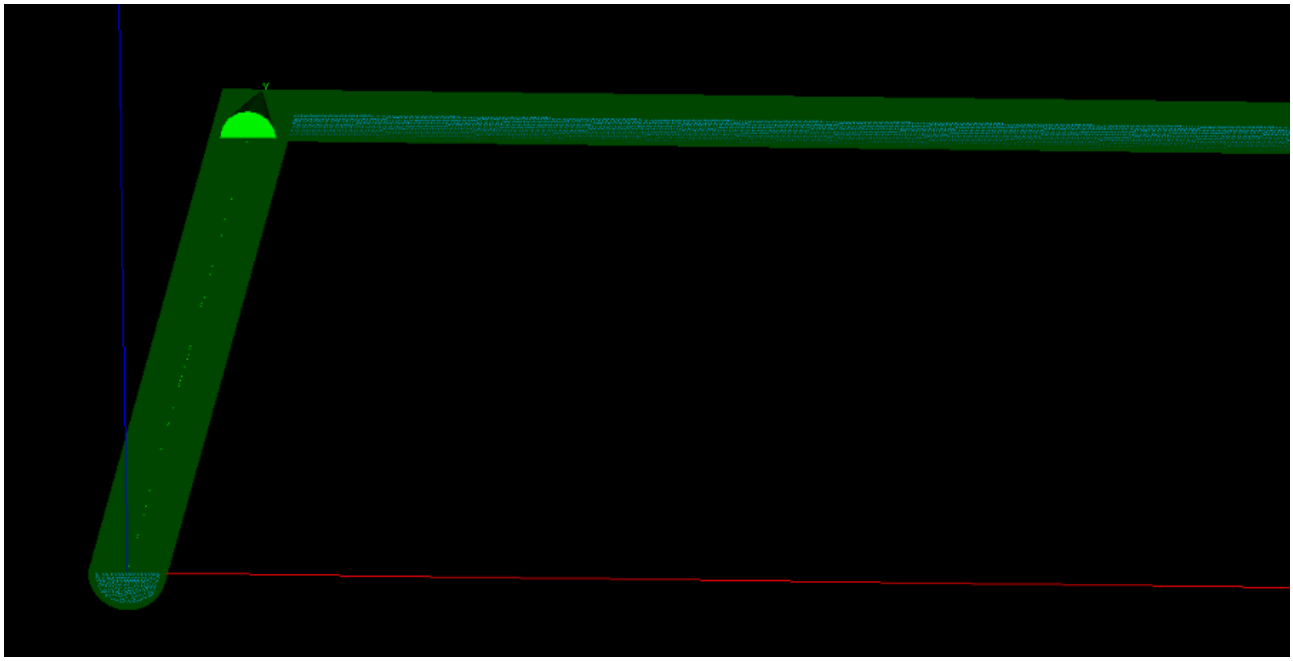


Figura 40– Vista generale della mesh generata nel dominio fluido. Fonte: elaborazione propria in SALOME.

La parte centrale del dominio è costituita prevalentemente da elementi tetraedrici. Questa tipologia di elemento è particolarmente adatta alla discretizzazione automatica di geometrie tridimensionali e permette una buona adattabilità nelle zone caratterizzate da variazioni della forma del dominio. In prossimità delle pareti, la topologia della mesh cambia progressivamente a causa dell'introduzione degli strati viscosi. In queste regioni sono infatti presenti elementi prismatici orientati secondo la direzione normale alla superficie. Il passaggio dagli elementi prismatici vicini alla parete agli elementi tetraedrici presenti nel nucleo permette di ottenere una mesh ibrida, mantenendo una maggiore regolarità degli elementi nelle zone caratterizzate dai gradienti di velocità più elevati

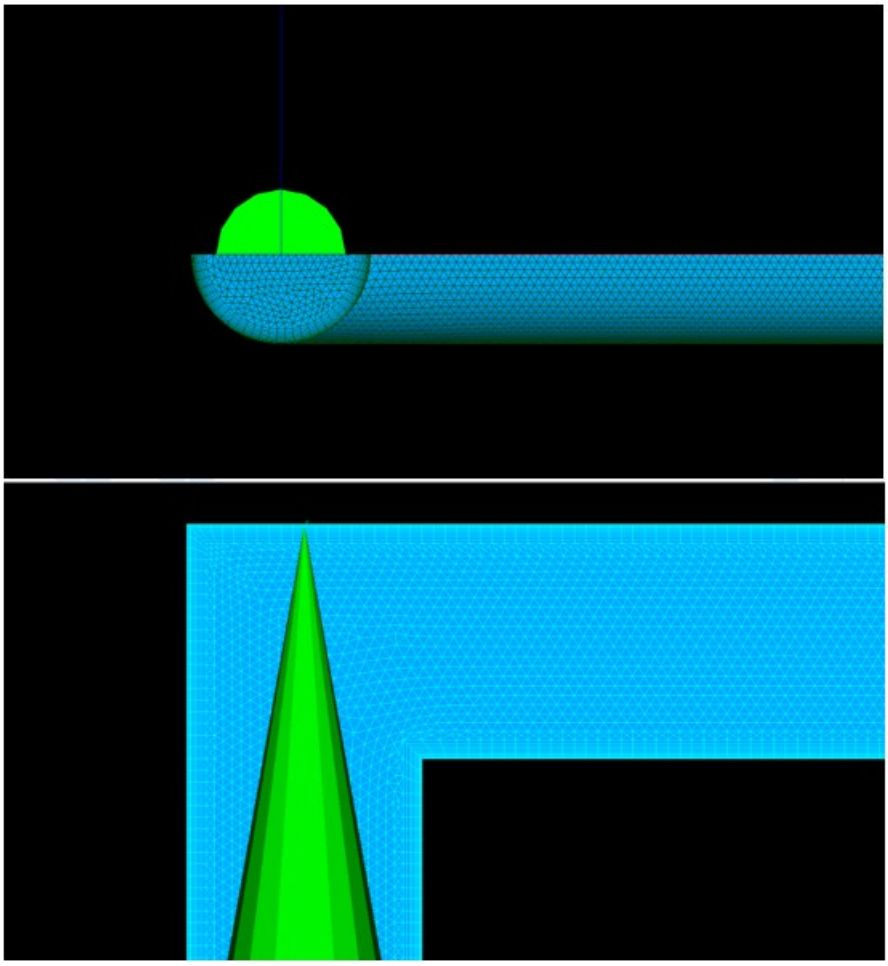


Figura 41 – Dettaglio della discretizzazione volumetrica e della zona di transizione verso gli strati prossimi alla parete. Fonte: elaborazione propria in SALOME.

La mesh definitiva, nel caso del **manifold 2**, utilizzata come riferimento è composta complessivamente da **349.949 nodi**. Il numero di **elementi volumetrici** è pari a **967.641**, suddivisi in **489.741 elementi tetraedrici** e **477.900 elementi prismatici**. Per quanto riguarda il **manifold 5**, complessivamente abbiamo **389.976 nodi**, **982.561 elementi volumetrici** di cui **407.101 tetraedrici** e **575.460 prismatici**.

Nonostante il numero complessivo di celle risulti dello stesso ordine di grandezza, la mesh del **Manifold 5** presenta una maggiore presenza di elementi prismatici, coerentemente con la maggiore incidenza relativa delle regioni prossime alla parete determinata dalla minore sezione del condotto.

L'elevata presenza di elementi prismatici è dovuta principalmente all'estensione degli strati viscosi lungo le superfici del dominio. Poiché il diametro interno del condotto è relativamente ridotto, la zona interessata dalla discretizzazione prossima alla parete occupa una parte significativa della sezione del

tubo. Tale scelta è stata effettuata per rappresentare con maggiore dettaglio il gradiente di velocità che si sviluppa tra la parete, sulla quale viene successivamente imposta la condizione di no-slip, e il nucleo della corrente.

La dimensione degli elementi è stata inoltre mantenuta sufficientemente contenuta nella zona del gomito. In prossimità dello spigolo il flusso viene deviato bruscamente, può verificarsi il distacco della vena dalla parete interna e si sviluppa la regione di ricircolo descritta nei paragrafi precedenti. Una discretizzazione troppo grossolana in questa zona potrebbe quindi non rappresentare correttamente tali fenomeni e influenzare il valore della caduta di pressione ottenuto numericamente.

Nei tratti rettilinei più lontani dal gomito, dove le variazioni delle grandezze fluidodinamiche risultano più graduali, è possibile utilizzare elementi meno restrittivi senza incrementare inutilmente il numero totale di celle. In questo modo si è cercato di mantenere un compromesso tra risoluzione spaziale e costo computazionale. La scelta della griglia definitiva non è stata comunque basata esclusivamente sul numero di elementi. La qualità della mesh è stata successivamente verificata mediante gli strumenti messi a disposizione da **OpenFOAM**.

3.3.2 TRATTAMENTO DELLE REGIONI PROSSIME ALLA PARETE

Una maggiore attenzione è stata dedicata alla discretizzazione delle regioni prossime alle pareti del condotto. In queste zone, a causa della condizione al contorno di no-slip imposta sulla superficie solida, la velocità del fluido passa da un valore nullo alla parete a un valore assunto nel nucleo del condotto. Si generano dei gradienti di velocità elevati, collegati agli sforzi di taglio viscosi e, di conseguenza, alle perdite di carico.

Se la mesh fosse costituita esclusivamente da elementi tetraedrici, avrebbe permesso di discretizzare l'intero dominio, ma non avrebbe garantito la stessa regolarità nella direzione normale alla parete. Per questo motivo sono stati introdotti degli strati di elementi prismatici attraverso l'inserimento del **Viscous Layers**. Tale comando permette di creare una serie di elementi prismatici in prossimità delle pareti.

Nei modelli per il manifold 2 e manifold 5 sono stati definiti **10 strati prismatici**, distribuiti lungo le superfici del condotto. Lo spessore complessivo assegnato alla regione dei Viscous Layers è pari a:

$$\boldsymbol{\delta_{vl2} = 0,55\,mm;\ \delta_{vl5} = 0,40mm} \quad \textbf{(85)}$$

mentre il **grow rate** tra due strati consecutivi per entrambi i casi è stato impostato pari a:

$$r = 1,18 \quad (86)$$

Il **grow rate** maggiore dell'unità determina un aumento progressivo dello spessore degli elementi allontanandosi dalla parete. In questo modo gli elementi più vicini alla superficie risultano più sottili e quelli successivi aumentano gradualmente di dimensione fino a raccordarsi con la mesh tetraedrica presente nella regione centrale del dominio.

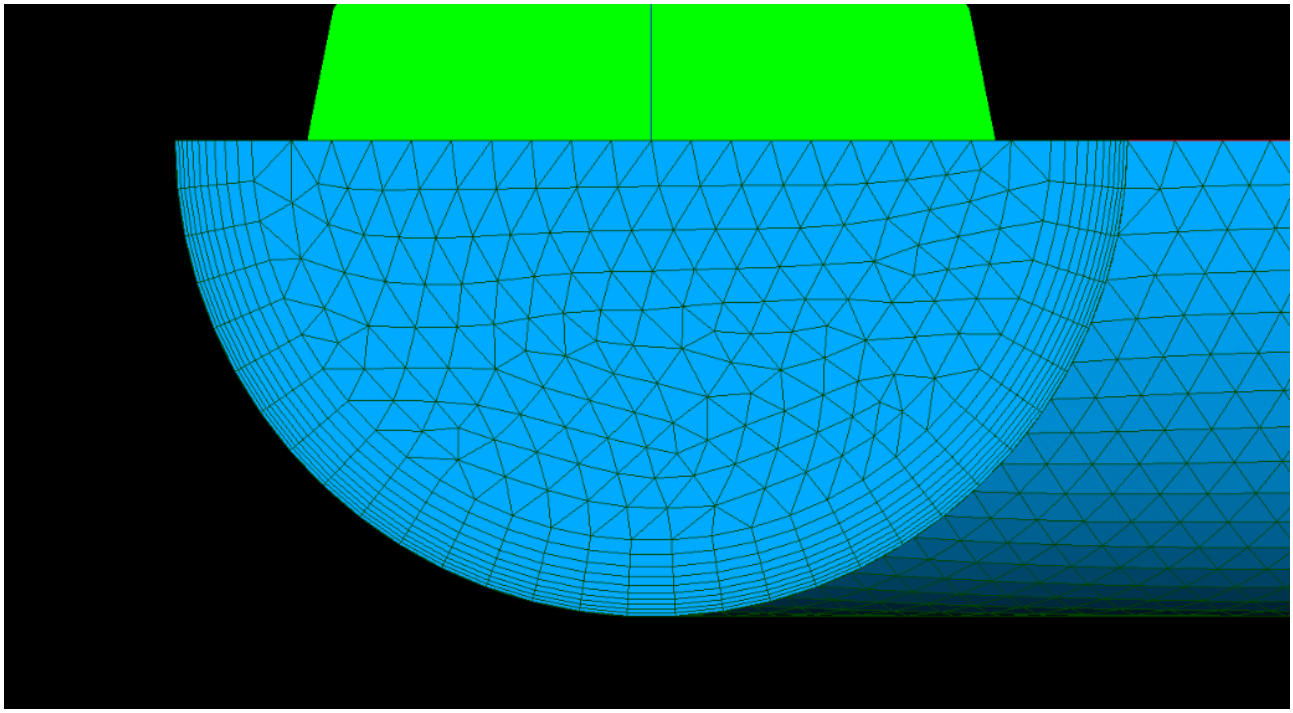


Figura 42 – Dettaglio degli strati prismatici utilizzati in prossimità della parete. Fonte: elaborazione propria in SALOME.

La scelta di utilizzare più strati consente di descrivere con maggiore continuità l'evoluzione del profilo di velocità. Considerando che le perdite di pressione dipendono non soltanto dalla brusca deviazione imposta dal gomito, ma anche dagli sforzi viscosi che si sviluppano lungo le superfici dei condotti questo aspetto risulta particolarmente importante.

L'utilizzo degli elementi prismatici assume particolare importanza nella zona del gomito. In prossimità dello spigolo interno, il flusso può separarsi dalla parete dando origine alla regione di ricircolo. Sulla parete esterna, al contrario, la deviazione della corrente produce una distribuzione fortemente non uniforme della velocità e della pressione. Una discretizzazione sufficientemente fine nella direzione normale alla superficie permette di descrivere con migliore accuratezza le variazioni del campo di flusso in queste zone.

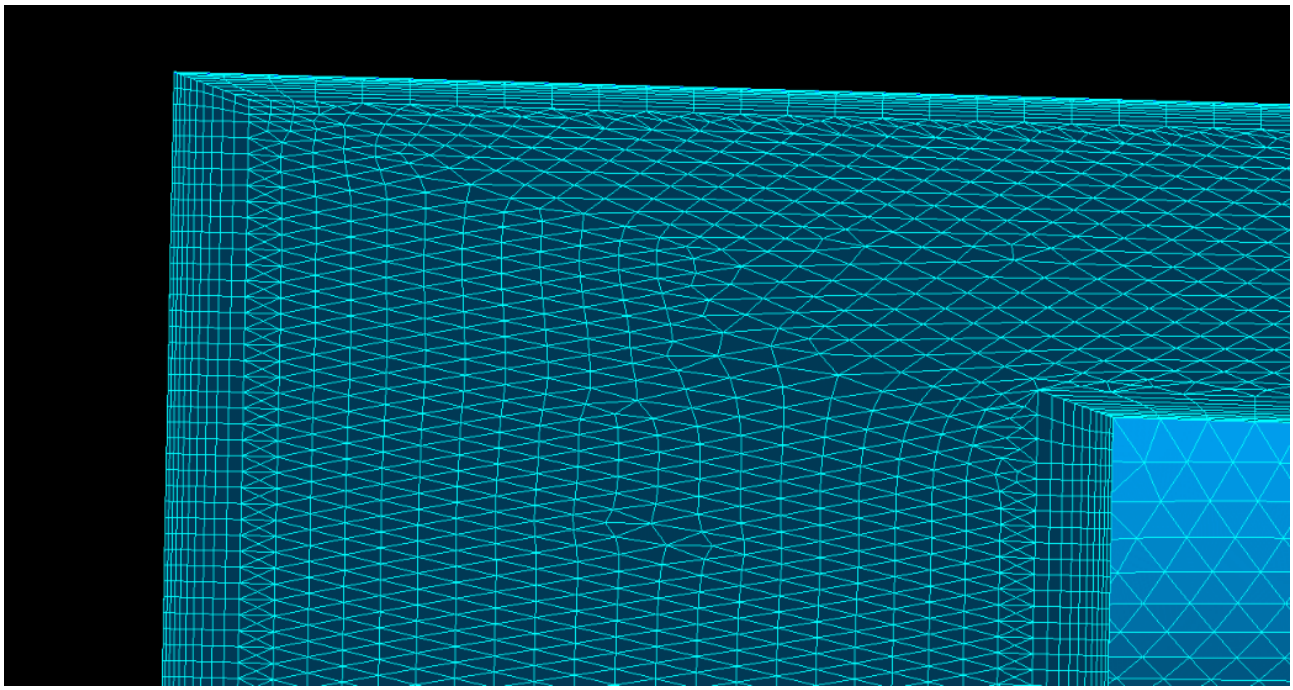


Figura 43 – Vista della mesh in prossimità del gomito e della regione di parete. Fonte: elaborazione propria in SALOME.

Gli strati viscosi sono stati applicati alle superfici appartenenti al gruppo *Wall*. In questo modo, l'infittimento è presente solo sulle superfici lungo le quali si sviluppano gli sforzi di taglio dovuti alla viscosità.

Lo spessore totale dello strato viscoso di 0,55 mm, confrontato con il raggio interno del condotto pari a 3 mm, determina una regione discretizzata con elementi prismatici sufficientemente ampia che rappresenta una parte significativa della zona prossima alla parete, senza interessare eccessivamente il nucleo centrale del flusso.

La presenza dei **Viscous Layers** non garantisce tuttavia, da sola, che la discretizzazione sia adeguata a ogni condizione operativa. La simulazione numerica comprende infatti numeri di **Reynolds** compresi indicativamente tra 100 e 8000 e, al variare della velocità e della viscosità del fluido, cambia anche il comportamento del flusso in prossimità della parete. Nei casi in cui il moto è turbolento viene utilizzato il modello ***k-ω SST***. In questi casi l'adeguatezza della discretizzazione viene verificata anche attraverso il parametro adimensionale $\boldsymbol{y^+}$, calcolato durante la fase di post-processing.

Il valore di $\boldsymbol{y^+}$ consente di mettere in relazione la distanza della prima cella dalla parete con le caratteristiche locali del flusso. Nel caso in esame tale parametro viene utilizzato come controllo successivo della risoluzione adottata nei diversi punti operativi. I risultati relativi al $\boldsymbol{y^+}$ verranno pertanto discussi nella fase dell'impostazione del modello di turbolenza e alle condizioni al contorno.

La configurazione scelta è quindi un compromesso tra la necessità di descrivere correttamente i gradienti prossimi alle pareti e quella di mantenere il minor numero complessivo di elementi entro valori compatibili con il costo computazionale e le capacità del calcolatore. La regolarità e la qualità degli elementi sono state successivamente verificate mediante gli indicatori geometrici della mesh.

3.3.3 INDICATORI DI QUALITÀ DELLA GRIGLIA

Una volta generata la mesh e la successiva importazione su **OpenFOAM**, è stata effettuata una verifica della qualità geometrica e topologica della griglia. Questo controllo è necessario in quanto gli elementi eccessivamente deformati o caratterizzati da una disposizione sfavorevole rispetto alle celle adiacenti riducono l'accuratezza degli schemi di discretizzazione e, nei casi più critici, compromettere la stabilità della soluzione numerica causando la non convergenza dei residui.

La verifica è stata eseguita mediante il comando *checkMesh* di **OpenFOAM**, che permette di controllare la validità della mesh e di calcolare alcuni parametri utili a valutarne la qualità. **OpenFOAM** necessita infatti che la griglia rientri entro determinati vincoli geometrici e topologici prima di poter essere utilizzata correttamente durante la simulazione.

Tra i parametri analizzati sono stati considerati principalmente **Aspect Ratio**, **Non-Orthogonality** e **Skewness**.

L'**Aspect Ratio** fornisce un'indicazione del grado di allungamento delle celle. Elementi con dimensioni molto differenti possono introdurre una maggiore sensibilità numerica. Nel caso della mesh utilizzata rispettivamente per il **manifold 2** e **manifold 5** è stato ottenuto un valore massimo pari a:

$$\boldsymbol{AR_{max2} = 8,605; AR_{max5} = 10,302} \quad \textbf{(87)}$$

La presenza di elementi allungati è legata alla struttura stessa della mesh adottata, in particolare con gli elementi prismatici, dove è volutamente richiesta una maggiore risoluzione nella direzione normale alla superficie.

Un secondo parametro considerato è la **non ortogonalità**, che indica lo scostamento dall'allineamento ideale tra la normale alla faccia di una cella e la direzione che collega i centri delle celle adiacenti. Una forte non ortogonalità rendere meno accurata la definizione dei gradienti attraverso le facce e richiedere un trattamento numerico più preciso.

Per le mesh analizzate sono stati ottenuti:

$$\theta_{non-orth,max2} = 60,634°;\ \theta_{non-orth,max5} = 61,508° \quad (88)$$

e una non ortogonalità media pari a:

$$\theta_{non-orth,mean2} = 10,602°;\ \theta_{non-orth,mean5} = 10,592° \quad (89)$$

Il valore massimo è localizzato nelle zone geometricamente più complesse della mesh, mentre il valore medio mostra che la maggior parte degli elementi presenta una configurazione più regolare.

Un ulteriore parametro utilizzato è la **Skewness**, che esprime il grado di distorsione delle facce rispetto alla configurazione geometrica ideale. Un'elevata skewness influenza negativamente l'interpolazione delle variabili tra celle adiacenti, quindi, rappresenta uno degli indicatori principali utilizzati nella verifica della qualità della griglia.Nei casi in esame, il valore massimo ottenuto è:

$$S_{max2} = 1,835; S_{max5} = 2,034 \quad (90)$$

I principali risultati restituiti dal *checkMesh* possono essere riassunti come segue:

PARAMETRO	MANIFOLD 2	MANIFOLD 5
Aspect Ratio max	8,605	10,302
Non-Orthogonality max	60,634°	61,508°
Non-Orthogonality mean	10,602°	10,592°
Skewness max	1,835	2,034
Volumi negativi	Assenti	Assenti
Esito complessivo	Mesh OK	Mesh OK

Tabella 7 – Principali indicatori di qualità della mesh per i Manifold 2 e 5. Fonte: elaborazione propria da checkMesh.

```
Checking geometry...
    Overall domain bounding box (-0.003 -3.72988e-34 -0.003) (0.1 0.103 1.69966e-18)
    Mesh has 3 geometric (non-empty/wedge) directions (1 1 1)
    Mesh has 3 solution (non-empty) directions (1 1 1)
    Boundary openness (-3.27515e-16 -5.23541e-18 -5.34233e-14) OK.
    Max cell openness = 5.04302e-16 OK.
    Max aspect ratio = 10.0348 OK.
    Minimum face area = 1.12323e-09. Maximum face area = 1.12206e-07.  Face area magnitudes OK.
    Min volume = 2.49013e-14. Max volume = 1.08736e-11.  Total volume = 2.8254e-06.  Cell volumes OK.
    Mesh non-orthogonality Max: 70.2159 average: 11.2196
   *Number of severely non-orthogonal (> 70 degrees) faces: 1.
    Non-orthogonality check OK.
  <<Writing 1 non-orthogonal faces to set nonOrthoFaces
    Face pyramids OK.
    Max skewness = 1.89107 OK.
    Coupled point location match (average 0) OK.

Mesh OK.

End
```

Figura 44 – Output del controllo checkMesh per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria in OpenFOAM.

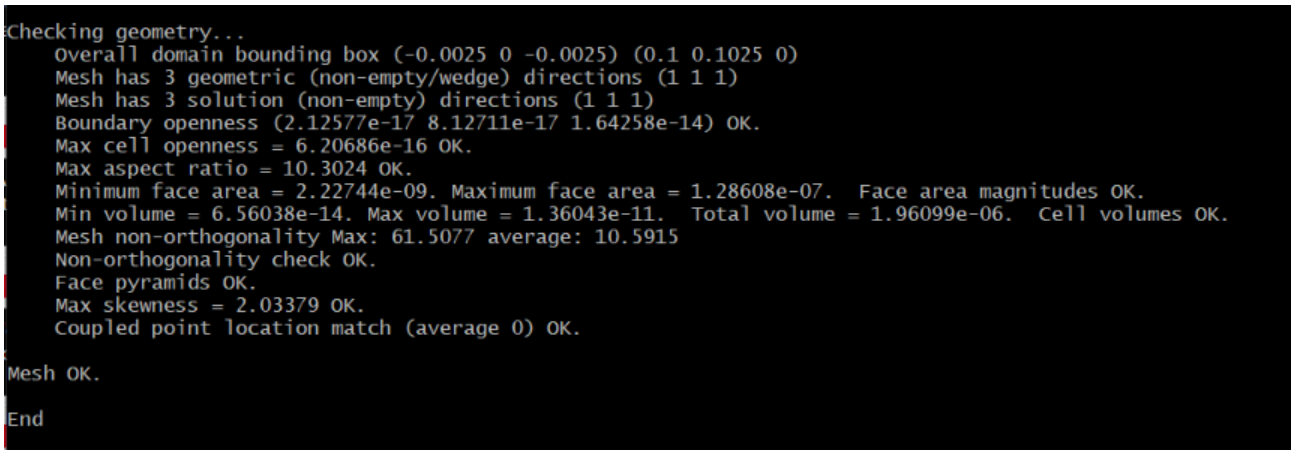


Figura 45 – Output del controllo checkMesh per il Manifold 5. Fonte: elaborazione propria in OpenFOAM.

Oltre agli indicatori precedentemente descritti, il controllo non ha evidenziato celle con volume negativo né errori geometrici da rendere la mesh non valida. Le verifiche relative alla consistenza topologica e geometrica del dominio hanno restituito esito positivo.

Al termine dell'analisi, **OpenFOAM** restituisce infatti il messaggio ***Mesh OK***, indicando che la griglia supera i controlli e può essere utilizzata per la successiva fase di soluzione.

È comunque importante osservare che il superamento dei controlli geometrici non costituisce, da solo, una garanzia dell'indipendenza della soluzione dalla discretizzazione. Una mesh geometricamente valida può fornire risultati ancora sensibili alla dimensione degli elementi. Per questo motivo la verifica effettuata con *checkMesh* è stata affiancata da uno studio di indipendenza dalla griglia, durante la quale si analizzerà la variazione della caduta di pressione al modificare del livello di discretizzazione.

Tale analisi, descritta nel paragrafo 3.5, consentirà di verificare che l'ulteriore infittimento della mesh non produca variazioni significative della grandezza di interesse e di individuare il miglior compromesso tra accuratezza della soluzione e costo computazionale.

3.4 MODELLO FISICO, CONDIZIONI AL CONTORNO E SOLVER

3.4.1 EQUAZIONI DI GOVERNO E PROPRIETÀ DEL FLUIDO

Una volta definito il dominio e verificata la qualità della mesh, è stata impostata la simulazione all'interno di OpenFOAM. In questa fase sono state definite le equazioni da risolvere, le proprietà fisiche del fluido, le condizioni al contorno e gli schemi numerici necessari per ottenere la soluzione.

Il medesimo modello fisico è stato adottato per entrambe le configurazioni geometriche, modificando per ciascun caso le proprietà del fluido e le condizioni operative secondo i dati associati alla rispettiva prova sperimentale.

Come anticipato nel paragrafo 3.1.2, le diverse simulazioni **CFD** eseguite comprendono condizioni operative molto differenti tra loro, con numeri di Reynolds compresi indicativamente tra 100 e 8000. L'impostazione del modello è stata quindi sviluppata in modo da poter trattare sia i casi a basso Reynolds, risolti mediante una formulazione ***laminare***, sia i casi nei quali viene utilizzato il modello ***RANS k-ω SST***. Le diverse simulazioni sono state eseguite in condizioni stazionarie con il solver *simpleFoam*. Per ogni punto operativo vengono assegnati la **velocità di ingresso** e i valori delle **proprietà** dell'olio corrispondenti alla condizione sperimentale considerata.

Le equazioni fondamentali che descrivono il moto del fluido sono già state richiamate nei capitoli precedenti nell'ambito dell'analisi delle perdite di carico e dei fenomeni di separazione della corrente. In questa sezione vengono pertanto riportate solamente nella forma necessaria a descrivere il modello **CFD** utilizzato.

Come già anticipato nel paragrafo 3.1.2, il fluido è stato considerato **newtoniano e incomprimibile** e le simulazioni sono state eseguite in condizioni **stazionarie**. Con queste ipotesi, l'equazione di conservazione della massa assume la forma:

$$\boldsymbol{\nabla * U = 0} \quad \textbf{(91)}$$

dove **U** rappresenta il vettore velocità.

La conservazione della quantità di moto è invece descritta dalle equazioni di Navier–Stokes. Nella formulazione incomprimibile e stazionaria adottata nel modello numerico, queste possono essere espresse in forma compatta come:

$$\boldsymbol{(U * \nabla)U = -\nabla p + \nabla * \left[\nu_{eff}(\nabla U + \nabla U^{T})\right]} \quad \textbf{(92)}$$

dove **p** rappresenta la pressione cinematica e $\boldsymbol{\nu_{eff}}$ la viscosità cinematica efficace.

Il valore di $\boldsymbol{\nu_{eff}}$ dipende dal modello fluidodinamico utilizzato. Nel caso laminare coincide con la viscosità cinematica del fluido:

$$\boldsymbol{\nu_{eff} = \nu} \quad \textbf{(93)}$$

mentre nel caso in cui viene utilizzato il modello ***RANS k-ω SST*** viene considerato anche il contributo della viscosità turbolenta:

$$\boldsymbol{\nu_{eff} = \nu + \nu_t} \quad \mathbf{(94)}$$

Il contributo turbolento viene determinato mediante le **equazioni di trasporto dell'energia cinetica turbolenta k** e della **frequenza specifica di dissipazione ω**.

Per le proprietà del fluido, nel file *transportProperties* di **OpenFOAM** è stato impostato un comportamento **Newtoniano**. La proprietà di trasporto utilizzata dal solver è la viscosità cinematica, definita come:

$$\boldsymbol{\nu = \frac{\mu}{\rho}} \quad \mathbf{(95)}$$

dove **μ** è la **viscosità dinamica** e **ρ** la **densità dell'olio**.

La viscosità viene aggiornata per ogni simulazione sulla base delle condizioni corrispondenti alle prove sperimentali. Anche la densità viene assegnata separatamente per ciascun caso. Entrambe le grandezze sono invece considerate uniformi durante la singola simulazione.

Il campo **p** non rappresenta direttamente la pressione fisica espressa in Pascal, ma la pressione cinematica, definita come:

$$\boldsymbol{p = \frac{P}{\rho}} \quad \mathbf{(96)}$$

con dimensioni $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$. Per confrontare i risultati numerici con le misure sperimentali, il valore di output viene riconvertito in pressione fisica attraverso:

$$\boldsymbol{P = \rho p} \quad \mathbf{(97)}$$

e, quindi, la caduta di pressione tra le due sezioni viene determinata come:

$$\boldsymbol{\Delta P = \rho(p_1 - p_2)} \quad \mathbf{(98)}$$

Tale conversione viene effettuata automaticamente durante il post-processing utilizzando la densità relativa al punto operativo simulato.

Non è stata infine risolta **l'equazione dell'energia**. Gli effetti della temperatura vengono quindi considerati indirettamente attraverso i valori di viscosità e densità assegnati a ciascuna condizione sperimentale, mentre tali proprietà vengono mantenute costanti durante la singola simulazione.

3.4.2 CONDIZIONI AL CONTORNO (*BOUNDARY CONDITION*)

Le condizioni al contorno sono state definite sulle quattro regioni che delimitano il dominio numerico: ***Inlet***, ***Outlet***, ***Wall*** *e* ***Symmetry***. I valori associati alle condizioni operative, come la velocità di ingresso e le grandezze turbolente, vengono aggiornati automaticamente per ciascuna simulazione.

In corrispondenza della sezione ***Inlet*** è stata assegnata una condizione di tipo *fixedValue* per il campo di velocità. Il valore imposto corrisponde alla velocità media del signolo punto sperimentale ed è orientato lungo l'asse del condotto di ingresso:

$$\boldsymbol{U_{in} = (0, V, 0)} \quad \textbf{(99)}$$

Il valore di **V** non è quindi fisso, viene modificato automaticamente dallo script prima dell'avvio di ogni simulazione.

Per la pressione, sulla stessa sezione è stata applicata una condizione *zeroGradient*:

$$\boldsymbol{\frac{\partial p}{\partial n} = 0} \quad \textbf{(100)}$$

in modo che il valore della pressione in ingresso venga determinato dalla soluzione del campo fluidodinamico, senza imporne il valore.

Sulla sezione ***Outlet*** viene assegnato il valore della pressione mediante una condizione *fixedValue*. Come indicato nel paragrafo precedente, essendo utilizzata la formulazione incomprimibile di **OpenFOAM**, il valore imposto è espresso come pressione cinematica. Lo script determina tale valore a partire dalla pressione atmosferica e dalla densità del fluido relativa alla singola simulazione:

$$\boldsymbol{p_{out} = \frac{101325}{\rho}} \quad \textbf{(101)}$$

In questo modo la pressione fisica di riferimento all'uscita corrisponde a circa 1,01325 bar assoluti. Per la velocità in uscita è stata utilizzata la condizione *inletOutlet*. Durante il normale deflusso, questa condizione permette al campo di velocità di adattarsi alla soluzione calcolata all'interno del dominio. Nel caso si verifica localmente un flusso entrante attraverso la sezione di uscita, viene assegnato un

valore di velocità entrante nullo. Questa scelta permette di gestire in maniera più robusta eventuali fenomeni locali di riflusso. Sulle superfici solide appartenenti al gruppo **Wall** è stata imposta la condizione di non scorrimento:

$$\boldsymbol{U_{wall} = 0} \quad \textbf{(102)}$$

La condizione *noSlip* rappresenta l'adesione del fluido alla parete. Per la pressione viene invece applicata una condizione *zeroGradient*. Il dominio simulato rappresenta metà della geometria completa, quindi, sulla superficie di simmetria è stata utilizzata una condizione *symmetryPlane*. Tale condizione impone la simmetria dei campi fluidodinamici rispetto al piano considerato e consente di ridurre il numero complessivo di celle e, conseguentemente, il costo computazionale della simulazione.

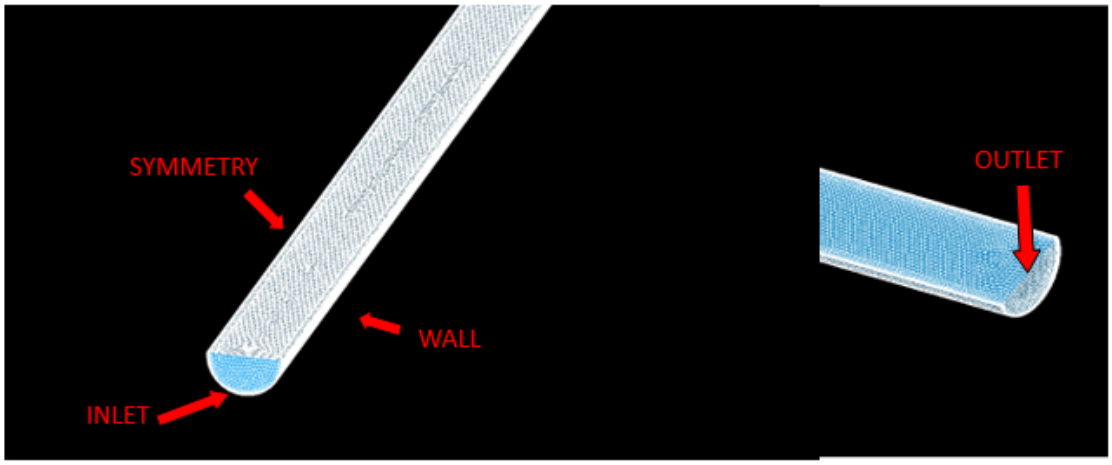


Figura 46 – Identificazione delle superfici di contorno del dominio numerico: Inlet, Outlet, Wall e Symmetry. Fonte: elaborazione propria.

Nei casi in cui viene attivato il modello ***RANS k-ω SST*** devono essere definite anche le condizioni relative alle grandezze turbolente. All'ingresso, **k** e **ω** vengono assegnati mediante condizioni *fixedValue*. I relativi valori sono calcolati automaticamente per ciascun punto operativo a partire dalla velocità di ingresso e dalle grandezze caratteristiche definite nel paragrafo 3.1.2.

Sulle pareti vengono utilizzate le condizioni previste per il trattamento delle grandezze turbolente: *kqRWallFunction* per **k**, *omegaWallFunction* per **ω** e *nutkWallFunction* per la viscosità cinematica turbolenta $\boldsymbol{\nu_t}$. Sul piano di simmetria viene mantenuta, anche per queste grandezze, la condizione *symmetryPlane*.

Nei casi trattati come ***laminari*** il modello di turbolenza viene disattivato e i campi **k**, **ω** e $\boldsymbol{\nu_t}$ non intervengono nella soluzione.

Le condizioni al contorno adottate permettono così di mantenere la stessa configurazione geometrica e numerica per l'intera campagna **CFD**, modificando automaticamente soltanto le grandezze necessarie a riprodurre i differenti punti sperimentali.

3.4.3 SCHEMI NUMERICI E CRITERI DI CONVERGENZA

La soluzione delle equazioni di governo è stata ottenuta attraverso il metodo dei volumi finiti in **OpenFOAM**. Le impostazioni relative alla discretizzazione spaziale sono definite nel file *fvSchemes*, mentre i solutori dei sistemi lineari, l'algoritmo di accoppiamento pressione-velocità e i criteri di convergenza sono specificati nel file *fvSolution*.

Dato che le simulazioni sono state eseguite in condizioni stazionarie, nel file *fvSchemes* è stato impostato lo schema *steadyState*. Per la valutazione dei gradienti è stato utilizzato uno schema basato sull'operatore di **Gauss** con interpolazione lineare e limitazione del gradiente. In particolare, lo schema generale è definito come *cellLimited Gauss linear 0.5*, mentre per il gradiente della velocità viene utilizzato *cellLimited Gauss linear 1*. L'impiego del limitatore è finalizzato a contenere eventuali variazioni numeriche eccessive nelle regioni in cui il campo presenta gradienti elevati, come in prossimità del gomito.

I termini convettivi delle equazioni della quantità di moto e, nei casi RANS, delle equazioni associate a **k** e **ω**, sono stati discretizzati mediante lo schema *Gauss upwind.* Con l'utilizzo di questo schema si ricerca la robustezza e la stabilità della soluzione, aspetto particolarmente utile in presenza della forte deviazione della corrente e delle zone di separazione che si sviluppano nel gomito.

Per i termini diffusivi viene utilizzato uno schema *Gauss linear limited 0.5*, mentre l'interpolazione delle grandezze tra i centri delle celle e le facce viene eseguita mediante interpolazione lineare. Anche il calcolo dei gradienti normali alle superfici è sottoposto a una limitazione pari a 0,5, in modo da tenere conto della non perfetta ortogonalità della mesh.

L'accoppiamento tra i campi di pressione e velocità è stato gestito mediante l'algoritmo **SIMPLE**, utilizzato per la soluzione iterativa di problemi fluidodinamici stazionari. All'interno di ciascuna iterazione vengono risolte in successione le equazioni della quantità di moto e della pressione, correggendo progressivamente i campi fino al raggiungimento della convergenza.

Considerando la non-ortogonalità presente nella mesh, sono stati impostati **tre correttori non ortogonali**:

$$\boldsymbol{N_{non-orth} = 3} \quad \textbf{(103)}$$

che consentono di effettuare ulteriori correzioni dell'equazione della pressione all'interno dell'algoritmo **SIMPLE**.

Per la soluzione del campo di pressione è stato utilizzato il solver multigriglia **GAMG**, con tolleranza assoluta pari a 10^{-7} e tolleranza relativa pari a (0,01).

Per il campo di velocità (**U**) e per le grandezze turbolente **k** e **ω** è stato invece utilizzato *smoothSolver*. Anche per queste variabili è stata impostata una tolleranza assoluta di 10^{-7} e una tolleranza relativa pari a (0,01).

Per migliorare la stabilità sono stati inoltre introdotti opportuni fattori di sotto-rilassamento. Per la pressione è stato utilizzato:

$$\boldsymbol{\alpha_p = 0,3} \quad \textbf{(104)}$$

mentre per la velocità e per le grandezze del modello di turbolenza:

$$\boldsymbol{\alpha_U = \alpha_k = \alpha_\omega = 0,7} \quad \textbf{(105)}$$

La convergenza globale della simulazione viene valutata attraverso il monitoraggio dei residui delle principali grandezze risolte. Nel blocco *residualControl* sono state definite le seguenti soglie:

$$\boldsymbol{R_p < 10^{-5}} \quad \textbf{(106)}$$

per la pressione e:

$$\boldsymbol{R_U < 10^{-6}} \quad \textbf{(107)}$$

per la velocità. Nei casi in cui viene utilizzato il modello ***k-ω SST*** vengono inoltre controllati:

$$\boldsymbol{R_k < 10^{-6}} \quad \textbf{(108)}$$

$$\boldsymbol{R_\omega < 10^{-6}} \quad \textbf{(109)}$$

Quando tali condizioni vengono soddisfatte, la soluzione viene considerata numericamente convergente e il solver può arrestare il procedimento iterativo prima del raggiungimento del numero massimo di iterazioni impostato.

Durante ogni simulazione i residui vengono registrati mediante la funzione *solverInfo*, permettendo di controllarne l'andamento nel corso delle iterazioni. Oltre alla riduzione dei residui, viene monitorata anche la stabilizzazione delle grandezze di interesse, in particolare delle pressioni medie nelle due sezioni poste a monte e a valle del gomito e della velocità media nella sezione di uscita. In questo modo la valutazione della convergenza non si basa esclusivamente sui residui numerici, ma anche sulla stabilizzazione delle grandezze utilizzate per il successivo confronto con i dati sperimentali.

L'insieme delle impostazioni adottate è stato mantenuto costante durante tutte le simulazioni, in modo da garantire una procedura di soluzione uniforme e permettere il confronto tra simulazioni effettuate a differenti numeri di Reynolds.
Le medesime impostazioni di discretizzazione, accoppiamento pressione-velocità, rilassamento e convergenza sono state mantenute per entrambi i modelli, in modo da rendere direttamente confrontabili i risultati numerici.

3.5 STUDIO DI SENSIBILITÀ DELLA GRIGLIA

3.5.1 DEFINIZIONE DEI LIVELLI DI INFITTIMENTO

La qualità della mesh, verificata con il *checkMesh* nel paragrafo 3.3.3, rappresenta una condizione necessaria per verificare la correttezza delle simulazioni, ma non consente da sola di stabilire se la soluzione sia sufficientemente indipendente dalla griglia. Per questo motivo, è stato effettuato uno studio di sensibilità alla griglia, con l'obiettivo di valutare l'influenza del livello di raffinamento sulla caduta di pressione. Tale procedura rientra nelle attività di verifica numerica adottate nelle simulazioni **CFD** per valutare l'effetto dell'errore di discretizzazione sulla grandezza di interesse [32].

Lo studio di indipendenza dalla griglia è stato inizialmente condotto sulla configurazione relativa al Manifold 2, utilizzata come caso di riferimento per valutare la sensibilità della caduta di pressione al livello di discretizzazione.

La grandezza scelta come riferimento per il confronto è la caduta di pressione tra le due sezioni di monitoraggio già definite nel modello **CFD**. Si sono considerati tre differenti livelli di

discretizzazione dello stesso dominio fluido. Per rendere il confronto significativo, tra una simulazione e l'altra sono state mantenute invariate la geometria, le condizioni al contorno, le proprietà fisiche del fluido, il modello fluidodinamico, gli schemi numerici e le posizioni delle sezioni di misura. L'unica variazione riguarda il livello di raffinamento della griglia.

A partire dalla mesh utilizzata inizialmente per lo sviluppo del modello **CFD** sono state generate due ulteriori configurazioni, una più diradata e una maggiormente raffinata. Le tre discretizzazioni sono state indicate rispettivamente come **mesh grossolana**, **mesh intermedia** e **mesh fitta**.

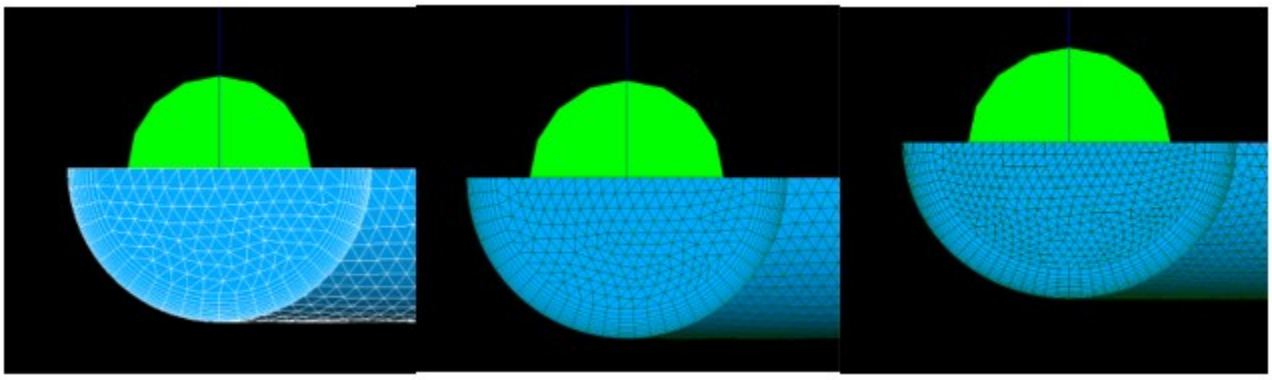


Figura 47 – Confronto visivo tra i tre livelli di infittimento della griglia: mesh grossolana, intermedia e fitta. Fonte: elaborazione propria in SALOME.

La **mesh intermedia** corrisponde alla configurazione descritta nei paragrafi precedenti e rappresenta la griglia di riferimento. Per ottenere le altre due griglie sono stati modificati i parametri dimensionali utilizzati dagli algoritmi NETGEN di SALOME, mantenendo inalterati il dominio geometrico e la struttura generale della mesh. In particolare, sono stati variati i parametri *Max Size* e *Min Size*, che definiscono la dimensione massima e minima degli elementi.

La scelta dei valori è stata effettuata in modo da ottenere un raffinamento progressivo e regolare. Il viscous layer è stato invece mantenuto invariato. In tutte e tre le configurazioni sono stati quindi utilizzati **10 strati prismatici**, con spessore complessivo pari a **0,55 mm** e fattore di crescita pari a **1,18**. Questa scelta consente di isolare, per quanto possibile, l'effetto del raffinamento della griglia.

Anche i gruppi geometrici associati alle condizioni al contorno, ovvero *Inlet, Outlet, Wall e Symmetry,* sono stati mantenuti identici. Dopo la generazione, ciascuna mesh è stata sottoposta ai controlli di qualità mediante *checkMesh* prima di procedere con la simulazione. La Tabella 8 riassume i principali parametri utilizzati per la costruzione delle tre griglie.

CONFIGURAZIONE	MAX SIZE [MM]	MIN SIZE [MM]	VISCOUS LAYERS	NUMERO ELEMENTI
Mesh grossolana	0,400	0,060	10	473.975
Mesh intermedia	0,300	0,045	10	967.641
Mesh fitta	0,225	0,034	10	1.665.270

Tabella 8 – Parametri dei tre livelli di infittimento utilizzati nello studio di sensibilità alla griglia.

Fonte: elaborazione propria.

3.5.2 ANALISI DI SENSIBILITÀ SUI RISULTATI

Una volta definite le tre configurazioni di griglia, è stata eseguita la medesima simulazione su ciascuna mesh, mantenendo invariate le condizioni operative e tutte le impostazioni numeriche. Il confronto è stato effettuato per il punto caratterizzato da:

- $\boldsymbol{V = 38,521\,\frac{m}{s}}$
- $\boldsymbol{\nu = 6,376 * 10^{-5}\,\frac{m^2}{s}}$
- $\boldsymbol{Re = 3619}$

La grandezza utilizzata per valutare la sensibilità della soluzione alla discretizzazione spaziale è la caduta di pressione tra le due sezioni di monitoraggio. Per ciascun livello di raffinamento sono stati ottenuti i valori riportati in Tabella 9.

CONFIGURAZIONE	(Δp) [bar]
Mesh grossolana	12,5660
Mesh intermedia	12,4586
Mesh fitta	12,3402

Tabella 9 – Caduta di pressione ottenuta con le tre mesh nello studio di sensibilità alla griglia.

Fonte: elaborazione propria.

Per quantificare la variazione tra due livelli consecutivi è stato utilizzato lo scostamento percentuale:

$$\boldsymbol{\varepsilon_{i,i+1} = \frac{|\Delta p_i - \Delta p_{i+1}|}{\Delta p_{i+1}} * 100} \quad \boldsymbol{(110)}$$

Applicando tale relazione dalla mesh grossolana alla mesh intermedia si ottiene: **0,86%;** mentre tra la mesh intermedia e la mesh fitta risulta: **0,96%; c**onsiderando invece, le due configurazioni estreme, lo scostamento complessivo risulta pari a circa: **1,83%**
I risultati mostrano una variazione minima della caduta di pressione al progressivo raffinamento della

griglia. In particolare, lo scostamento tra due livelli consecutivi è inferiore all'**1%,** indice che la caduta di pressione presenta una bassa sensibilità alla discretizzazione spaziale adottata.

Nel complesso, i risultati ottenuti indicano che l'ulteriore raffinamento della griglia produce variazioni contenute della caduta di pressione.

Lo stesso procedimento è stato attuato per il **Manifold 5**.

3.5.3 SELEZIONE DELLA MESH OTTIMALE

Sulla base dei risultati ottenuti, la **mesh intermedia** è stata scelta come configurazione definitiva. La scelta è stata effettuata considerando sia la stabilità della grandezza di interesse al variare della discretizzazione, sia il costo computazionale associato a un ulteriore raffinamento della griglia.

Come mostrato nel paragrafo precedente, passando dalla mesh grossolana alla mesh intermedia la caduta di pressione varia dello **0,86%**, mentre il passaggio dalla mesh intermedia alla mesh fitta determina uno scostamento pari allo **0,96%**. In particolare, i valori ottenuti con le due griglie più raffinate risultano:

$$\boldsymbol{\Delta p_{media} = 12,4586\ bar;\ \Delta p_{fitta} = 12,3402\ bar} \quad \boldsymbol{(111)}$$

con una differenza assoluta pari a:

$$\boldsymbol{\left|\Delta p_{media} - \Delta p_{fitta}\right| = 0,1184\ bar} \quad \boldsymbol{(112)}$$

La variazione dell'1% osservata tra la mesh intermedia e quella fitta indica che l'ulteriore incremento produrrebbe un effetto limitato sulla caduta di pressione. La soluzione può quindi essere considerata **sufficientemente poco sensibile** a ulteriori raffinamenti della griglia, almeno rispetto alla grandezza utilizzata come riferimento nello studio [32].

L'impiego della mesh fitta comporterebbe un aumento del numero di elementi e, di conseguenza, del costo computazionale per ciascuna simulazione. Per tali ragioni, la **mesh intermedia** è stata ritenuta il miglior compromesso tra risoluzione spaziale e costo computazionale ed è stata adottata per le successive simulazioni.

3.6 VERIFICA, VALIDAZIONE E ANALISI DEI RISULTATI CFD

3.6.1 VERIFICA DELLA CONVERGENZA E DELL'AFFIDABILITÀ NUMERICA

Una volta definito il modello numerico e verificata la sensibilità della soluzione alla discretizzazione spaziale, è necessario valutarne l'affidabilità prima di procedere al confronto con i risultati sperimentali. In accordo con le procedure comunemente adottate nell'ambito della verifica e validazione delle simulazioni **CFD**, è opportuno distinguere la verifica numerica, finalizzata al controllo della convergenza della soluzione e dell'influenza della discretizzazione, dalla successiva validazione, basata sul confronto con dati sperimentali [32].

Nel seguito vengono pertanto analizzati dapprima la convergenza iterativa e la stabilizzazione delle principali grandezze monitorate. Successivamente, i risultati numerici vengono confrontati con quelli ottenuti sperimentalmente e, infine, i campi tridimensionali di velocità e pressione vengono utilizzati per analizzare i principali fenomeni fluidodinamici che si sviluppano in prossimità del gomito.
La verifica della convergenza delle simulazioni è stata effettuata considerando congiuntamente l'andamento dei residui delle equazioni risolte e la stabilizzazione delle principali grandezze di interesse. Come descritto nel paragrafo 3.4.3, durante ogni simulazione i residui vengono registrati mediante la funzione *solverInfo*, mentre vengono contemporaneamente monitorate le pressioni medie nelle sezioni poste a monte e a valle del gomito.
Nel blocco *residualControl* sono state imposte le seguenti soglie:

- $\boldsymbol{R_p < 10^{-5}}$ per la pressione
- $\boldsymbol{R_U < 10^{-6}}$ per le componenti della velocità.

Nei casi nei quali viene utilizzato il modello **RANS k−ω SST** vengono inoltre controllati i residui relativi a **k** e **ω** imponendo:

- $\boldsymbol{R_k < 10^{-6}}$
- $\boldsymbol{R_\omega < 10^{-6}}$

Il soddisfacimento dei criteri sui residui non è stato tuttavia assunto come unico indicatore di convergenza. È stata infatti verificata anche la stabilizzazione della differenza di pressione tra le due sezioni di monitoraggio, grandezza utilizzata successivamente per il confronto con i risultati sperimentali.
A titolo rappresentativo sono stati analizzati due casi appartenenti al **Manifold 5 – percorso P1, direzione P→T**, scelti in corrispondenza di condizioni fluidodinamiche differenti. Il primo caso, caratterizzato da $Re \simeq 198$, è stato risolto mediante formulazione laminare e ha raggiunto la

convergenza dopo circa **798 iterazioni**. Il secondo, caratterizzato da Re≃5994, è stato invece risolto mediante il modello **k−ω SST** e ha raggiunto la convergenza dopo circa **997 iterazioni**.
In entrambi i casi i residui finali risultano inferiori alle soglie imposte. Parallelamente, i valori medi di pressione nelle due sezioni di monitoraggio raggiungono un andamento stabile nelle iterazioni finali, indicando che anche la grandezza utilizzata per la determinazione della caduta di pressione ha raggiunto una condizione numericamente stazionaria.

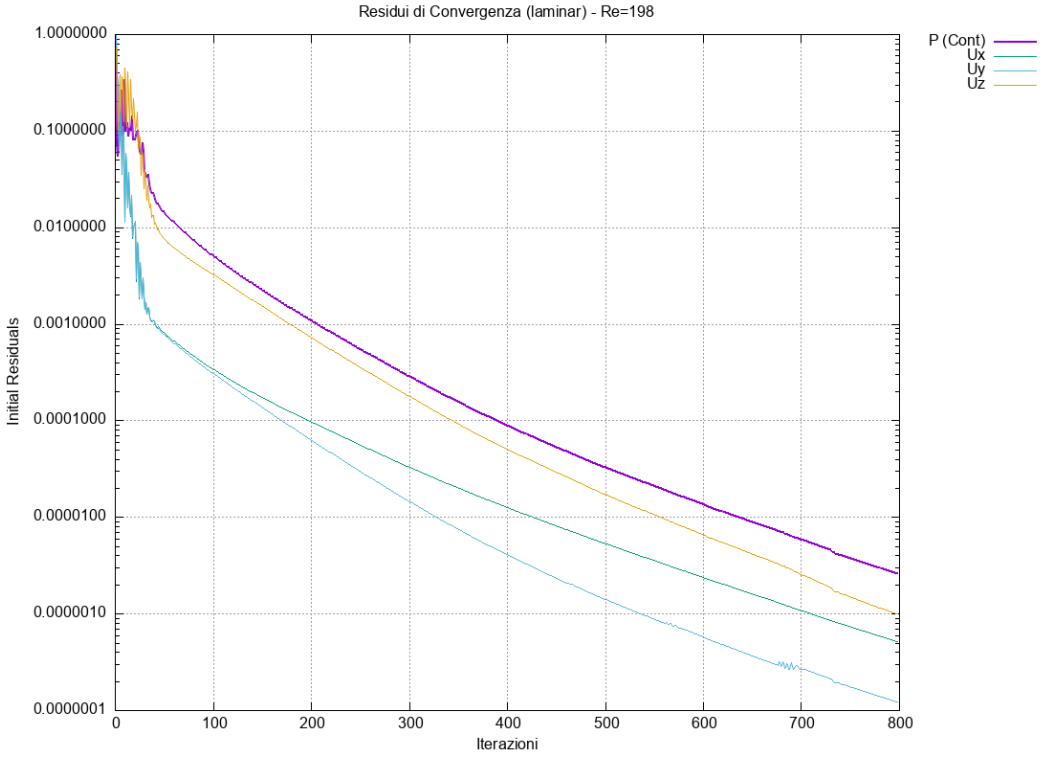


Figura 48 – Andamento dei residui di convergenza per il caso a basso numero di Reynolds. Fonte: elaborazione propria in OpenFOAM.

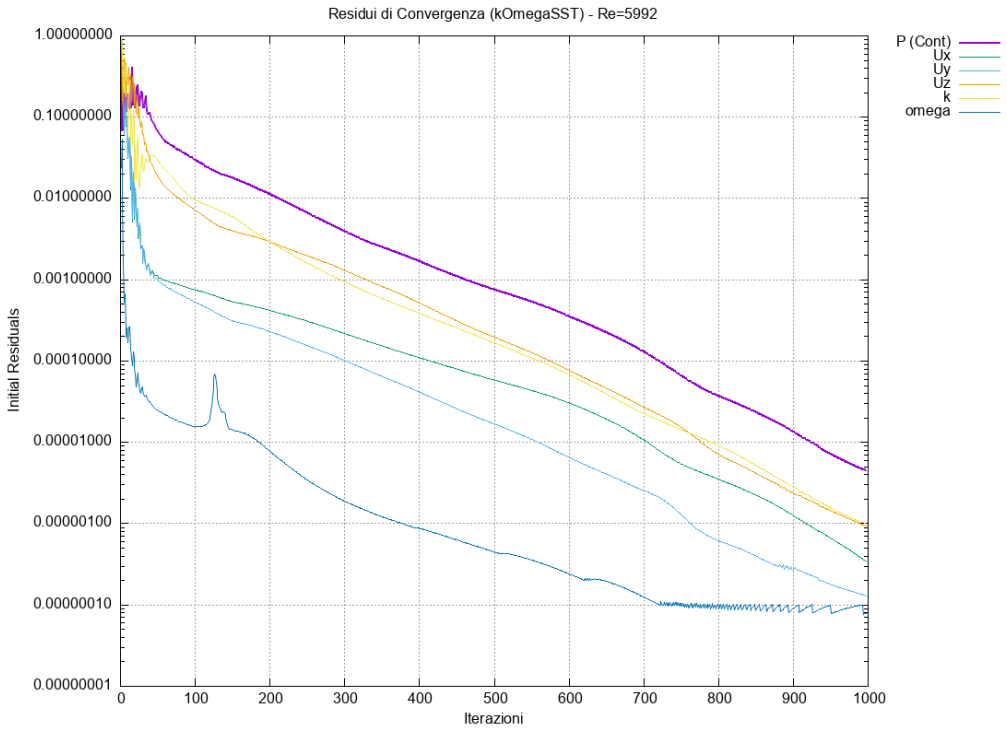


Figura 49 – Andamento dei residui di convergenza per il caso a numero di Reynolds più elevato. Fonte: elaborazione propria in OpenFOAM.

Un ulteriore controllo è stato effettuato sulla risoluzione della regione prossima alla parete attraverso il parametro adimensionale $\boldsymbol{y^+}$:

$$\boldsymbol{y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}} \quad \textbf{(113)}$$

dove **y** rappresenta la distanza del centro della prima cella dalla parete e $\boldsymbol{u_\tau}$ la velocità di attrito. Nel caso turbolento rappresentativo è stato ottenuto un valore medio pari a circa $y^+_{mean} = 0{,}72$, con un massimo locale di circa $y^+_{max} = 3{,}65$. I valori ottenuti indicano una discretizzazione particolarmente fine della regione prossima alla parete, coerente con la presenza degli strati prismatici introdotti durante la generazione della mesh. Il controllo di $\boldsymbol{y^+}$ viene qui utilizzato come indicatore della risoluzione spaziale nelle regioni caratterizzate dai maggiori gradienti di velocità.

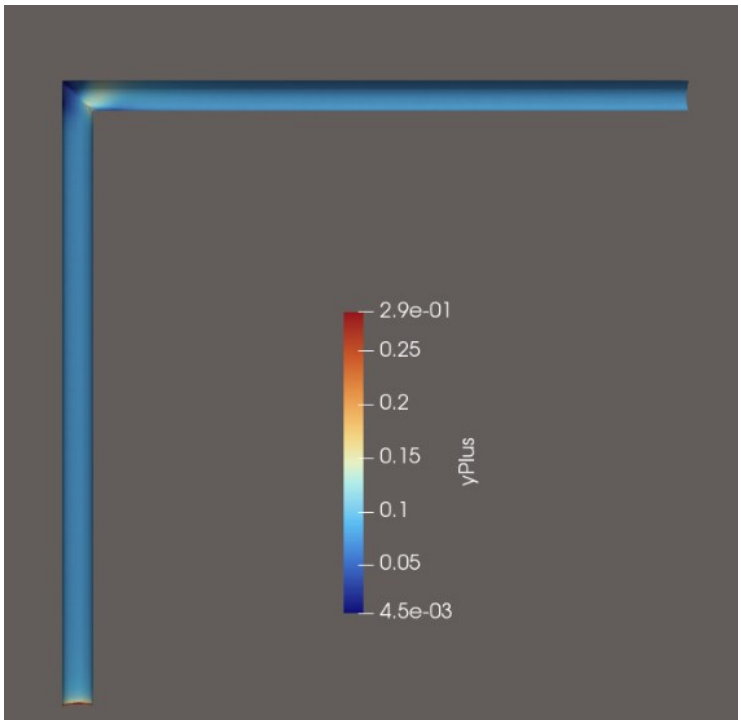


Figura 50 – Distribuzione del parametro adimensionale y+ sulle pareti del dominio per il caso a basso numero di Reynolds. Fonte: elaborazione propria mediante CFD in OpenFOAM e post-processing in ParaView.

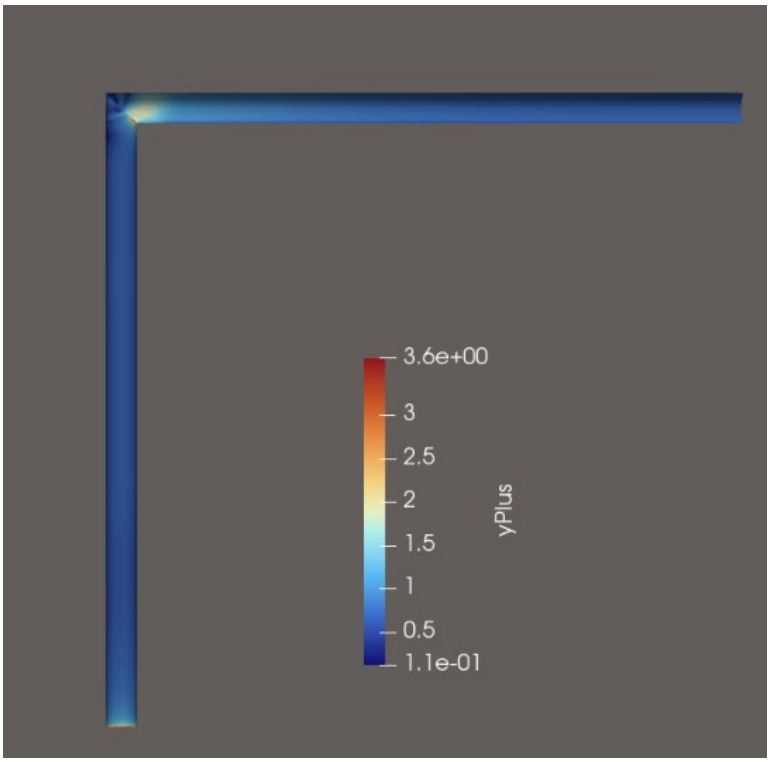


Figura 51 – Distribuzione del parametro adimensionale y+ sulle pareti del dominio per il caso a numero di Reynolds più elevato. Fonte: elaborazione propria mediante CFD in OpenFOAM e post-processing in ParaView.

La verifica della convergenza iterativa deve infine essere considerata insieme allo studio di sensibilità alla griglia descritto nel paragrafo 3.5.
Nel complesso, la riduzione dei residui al di sotto delle soglie impostate, la stabilizzazione delle pressioni monitorate e la limitata variazione della caduta di pressione al raffinamento della griglia forniscono gli elementi necessari per procedere alla successiva fase di validazione.

3.6.2 VALIDAZIONE DEL MODELLO CFD MEDIANTE CONFRONTO CON I DATI SPERIMENTALI

La validazione del modello numerico è stata effettuata mediante il confronto diretto tra le cadute di pressione ottenute dalle simulazioni **CFD** e quelle determinate sperimentalmente nelle corrispondenti condizioni operative. In accordo con la distinzione tra verifica e validazione adottata nell'ambito delle simulazioni **CFD**, mentre la verifica numerica riguarda il controllo degli errori associati alla soluzione del modello matematico, la validazione valuta la capacità del modello di riprodurre il comportamento del sistema reale attraverso il confronto con dati sperimentali [32].

Per ciascun punto operativo è stata quindi considerata la caduta di pressione calcolata tra le due sezioni di monitoraggio e confrontata con la corrispondente caduta di pressione sperimentale $\boldsymbol{\Delta p_{exp}}$
Come descritto nel paragrafo 3.4.1, la pressione calcolata da OpenFOAM viene convertita dalla forma cinematica alla pressione fisica utilizzando la densità relativa al singolo punto operativo.

Lo scostamento percentuale è stato valutato mediante:

$$\boldsymbol{\varepsilon_{CFD}} = \frac{\left|\boldsymbol{\Delta p_{CFD}} - \boldsymbol{\Delta p_{exp}}\right|}{\boldsymbol{\Delta p_{exp}}} * \mathbf{100} \quad (\mathbf{114})$$

Il confronto è stato effettuato per il **Manifold 2** e per le quattro configurazioni analizzate del **Manifold 5**, considerando separatamente i due percorsi e le due direzioni di attraversamento.

Nel caso del Manifold 2, il modello **CFD** riproduce l'andamento crescente della caduta di pressione al crescere della portata, con uno scostamento medio rispetto ai dati sperimentali dell'ordine del **14%**. L'accordo deve essere valutato considerando l'intero intervallo operativo, che comprende condizioni caratterizzate da numeri di Reynolds molto differenti e per le quali vengono adottate le due formulazioni fluidodinamiche descritte nel paragrafo 3.1.2.

Per il Manifold 5 il confronto mostra una dipendenza dello scostamento dalla configurazione considerata. Gli errori medi ottenuti sono riportati in Tabella 10.

CONFIGURAZIONE	ERRORE MEDIO CFD
Manifold 2	≈ 14,0%
M5 – Percorso 1, P→T	≈ 5,4%
M5 – Percorso 1, T→P	≈ 11,5%
M5 – Percorso 2, T→P	≈ 13,7%
M5 – Percorso 2, P→T	≈ 10,6%

Tabella 10 – Scostamento medio tra risultati CFD e dati sperimentali per le configurazioni analizzate. Fonte: elaborazione propria.

Considerando complessivamente i punti simulati per entrambe le geometrie, lo scostamento medio tra **CFD** ed esperimento risulta dell'ordine dell'**11%**. Il valore evidenzia una capacità complessivamente soddisfacente del modello di riprodurre la caduta di pressione misurata, pur mostrando differenze tra le singole configurazioni.

Il miglior accordo è ottenuto per il **Percorso 1 nella direzione P→T**, per il quale lo scostamento medio risulta pari a circa il 5,4%. Nelle altre configurazioni del **Manifold 5** l'errore medio rimane compreso indicativamente tra il 10% e il 14%.

Un comportamento rilevante emerge osservando la distribuzione degli errori in funzione del numero di Reynolds. Gli scostamenti percentuali maggiori si riscontrano prevalentemente nei punti caratterizzati dai valori di Reynolds più bassi. Ad esempio, nel Percorso 2 in direzione T→P i primi punti presentano errori dell'ordine del 25–30%, mentre all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$ lo scostamento si riduce progressivamente fino a valori di pochi punti percentuali.

Tale risultato deve essere interpretato anche considerando la definizione stessa dell'errore relativo. Alle portate più basse la caduta di pressione sperimentale assume valori ridotti; di conseguenza, anche una differenza assoluta limitata tra simulazione e prova può determinare uno scostamento percentuale elevato. Nei punti a maggiore portata, dove la caduta di pressione assume valori più elevati, lo stesso ordine di differenza assoluta ha un'incidenza relativa inferiore.

Inoltre, nei punti a basso Reynolds la simulazione tende generalmente a fornire valori di caduta di pressione inferiori rispetto alle misure sperimentali. Tale comportamento può essere legato alle semplificazioni introdotte nella rappresentazione numerica del componente reale, sia dal punto di vista geometrico sia nella definizione delle condizioni operative. Non è pertanto opportuno attribuire lo scostamento a un singolo fenomeno sulla sola base del confronto globale della caduta di pressione.

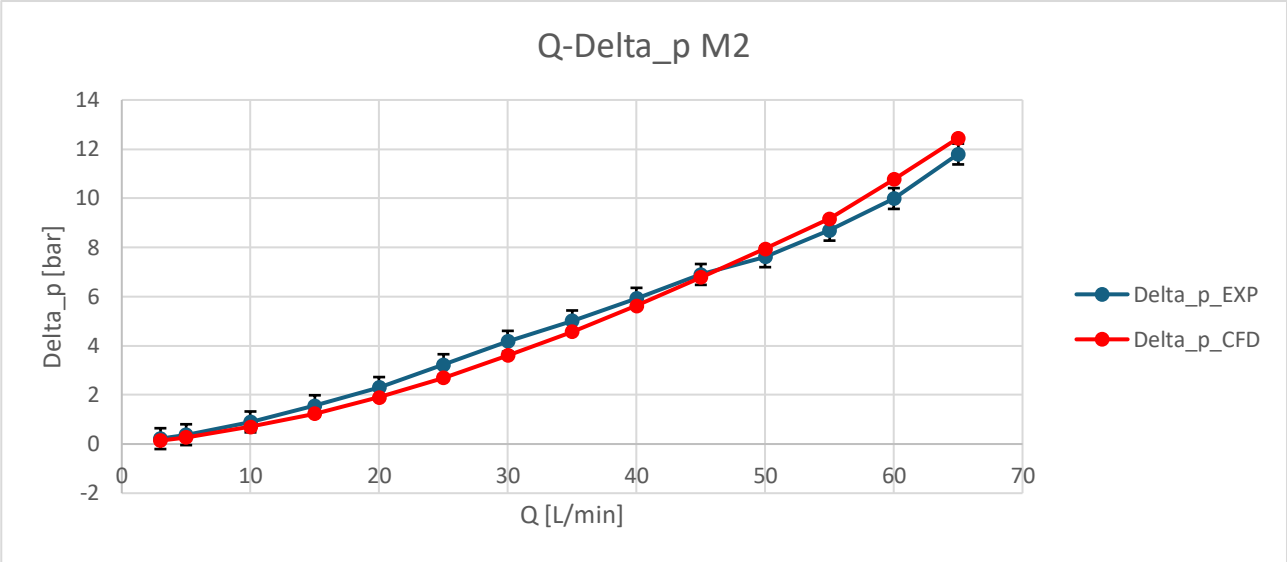


Figura 52 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella calcolata mediante CFD per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD.

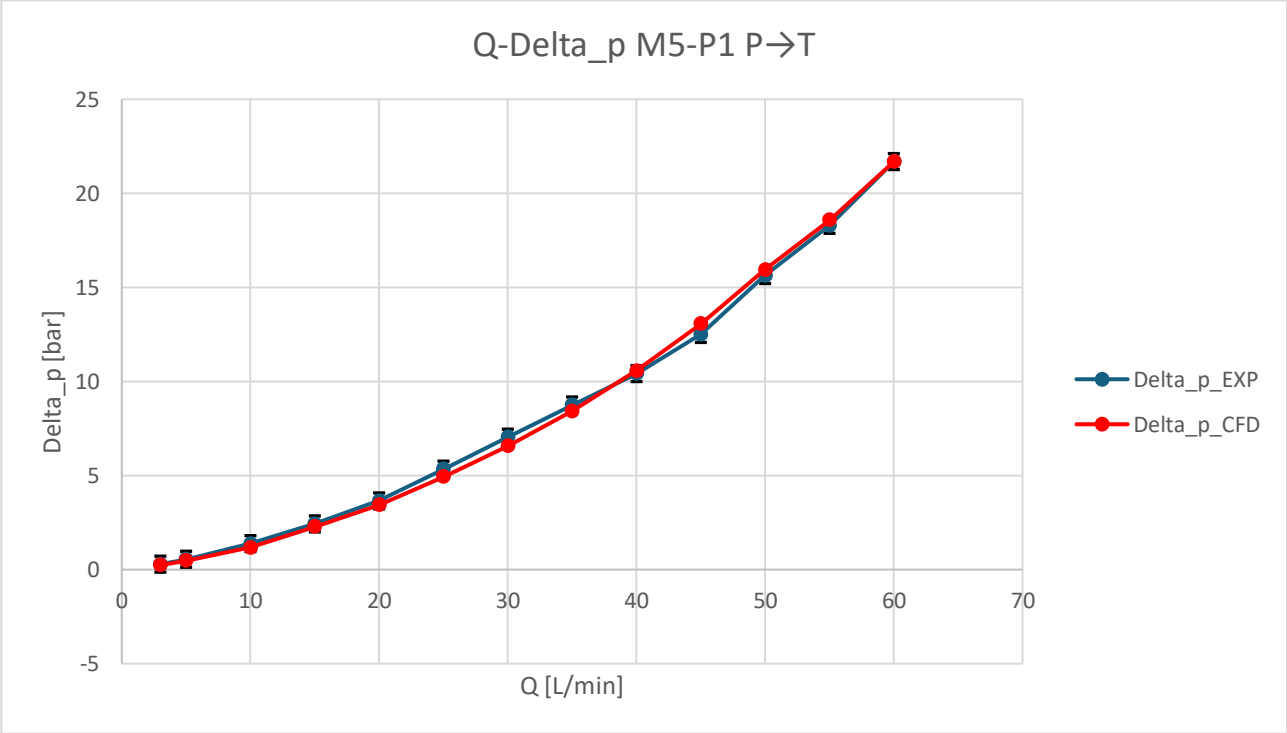


Figura 53 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella calcolata mediante CFD per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD.

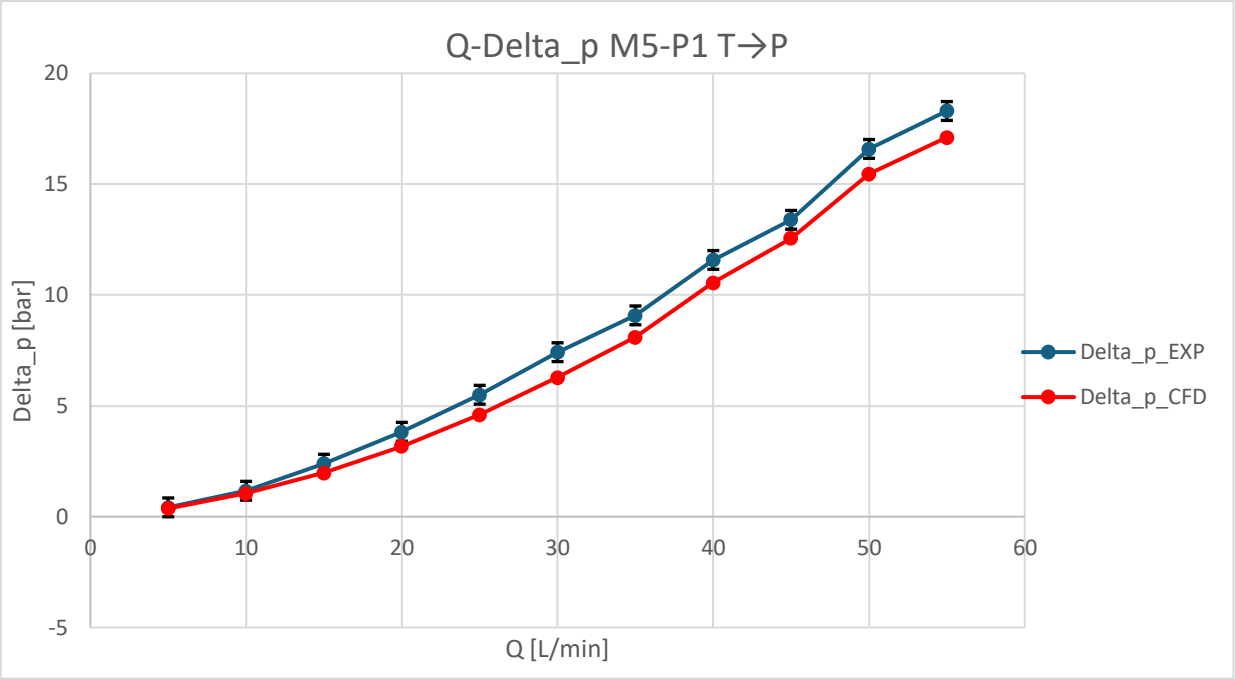


Figura 54 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella calcolata mediante CFD per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD.

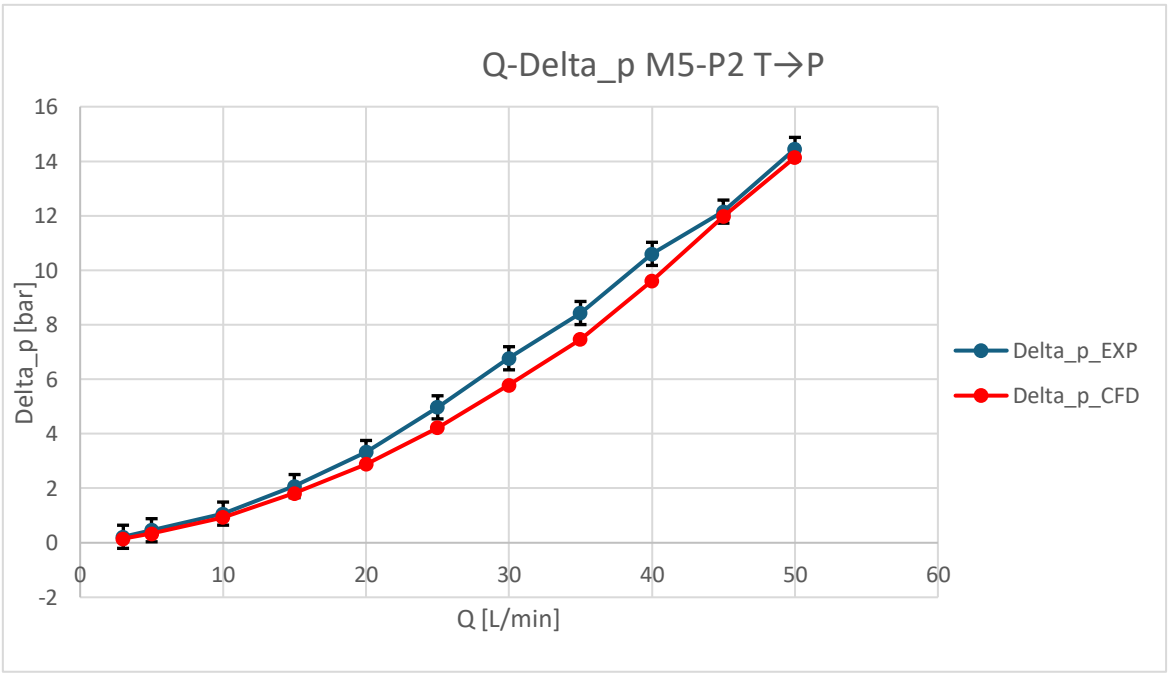


Figura 55 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella calcolata mediante CFD per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD.

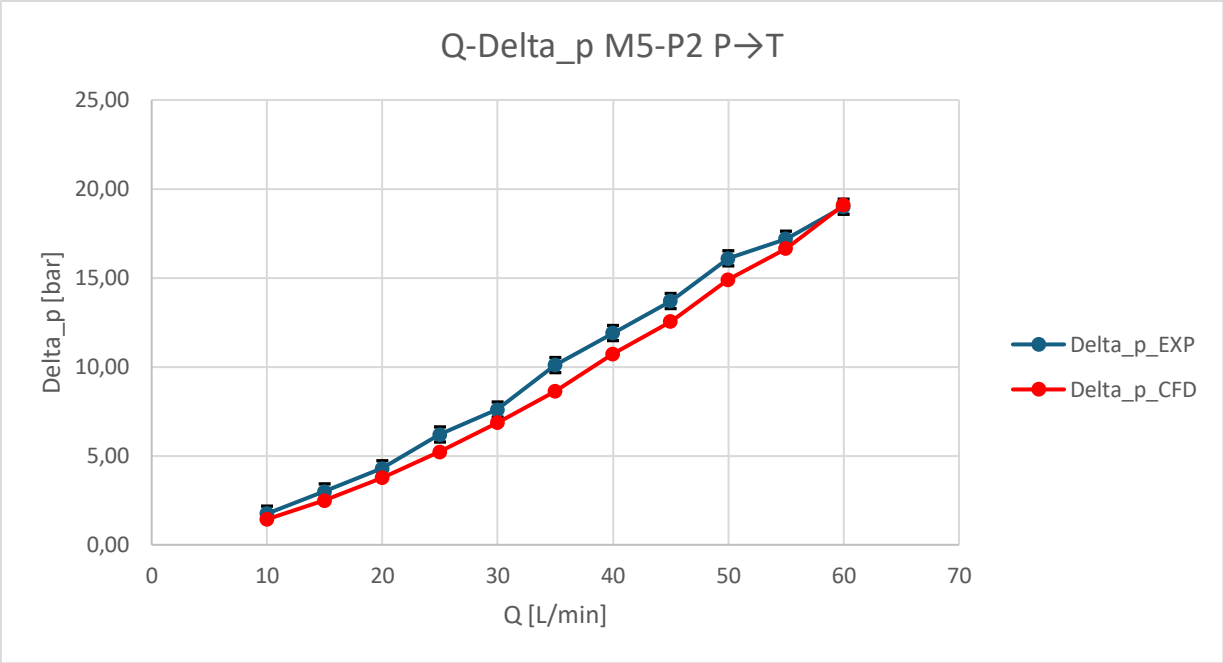


Figura 56 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella calcolata mediante CFD per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD.

3.6.3 ANALISI DEI CAMPI FLUIDODINAMICI

Una volta verificata la capacità del modello **CFD** di riprodurre con sufficiente accuratezza la caduta di pressione sperimentale, i risultati numerici sono stati utilizzati per analizzare la distribuzione spaziale delle principali grandezze fluidodinamiche all'interno del gomito. Questo costituisce uno dei principali vantaggi dell'approccio **CFD** rispetto alla sola caratterizzazione sperimentale, poiché consente di osservare localmente l'evoluzione dei campi di pressione e velocità e la struttura delle linee di corrente. Tale obiettivo era già stato posto alla base della modellazione numerica sviluppata nel presente lavoro. L'analisi è stata concentrata in particolare sulla regione immediatamente a monte e a valle della deviazione a 90°, dove la geometria a spigolo vivo determina le maggiori variazioni del campo di moto. Sono stati quindi considerati il campo di pressione, il modulo della velocità e le linee di corrente, confrontando condizioni caratterizzate da differenti numeri di Reynolds. La distribuzione della pressione consente di individuare la regione nella quale si concentra la maggiore variazione della grandezza. Avvicinandosi alla deviazione, la geometria impone una modifica del campo di moto e una distribuzione non uniforme della pressione sulla sezione. A valle del gomito si verifica quindi un riassestamento progressivo della corrente e un parziale recupero della pressione statica.

La differenza tra i livelli di pressione misurati sufficientemente a monte e a valle della singolarità rappresenta la perdita complessivamente associata al passaggio attraverso il gomito. Il recupero di pressione successivo alla deviazione non è infatti completo, poiché una parte dell'energia meccanica viene dissipata attraverso gli effetti viscosi e, nei casi caratterizzati da moto turbolento, attraverso il rimescolamento della corrente [1].

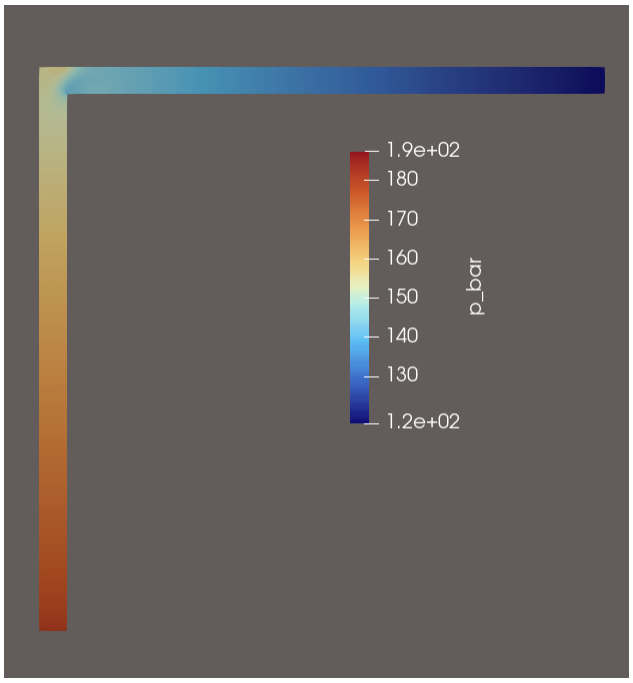


Figura 57 – Campo di pressione nel gomito per una condizione a basso numero di Reynolds. Fonte: elaborazione propria mediante CFD.

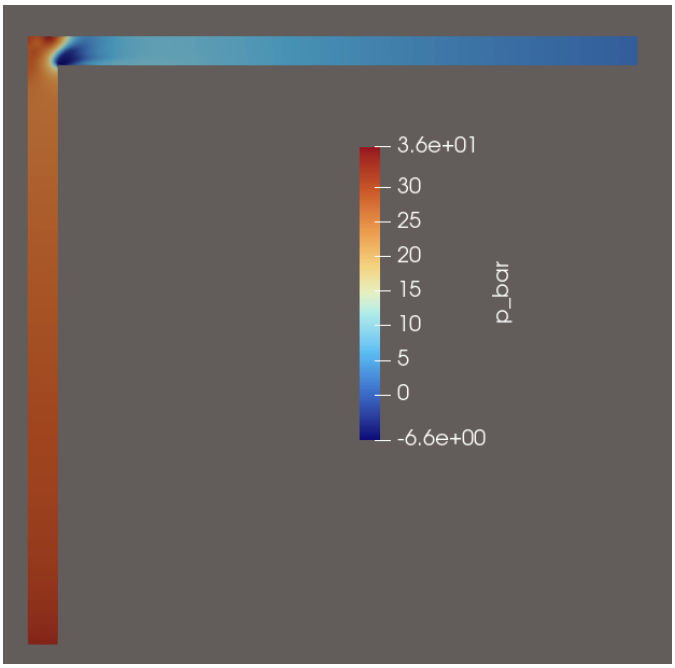


Figura 58 – Campo di pressione nel gomito per una condizione a numero di Reynolds più elevato. Fonte: elaborazione propria mediante CFD.

Il campo di velocità permette di osservare direttamente l'effetto della deviazione imposta dalla geometria. La corrente in ingresso, inizialmente orientata lungo l'asse del primo condotto, viene deviata rapidamente in corrispondenza del gomito. Per effetto dell'inerzia, il flusso principale tende a spostarsi verso la regione esterna della deviazione, generando una distribuzione della velocità fortemente non uniforme nella sezione immediatamente a valle.

In prossimità dello spigolo interno può verificarsi il distacco della corrente dalla parete, mentre il flusso principale attraversa la regione centrale del condotto con velocità maggiore. La geometria **CFD** è stata infatti costruita mantenendo lo spigolo vivo proprio per rappresentare questo meccanismo senza introdurre artificialmente un raggio di raccordo.

Procedendo verso valle, il profilo tende progressivamente a riassestarsi per effetto degli scambi di quantità di moto e dell'interazione viscosa con le pareti. La lunghezza del tratto di uscita introdotto nel dominio consente proprio di osservare tale evoluzione senza collocare la condizione al contorno di uscita direttamente nella regione maggiormente perturbata.

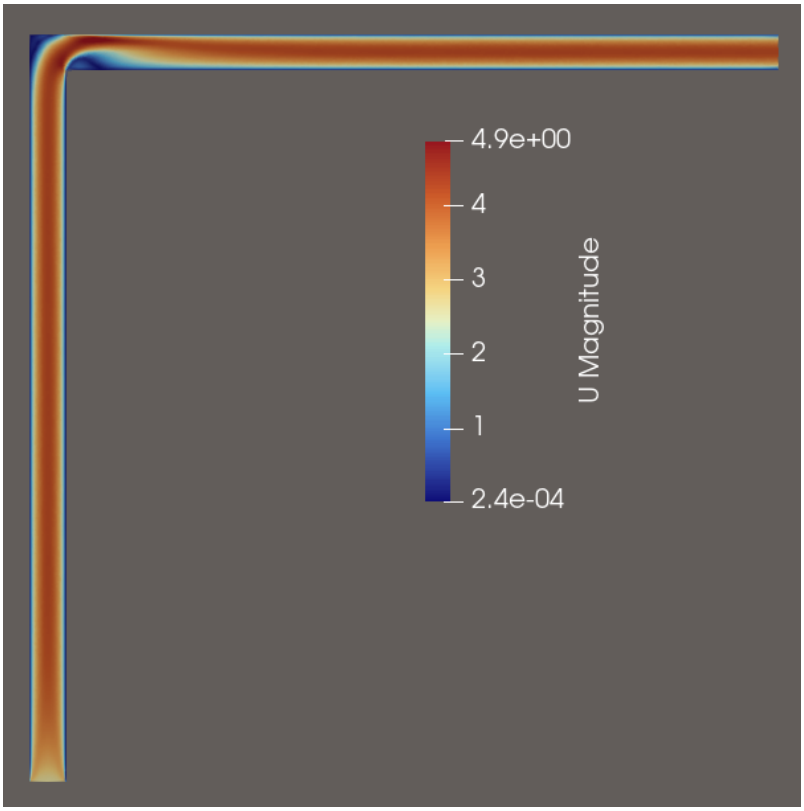


Figura 59 – Campo di velocità nel gomito per una condizione a basso numero di Reynolds. Fonte: elaborazione propria mediante CFD.

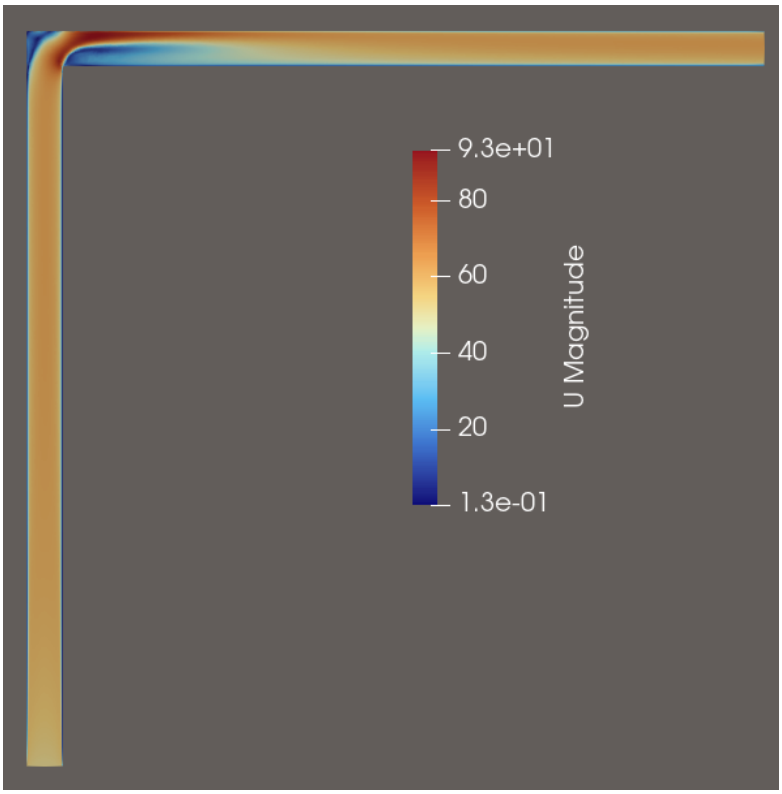


Figura 60 – Campo di velocità nel gomito per una condizione a numero di Reynolds più elevato. Fonte: elaborazione propria mediante CFD.

L'analisi delle linee di corrente permette di evidenziare più chiaramente la separazione del flusso e l'eventuale formazione di una regione di ricircolo a valle dello spigolo interno. Come discusso nel Capitolo 1, la presenza di una zona di ricircolo non deve essere associata esclusivamente al regime turbolento: il distacco può verificarsi anche a basso numero di Reynolds per effetto della geometria stessa, dando origine a una struttura vorticosa ordinata.

All'aumentare del numero di Reynolds cambia tuttavia il rapporto tra gli effetti inerziali e viscosi e, di conseguenza, varia la struttura del campo di moto nella regione separata. Nei casi nei quali viene adottato il modello **RANS k−ω SST**, il rimescolamento associato alla corrente separata viene rappresentato attraverso il modello di turbolenza, scelto proprio per la sua applicabilità a flussi caratterizzati da gradienti di pressione avversi e separazione [34].

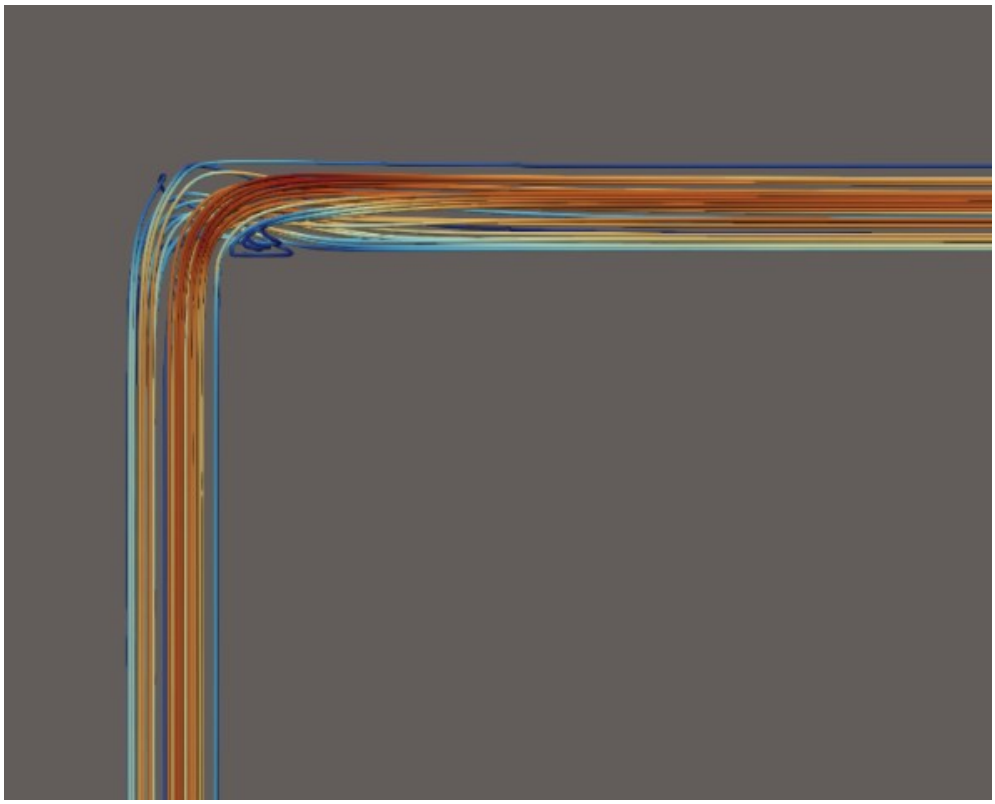


Figura 61 – Linee di corrente nel gomito per una condizione a basso numero di Reynolds. Fonte: elaborazione propria mediante CFD.

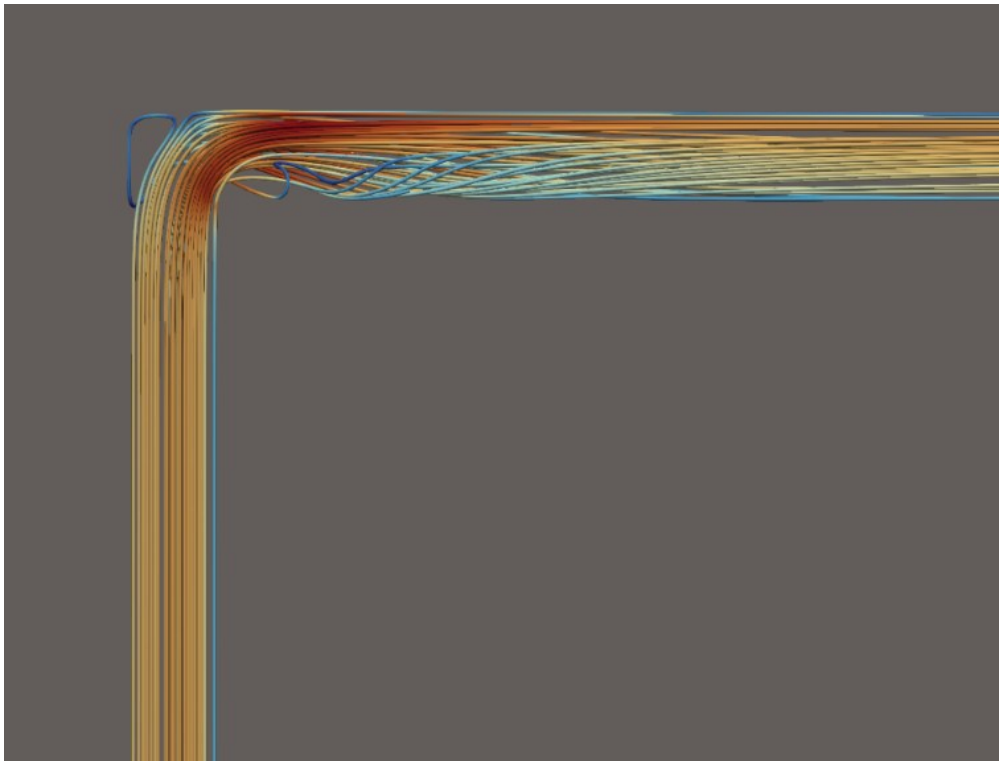


Figura 62 – Linee di corrente nel gomito per una condizione a numero di Reynolds più elevato. Fonte: elaborazione propria mediante CFD.

L'analisi congiunta dei tre campi consente quindi di collegare la perdita di pressione osservata sperimentalmente alla struttura locale del moto. La deviazione della corrente, la redistribuzione del campo di velocità, la separazione in prossimità dello spigolo e il successivo riassestamento a valle costituiscono i principali fenomeni osservabili mediante la simulazione tridimensionale. La **CFD** non viene pertanto utilizzata soltanto per ottenere una seconda stima della caduta di pressione, ma anche come strumento per interpretare fisicamente i meccanismi che ne determinano l'entità.

I risultati ottenuti completano quindi la caratterizzazione numerica dei gomiti analizzati e costituiscono, insieme ai dati sperimentali presentati nel Capitolo 2, la base per la valutazione della nuova formulazione semi-empirica sviluppata nel capitolo successivo.

CAPITOLO 4

SVILUPPO, IMPLEMENTAZIONE E VALUTAZIONE DELLA NUOVA CORRELAZIONE SEMI-EMPIRICA

Il presente capitolo raccoglie il contributo originale sviluppato nell'ambito della tesi, finalizzato alla definizione di una nuova correlazione semi-empirica per la stima delle perdite di carico localizzate nei gomiti a 90° a spigolo vivo presenti nei **manifold** oleodinamici analizzati.

Nei capitoli precedenti sono stati dapprima introdotti i principali modelli disponibili in letteratura per la valutazione delle perdite localizzate, con particolare riferimento al metodo di **Idel'chik** e alla correlazione proposta da **Al-Tameemi e Ricco**. Successivamente, attraverso la campagna sperimentale, è stato caratterizzato il comportamento del coefficiente di perdita ζ al variare del numero di Reynolds e delle configurazioni geometriche considerate. Il modello **CFD** ha infine consentito di affiancare ai risultati sperimentali una descrizione tridimensionale del campo di moto e di analizzare i principali fenomeni fluidodinamici associati alla deviazione del flusso nel gomito.

Il confronto tra i dati sperimentali e le formulazioni di letteratura ha evidenziato che le correlazioni esistenti descrivono correttamente alcune caratteristiche generali del fenomeno, ma presentano scostamenti rispetto ai risultati ottenuti nelle condizioni operative e geometriche considerate nel presente lavoro. In particolare, la dipendenza del coefficiente ζ dal numero di Reynolds e le differenze osservate tra configurazioni caratterizzate da differenti dimensioni del passaggio hanno suggerito l'opportunità di sviluppare una formulazione specificamente calibrata sul campo investigato.

A partire dalla struttura della correlazione di **Al-Tameemi e Ricco**, è stata quindi sviluppata una nuova relazione semi-empirica nella quale vengono introdotti termini correttivi finalizzati a rappresentare sia la dipendenza dal numero di Reynolds sia la sensibilità alle caratteristiche geometriche del condotto. La definizione della struttura matematica viene supportata dalle considerazioni disponibili in letteratura sugli effetti della scala geometrica, della rugosità relativa e delle condizioni di sviluppo del flusso, mentre la determinazione quantitativa dei coefficienti viene effettuata mediante fitting dei dati sperimentali acquisiti.

La formulazione ottenuta viene successivamente implementata in un modello a parametri concentrati sviluppato in ambiente **OpenModelica** mediante la libreria **SmartFluidPower**, con l'obiettivo di rendere la correlazione direttamente utilizzabile nella simulazione di sistemi oleodinamici complessi. A differenza dell'approccio **CFD**, tale modello non ricostruisce localmente il campo fluidodinamico,

ma rappresenta il comportamento del gomito attraverso una relazione costitutiva tra portata, proprietà del fluido, geometria e caduta di pressione.

Nella parte conclusiva del capitolo viene infine effettuato un confronto complessivo tra la nuova correlazione, i risultati sperimentali, le principali formulazioni di letteratura e i risultati ottenuti mediante **CFD**. Tale analisi permette di valutare la capacità della formulazione proposta di rappresentare il database sperimentale disponibile e di definirne, allo stesso tempo, il campo di applicabilità e i principali limiti.

4.1 MOTIVAZIONI E OBIETTIVI DELLA NUOVA FORMULAZIONE

I risultati sperimentali presentati nel Capitolo 2 hanno evidenziato una marcata dipendenza del coefficiente di perdita localizzata ζ dal numero di Reynolds nell'intervallo operativo analizzato. Tale comportamento risulta particolarmente evidente alle basse e medie portate, mentre all'aumentare del numero di Reynolds il coefficiente tende progressivamente verso valori più contenuti.

Il confronto con le correlazioni di letteratura ha inoltre mostrato che il metodo di **Idel'chik** [2], basato nel caso considerato su un valore sostanzialmente costante del coefficiente ζ, non consente di rappresentare la forte variazione osservata sperimentalmente ai Reynolds più bassi. La correlazione proposta da **Al-Tameemi e Ricco** [12],

Introduce invece esplicitamente la dipendenza dal numero di Reynolds e riproduce in maniera più adeguata l'andamento qualitativo dei dati sperimentali. Come discusso nel paragrafo 2.4, permangono tuttavia scostamenti tra i valori previsti dalla correlazione e quelli misurati nelle configurazioni analizzate.

È inoltre necessario considerare che la correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** è stata ottenuta sperimentalmente utilizzando aria e acqua, diametri interni pari a 11, 16 e 21 mm e numeri di Reynolds compresi tra 500 e 60000 [12]. Le condizioni investigate nel presente lavoro risultano differenti sia per il fluido utilizzato, costituito da olio idraulico, sia per le dimensioni dei passaggi interni dei **manifold** e per l'intervallo di Reynolds considerato. Di conseguenza, l'applicazione diretta della correlazione alle configurazioni in esame non può essere assunta a priori come rappresentativa dell'intero campo operativo. A partire da tali osservazioni è stata quindi sviluppata una nuova correlazione semi-empirica, con l'obiettivo di ottenere una formulazione compatta utilizzabile nella simulazione a parametri concentrati e maggiormente rappresentativa dei dati sperimentali acquisiti.

Lo sviluppo della correlazione è stato condotto assumendo come riferimento la struttura matematica proposta da **Al-Tameemi e Ricco** e introducendo opportuni termini correttivi determinati attraverso l'analisi e il fitting dei dati sperimentali. L'obiettivo non è quindi proporre una legge universale per qualsiasi gomito a spigolo vivo, ma formulare un modello applicabile alle geometrie e al campo operativo analizzati nel presente lavoro, mantenendo al tempo stesso una struttura sufficientemente semplice da poter essere implementata all'interno della libreria **SmartFluidPower** in ambiente **OpenModelica**.

La formulazione ottenuta verrà dapprima descritta dal punto di vista matematico e successivamente implementata nel modello a parametri concentrati. Nella parte conclusiva del capitolo le sue prestazioni verranno confrontate con i dati sperimentali, con le correlazioni di letteratura considerate nel **Capitolo 1**, con il modello precedentemente disponibile nella libreria e con i risultati **CFD** presentati nel **Capitolo 3**.

4.2 FORMULAZIONE MATEMATICA E FITTING DEI DATI SPERIMENTALI

4.2.1 FONDAMENTI SCIENTIFICI DELLA NUOVA FORMULAZIONE

Lo sviluppo della nuova correlazione semi-empirica prende origine dal confronto tra i risultati sperimentali ottenuti nel presente lavoro e le principali formulazioni disponibili in letteratura per la valutazione delle perdite localizzate nei gomiti a 90° a spigolo vivo. Come mostrato nel **Capitolo 2**, il coefficiente di perdita ζ presenta una marcata dipendenza dal numero di Reynolds, soprattutto alle condizioni caratterizzate dai valori più bassi di $\boldsymbol{Re}$, mentre tende progressivamente a stabilizzarsi all'aumentare del numero di Reynolds.

La formulazione che rappresenta il principale punto di partenza del presente lavoro è quella proposta da **Al-Tameemi e Ricco [12]**, sviluppata specificamente per gomiti a 90° a spigolo vivo. Gli autori hanno condotto una campagna sperimentale utilizzando sia aria sia acqua e tre differenti diametri interni, pari a 11, 16 e 21 mm. Il campo sperimentale considerato si estende approssimativamente $tra\, 500 \leq Re \leq 60000$.
La geometria utilizzata consisteva in un gomito a 90° realizzato collegando due tratti di condotto tagliati a 45°, ottenendo così una deviazione netta priva di raccordo. Per limitare l'influenza delle condizioni di ingresso e di uscita sulla misura della perdita localizzata, l'apparato comprendeva lunghi tratti rettilinei a monte e a valle del gomito.
Uno dei risultati principali del lavoro di **Al-Tameemi e Ricco** riguarda proprio la non costanza del coefficiente ζ. Gli autori mostrano che il coefficiente diminuisce sensibilmente all'aumentare del

numero di Reynolds, in particolare nella parte inferiore del campo sperimentale, per poi tendere progressivamente verso un valore pressoché costante alle condizioni di Reynolds elevato. Sulla base dei risultati sperimentali viene proposta la correlazione [12]. La relazione riproduce i dati sperimentali degli autori con uno scostamento medio dell'ordine del ±3%. Il termine dipendente da $\boldsymbol{Re}$ descrive la variazione del coefficiente alle condizioni di Reynolds basso e intermedio, mentre il termine costante 0,9 costituisce il valore asintotico della correlazione per $\boldsymbol{Re} \to \infty$.

Questo risultato è particolarmente rilevante per il presente lavoro poiché conferma sperimentalmente che, nel caso di un gomito a spigolo vivo, l'utilizzo di un singolo valore costante di ζ non è necessariamente adeguato nell'intero campo di Reynolds. Per tale motivo, la dipendenza funzionale da $\boldsymbol{Re}$ proposta da **Al-Tameemi e Ricco** viene assunta come riferimento per la costruzione della nuova correlazione.

Esistono tuttavia differenze significative tra il campo investigato dagli autori e quello considerato nella presente attività. **Al-Tameemi e Ricco** utilizzano diametri compresi tra 11 e 21 mm, mentre i passaggi interni dei manifold analizzati in questa tesi presentano diametri dell'ordine di 5–6 mm. Inoltre, una parte rilevante dei punti sperimentali del presente lavoro si colloca al di sotto di $Re = 500$, cioè al di fuori del campo nel quale la correlazione [12] è stata ottenuta e verificata sperimentalmente. Pertanto, la relazione di **Al-Tameemi e Ricco** costituisce un riferimento fisicamente e matematicamente molto utile, ma la sua applicazione diretta alle configurazioni in esame deve essere verificata mediante i dati sperimentali disponibili.

Prima di introdurre ulteriori correzioni geometriche è opportuno inquadrare dimensionalmente i condotti considerati. **Mehendale, Jacobi e Shah** [26], in una review dedicata ai fenomeni di trasporto nelle piccole scale applicati agli scambiatori compatti, propongono una classificazione basata sul diametro idraulico. In tale classificazione vengono distinti:

- $\boldsymbol{D_h > 6\ mm}$ per i condotti convenzionali
- $\boldsymbol{1\ mm \leq D_h \leq 6\ mm}$ per i cosiddetti *compact passages*, e dimensioni progressivamente inferiori per meso- e microcanali.

I diametri analizzati nella presente attività si collocano quindi nella regione di transizione tra passaggi compatti e condotti convenzionali secondo tale classificazione. Questo aspetto è importante perché consente di evitare l'interpretazione secondo cui nei canali studiati debbano necessariamente comparire fenomeni propriamente "microfluidici". Le equazioni fondamentali della meccanica dei fluidi rimangono valide; ciò che può assumere maggiore rilevanza è invece il peso relativo di caratteristiche geometriche come **rugosità**, **tolleranze dimensionali** e **condizioni di sviluppo del flusso**.

La classificazione stessa non costituisce naturalmente una giustificazione per modificare una correlazione di perdita localizzata, ma evidenzia che il campo geometrico della presente attività è significativamente distante da quello utilizzato da **Al-Tameemi e Ricco**.

Un contributo utile alla comprensione dell'influenza delle caratteristiche geometriche è fornito da **Kandlikar et al. [27]**, che hanno studiato sperimentalmente l'effetto della rugosità sulla caduta di pressione in condotti di piccola dimensione.

Gli autori identificano due meccanismi principali attraverso i quali la rugosità può modificare la perdita di pressione: da un lato l'aumento dello sforzo di taglio esercitato dalla parete sul fluido, dall'altro la riduzione dell'area effettivamente disponibile al passaggio della corrente.

Per descrivere il secondo effetto**, Kandlikar et al.** introducono il concetto di **constricted flow diameter**, cioè un diametro effettivo di passaggio inferiore al diametro geometrico nominale. In forma semplificata esso viene espresso come:

$$\boldsymbol{D_{cf} = D_t - 2\varepsilon} \quad \textbf{(115)}$$

dove $\boldsymbol{D_t}$ rappresenta il diametro geometrico di riferimento ed **ε** una misura caratteristica dell'altezza della rugosità.

Dal punto di vista fisico, il concetto è immediato: se le asperità occupano una parte non trascurabile della sezione disponibile, l'area attraverso cui passa effettivamente il fluido è inferiore a quella calcolata utilizzando il diametro nominale. A parità di portata volumetrica,

$$\boldsymbol{U = \frac{Q}{A}} \quad \textbf{(116)}$$

una riduzione dell'area comporta quindi un aumento della velocità effettiva del fluido.

L'attività sperimentale di **Kandlikar et al.** è stata condotta su canali rettangolari con rugosità artificialmente controllata mediante elementi a dente di sega, nelle configurazioni allineata e sfalsata. I diametri idraulici investigati erano compresi approssimativamente tra 325 e 1819 μm, con aria e acqua come fluidi di lavoro e numeri di Reynolds estesi fino ad alcune migliaia. Gli autori osservano che l'utilizzo del diametro ristretto consente di rappresentare meglio parte degli effetti della rugosità e che, in regime turbolento, anche la disposizione geometrica degli elementi superficiali influenza i risultati.

È però fondamentale precisare che tali esperimenti riguardano **perdite distribuite in condotti rettilinei** e dimensioni inferiori a quelle dei **manifold** studiati in questa tesi. Il risultato di **Kandlikar** non può quindi essere trasferito direttamente al coefficiente di perdita localizzata di un gomito. Nel presente lavoro il concetto viene utilizzato come supporto qualitativo all'idea che il solo diametro nominale possa non descrivere completamente l'effetto della geometria reale sul campo di moto, soprattutto quando cambiano le dimensioni caratteristiche del passaggio.

In altri termini, **Kandlikar** fornisce una motivazione per considerare una correzione geometrica, ma **non determina né la forma né l'intensità della correzione introdotta nella nuova correlazione**. Questi aspetti vengono determinati successivamente mediante fitting dei dati sperimentali.

Un ulteriore riferimento particolarmente utile è il lavoro di **Morini [28]**, che presenta una review critica dei risultati sperimentali disponibili in letteratura per il flusso monofase e lo scambio termico nei microcanali.

Morini analizza studi relativi principalmente a diametri idraulici inferiori a 1 mm e confronta i risultati sperimentali disponibili per il fattore di attrito, la transizione laminare-turbolenta e il **numero di Nusselt**. Uno degli aspetti più interessanti della review è che i diversi lavori sperimentali non mostrano un comportamento univoco: alcuni riportano deviazioni significative rispetto alle correlazioni convenzionali, mentre altri ottengono risultati compatibili con la teoria classica.

Morini sottolinea pertanto che gli scostamenti osservati non devono essere interpretati automaticamente come evidenza dell'esistenza di una nuova fluidodinamica alle piccole scale. Tra le possibili cause vengono considerate le **condizioni della superficie e la rugosità relativa**, **le variazioni delle proprietà del fluido, gli effetti di ingresso e soprattutto le incertezze sperimentali**.

Per il presente lavoro quest'ultimo aspetto assume particolare importanza. Quando le dimensioni caratteristiche diminuiscono, un errore assoluto relativamente piccolo sulla misura del diametro può produrre una variazione significativa delle grandezze successivamente calcolate. La velocità media, ad esempio, dipende dall'area della sezione e quindi dal quadrato del diametro, mentre il numero di Reynolds viene a sua volta determinato a partire dalla velocità e dalla dimensione caratteristica.

La review richiama inoltre l'attenzione sugli **effetti di ingresso**. In un apparato sperimentale la caduta di pressione rilevata tra due sezioni può includere, oltre alla componente distribuita del tratto rettilineo, gli effetti associati all'ingresso, all'uscita e allo sviluppo idrodinamico della corrente. Per questo motivo la definizione delle sezioni di misura e la separazione dei diversi contributi alla caduta di pressione rivestono un ruolo fondamentale nell'interpretazione dei risultati.

Questo punto è direttamente pertinente alla metodologia adottata nella presente tesi, nella quale dalla differenza di pressione misurata tra le prese sperimentali vengono separati i contributi distribuiti dei tratti rettilinei prima di determinare la perdita localizzata attribuita al gomito.

Il contributo di Morini viene pertanto utilizzato in modo diverso rispetto a quello di **Kandlikar**. **Kandlikar** fornisce un esempio specifico di come la geometria superficiale possa influenzare la caduta di pressione; Morini mostra invece che, quando si lavora con dimensioni ridotte, **è necessario distinguere attentamente un reale effetto geometrico dagli effetti introdotti dalla configurazione sperimentale e dalle incertezze di misura**.

Questa distinzione è importante anche nella costruzione della nuova correlazione. Gli scostamenti riscontrati rispetto alla formulazione di **Al-Tameemi e Ricco** non vengono attribuiti a priori a un unico "**effetto di scala**", ma vengono trattati come evidenza della necessità di adattare la correlazione al campo geometrico e operativo analizzato.

I lavori considerati forniscono quindi contributi differenti ma complementari. **Al-Tameemi e Ricco** [12] costituiscono il riferimento diretto per la dipendenza del coefficiente di perdita dal numero di Reynolds nel gomito a spigolo vivo. **Mehendale et al.** [26] permettono di inquadrare dimensionalmente i passaggi analizzati. **Kandlikar et al.** [27] evidenziano come rugosità e area effettiva di passaggio possano modificare la caduta di pressione quando cresce la loro importanza relativa rispetto alla dimensione del condotto. **Morini** [28], infine, mette in evidenza la necessità di interpretare con cautela gli scostamenti dalle correlazioni convenzionali, tenendo conto delle caratteristiche geometriche, delle condizioni di ingresso e dell'incertezza sperimentale.

Su questa base, nel presente lavoro non viene postulata l'esistenza di una nuova legge fluidodinamica associata alle dimensioni dei passaggi. La letteratura viene invece utilizzata per giustificare la scelta di una formulazione che mantenga la dipendenza da $\boldsymbol{Re}$ proposta da **Al-Tameemi e Ricco** e consenta contemporaneamente di introdurre una sensibilità alle caratteristiche geometriche.

La determinazione quantitativa dei coefficienti e degli esponenti della nuova correlazione non deriva quindi direttamente dai lavori citati, ma viene effettuata mediante il fitting dei dati sperimentali ottenuti sui **manifold** oggetto dello studio. Questa distinzione consente di separare chiaramente la **base fisica e bibliografica utilizzata per definire la struttura della correlazione** dalla **calibrazione empirica dei suoi parametri**, descritta nel paragrafo successivo.

4.2.2 DEFINIZIONE E ANALISI DELLA NUOVA CORRELAZIONE SEMI-EMPIRICA

Partendo dalle considerazioni sviluppate nel paragrafo precedente, la correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** [12] è stata assunta come struttura matematica di riferimento e successivamente modificata con l'obiettivo di ottenere una migliore rappresentazione dei risultati sperimentali relativi ai manifold analizzati.

La correlazione originaria è espressa dalla relazione: $\boldsymbol{\zeta = 427,5 * Re^{-0,77} + 0,9.}$

e presenta quindi una struttura costituita da un termine dipendente dal numero di Reynolds e da un termine asintotico costante. Come discusso nel paragrafo 4.2.1, tale formulazione descrive efficacemente la diminuzione di ζ con l'aumento di $\boldsymbol{Re}$ nel campo sperimentale investigato dagli autori, ma mostra scostamenti quando viene applicata alle configurazioni considerate nel presente lavoro [12].

La nuova correlazione mantiene la struttura generale della relazione originaria, introducendo due modifiche principali: un termine correttivo legato alla dimensione geometrica del condotto e una dipendenza non costante dell'esponente del numero di Reynolds. La formulazione ottenuta è:

$$\boldsymbol{\zeta = 427,5 * \left(\frac{D}{D-\epsilon}\right)^{6} * Re^{-\left(0,86-0,004*\left(ln\left(\frac{Re}{100}\right)\right)^{2}\right)} + 0,9 \;\; 100 \leq Re \leq 8000} \quad (117)$$

nell'intervallo considerato nel presente lavoro: $100 \leq Re \leq 8000$.

Nella relazione, **D** rappresenta il diametro interno nominale del condotto, mentre **ε** rappresenta il parametro geometrico introdotto per descrivere una riduzione efficace della dimensione disponibile al flusso. Le due grandezze devono essere espresse nella stessa unità di misura, in modo che il rapporto $\frac{D}{D-\varepsilon}$ risulti adimensionale.

Il primo elemento introdotto rispetto alla correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** è:

$$\boldsymbol{C_D = \left(\frac{D}{D-\epsilon}\right)^{6}} \quad (118)$$

Dove **ε** rappresenta la rugosità superficiale del **manifold.** La struttura del rapporto prende spunto dal concetto di *constricted flow diameter* discusso da **Kandlikar et al.** [27], secondo il quale la dimensione effettivamente disponibile al flusso può risultare inferiore alla dimensione geometrica nominale quando gli effetti della superficie assumono un peso non trascurabile.

Nel presente lavoro tale concetto viene utilizzato esclusivamente come riferimento per introdurre una **sensibilità geometrica** nella correlazione. Non si assume quindi che il rapporto precedente costituisca direttamente il modello proposto da **Kandlikar**.

In particolare, l'esponente **6** non deriva dal lavoro di **Kandlikar et al.** e non rappresenta una legge teorica. Esso costituisce un **parametro empirico determinato attraverso l'adattamento della correlazione ai dati sperimentali**. La sua funzione matematica è amplificare la sensibilità del coefficiente ζ alla variazione della dimensione caratteristica del passaggio.

Per $\boldsymbol{\varepsilon > 0}$, infatti, $\boldsymbol{\frac{D}{D-\varepsilon} > 1}$, e l'effetto del termine correttivo aumenta al diminuire di **D**. In questo modo la correlazione può rappresentare comportamenti differenti per i diametri analizzati senza ricorrere a una correlazione distinta per ciascuna configurazione.

La seconda modifica riguarda l'esponente applicato al numero di Reynolds. Nella formulazione di **Al-Tameemi e Ricco** esso assume un valore costante $R_e^{-0,77}$. Nella nuova correlazione viene invece introdotta la funzione:

$$\boldsymbol{n(R_e) = 0,86 - 0,004 * \left(ln\left(\frac{Re}{100}\right)\right)^{2}} \quad (119)$$

così che il termine dipendente dal numero di Reynolds possa essere scritto come $R_e^{-n(R_e)}$.

La scelta di rendere variabile l'esponente consente alla pendenza della curva $\boldsymbol{\zeta(R_e)}$ di modificarsi progressivamente nel campo analizzato, invece di essere governata da un unico esponente costante.

Dal punto di vista matematico, per il limite inferiore del campo considerato, $Re = 100$, $\ln\left(\frac{100}{100}\right) = 0$ e pertanto $n(100) = 0{,}86$.

La correlazione assume quindi, alle condizioni di Reynolds più basso, una dipendenza approssimativamente proporzionale a $R_e^{-0{,}86}$

All'aumentare di $\boldsymbol{Re}$, il termine logaritmico cresce e l'esponente $\boldsymbol{n(Re)}$ diminuisce progressivamente. Ad esempio, per $Re = 1000$, $n(1000) = 0{,}86 - 0{,}004[\ln(10)]^2 \cong 0{,}839$, mentre in prossimità del limite superiore, per $Re = 8000$, $n(8000) = 0{,}86 - 0{,}004[\ln(80)]^2 \cong 0{,}783$.

È interessante osservare che quest'ultimo valore si avvicina all'esponente 0,77 della correlazione originale di **Al-Tameemi e Ricco**. La formulazione introduce quindi una maggiore pendenza alle condizioni di Reynolds più basso e riduce progressivamente tale modifica all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$.

Questo comportamento deriva dai coefficienti ottenuti durante il processo di fitting e consente di descrivere con una singola espressione continua la variazione di pendenza osservata nei dati sperimentali, evitando l'introduzione di relazioni distinte per intervalli differenti di Reynolds.

È importante sottolineare che i coefficienti 0,86 e 0,004 sono quindi **parametri empirici della correlazione**, e non costanti universali derivanti dalla letteratura. Il riferimento alla letteratura giustifica la scelta di mantenere una dipendenza esplicita da $\boldsymbol{Re}$; la particolare forma e i valori numerici adottati derivano invece dall'adattamento ai risultati sperimentali del presente lavoro.

La nuova correlazione mantiene infine il termine additivo +0.9 presente nella formulazione di **Al-Tameemi e Ricco** [12]. Nella correlazione originaria tale valore costituisce il limite asintotico raggiunto da ζ quando il contributo dipendente da Reynolds diventa progressivamente meno rilevante. Il valore 0.9 è stato quindi mantenuto nella nuova formulazione per conservare questo comportamento della correlazione di riferimento.

La formulazione ottenuta può essere definita **semi-empirica** poiché combina una struttura derivata da una correlazione di letteratura con termini e coefficienti determinati attraverso l'analisi dei dati sperimentali.

In particolare, dalla correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** vengono mantenuti il coefficiente moltiplicativo 427,5, la dipendenza generale da $\boldsymbol{Re}$ e il termine asintotico 0,9, mentre il fattore geometrico e la variazione dell'esponente di Reynolds costituiscono gli elementi introdotti nel presente lavoro.

La relazione non deve quindi essere interpretata come una correlazione universale per qualsiasi gomito a 90° a spigolo vivo. Il suo campo di applicabilità è, allo stato attuale, quello esplorato

attraverso le configurazioni sperimentali utilizzate per la calibrazione, comprendente i diametri caratteristici dei **Manifold 2 e 5** e valori indicativamente compresi tra $\mathbf{100} \leq \boldsymbol{Re} \leq \mathbf{8000}$.
L'eventuale estensione a diametri o intervalli di Reynolds significativamente differenti richiederebbe ulteriori dati sperimentali per verificare la capacità predittiva della relazione.
La forma definitiva della correlazione conserva pertanto il comportamento generale della relazione di **Al-Tameemi e Ricco**, introducendo contemporaneamente una sensibilità alla dimensione geometrica e una variazione progressiva della dipendenza dal numero di Reynolds. La determinazione dei parametri empirici è stata effettuata sulla base dei risultati sperimentali disponibili e la qualità dell'adattamento verrà valutata quantitativamente attraverso il confronto con l'intero insieme dei dati nel seguito del capitolo.

4.2.3 DETERMINAZIONE DEI COEFFICIENTI E FITTING SUI DATI SPERIMENTALI

Una volta definita la struttura generale della correlazione, la determinazione dei coefficienti è stata effettuata utilizzando i dati sperimentali ottenuti sui gomiti dei **Manifold 2 e 5**. L'obiettivo del fitting è stato quello di individuare un'unica formulazione in grado di descrivere, con la stessa struttura matematica, l'andamento del coefficiente di perdita ζ nelle configurazioni caratterizzate dai due differenti diametri e nell'intero intervallo di Reynolds investigato.
Per ciascun punto sperimentale erano disponibili il numero di Reynolds e il corrispondente coefficiente di perdita localizzata $\boldsymbol{\zeta_{exp}}$ determinato secondo la procedura descritta nel Capitolo 2. Il confronto tra tali valori e quelli forniti dalla correlazione ha permesso di modificare progressivamente i parametri introdotti rispetto alla formulazione originale di **Al-Tameemi e Ricco**.
La correlazione finale assume la forma (117)
I coefficienti introdotti nel modello svolgono funzioni differenti e devono quindi essere interpretati separatamente.
Il valore **6**, applicato al termine geometrico (118), determina la sensibilità della correlazione alla variazione della dimensione caratteristica del condotto. Come discusso nel paragrafo 4.2.1, la struttura del termine prende spunto dalle considerazioni di **Kandlikar et al.** [27] relative alla riduzione dell'area effettiva di passaggio, mentre il valore numerico dell'esponente non deriva direttamente dalla letteratura. Esso è stato determinato empiricamente in modo da rappresentare le differenze riscontrate tra le configurazioni sperimentali considerate.
Analogamente, i coefficienti **0,86** e **0,004** presenti nella funzione $\boldsymbol{n(Re)}$ sono stati introdotti per modificare la pendenza della curva $\boldsymbol{\zeta(R_e)}$**.** Il primo determina il valore assunto dall'esponente in prossimità del limite inferiore del campo considerato, mentre il secondo controlla la rapidità con cui tale esponente varia all'aumentare del numero di Reynolds. La presenza del termine logaritmico

quadratico consente di ottenere una variazione continua della pendenza, evitando di introdurre correlazioni differenti per il regime laminare, la regione di transizione e il regime turbolento. La formulazione rimane quindi unica nell'intero intervallo $\mathbf{100} \leq \boldsymbol{Re} \leq \mathbf{8000}$.

Questo costituisce un vantaggio soprattutto in vista dell'implementazione nel modello a parametri concentrati, poiché elimina la necessità di introdurre discontinuità o commutazioni tra diverse espressioni matematiche.

Il coefficiente moltiplicativo **427,5** e il termine additivo **0.9** sono invece mantenuti dalla correlazione originaria di **Al-Tameemi e Ricco** [12]. In questo modo il fitting non modifica completamente la struttura della correlazione di partenza, ma interviene principalmente sulla sensibilità geometrica e sulla dipendenza dal numero di Reynolds.

Per valutare quantitativamente lo scostamento tra la correlazione e ciascun dato sperimentale può essere definito l'errore percentuale con segno:

$$\boldsymbol{e_i} = \frac{\boldsymbol{\zeta_{corr,i}} - \boldsymbol{\zeta_{exp,i}}}{\boldsymbol{\zeta_{exp,i}}} * \mathbf{100} \quad (\mathbf{120})$$

mentre il valore assoluto dello scostamento è:

$$|\boldsymbol{e_i}| = \left|\frac{\boldsymbol{\zeta_{corr,i}} - \boldsymbol{\zeta_{exp,i}}}{\boldsymbol{\zeta_{exp,i}}}\right| * \mathbf{100} \quad (\mathbf{121})$$

La prima grandezza permette di individuare un'eventuale tendenza sistematica della correlazione alla sovrastima o alla sottostima del dato sperimentale, mentre la seconda consente di valutare l'entità dello scostamento indipendentemente dal segno.

4.3 IMPLEMENTAZIONE DELLA NUOVA FORMULA EMPIRICA IN LIBRERIA OPENMODELICA

4.3.1 IL SOFTWARE OPENMODELICA

OpenModelica è un ambiente di modellazione e simulazione open source basato sul linguaggio Modelica destinato all'uso industriale e accademico (è disponibile per uso commerciale e non commerciale). Il suo sviluppo a lungo termine è supportato da un'organizzazione: l'Open Source Modelica Consortium (OSMC). OSMC è un'organizzazione non governativa senza scopo di lucro con l'obiettivo di sviluppare e promuovere lo sviluppo e l'utilizzo dell'ambiente open source **OpenModelica**. Ciò include le implementazioni del linguaggio di modellazione Modelica, degli standard FMI (Functional Mockup Interface) e di tutti gli strumenti e le librerie open source associati a OpenModelica [29], [30].

SmartFluidPower fa parte dell'OSMC con l'obiettivo di commercializzare le librerie sviluppate e contribuire allo sviluppo del software e delle sue funzionalità.

L'obiettivo di **OpenModelica** è creare un ambiente completo di modellazione, compilazione e simulazione open source con linguaggio Modelica basato su un software libero distribuito in formato binario e codice sorgente per la ricerca, l'insegnamento e l'utilizzo industriale. Con il supporto di strumenti e librerie appropriati, Modelica è molto adatto come linguaggio computazionale per lo sviluppo ed esecuzione di algoritmi numerici sia di basso livello che di alto livello, ad es. per la progettazione del sistema di controllo, soluzione di sistemi di equazioni non lineari o per sviluppare algoritmi di ottimizzazione applicati ad applicazioni complesse. L'ambiente OpenModelica fornisce un banco di prova per idee di progettazione del linguaggio. La versione corrente dell'ambiente OpenModelica consente di eseguire in modo interattivo la maggior parte delle espressioni, degli algoritmi e delle funzioni parte di Modelica, nonché modelli di equazioni e funzioni Modelica da compilare in un codice C efficiente. Il codice C generato è combinato con una libreria di utilities, una libreria di runtime e un risolutore DAE numerico [29], [30].

Lo scopo di un linguaggio di modellazione è di descrivere il comportamento di piccole parti di un sistema più grande. Una volta creato un set di componenti riutilizzabile, lavorare ad un livello più alto, cioè evitare di scrivere equazioni ma di assemblare i componenti: questo porta all'abilità di costruire sistemi con un approccio 'top-down' invece che uno 'bottom-up'.

La caratteristica di essere un linguaggio di programmazione 'domain-neutral' utile per modelli appartenenti a quasi tutti i domini ingegneristici e la capacità di costruire 'gerarchie' di componenti sono caratteristiche fondamentali di Modelica, insieme alla possibilità di integrare rappresentazioni grafiche dei modelli costruiti.

Modelica ha infine una capacità di modellazione multi-dominio, cioè componenti che corrispondono a oggetti fisici provenienti da diversi domini (elettrico, meccanico, termodinamico, idraulico, biologico e dei controlli) può essere descritto e connesso.

Modelica supporta 2 tra gli approcci comuni nella modellazione ingegneristica:

- **Diagrammi a blocchi**:
    - Un sistema viene descritto in termini di quantità note e quantità sconosciute
    - Un diagramma a blocchi è fatto di componenti (blocchi) che utilizzano le quantità note per calcolare quelle sconosciute
    - Nell'esempio del controllo PI in Figura 63 ci sono le quantità note e a destra la coppia sconosciuta: in mezzo ci sono blocchi che descrivono i calcoli svolti
    - Questo approccio è utilizzato spesso nella progettazione dei sistemi di controllo

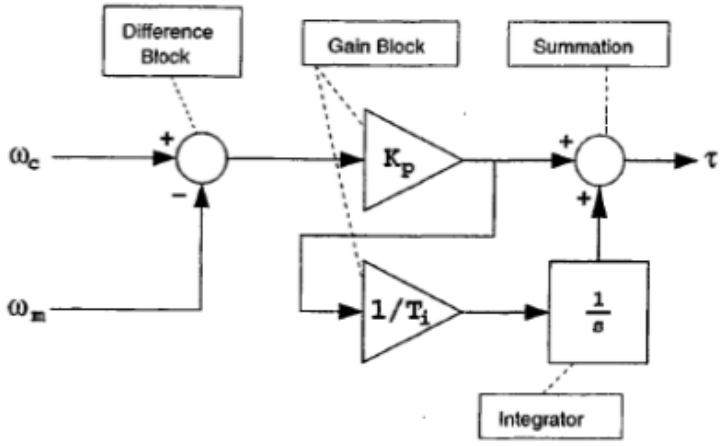


Figura 63 – Esempio di diagramma a blocchi per un controllore PI. Fonte: [29], [30].

***Modellazione acausale**:*

- I comportamenti di sistemi o componenti sono descritti in termini di leggi di conservazione
- Con la formulazione acausale non ci sono input e output specificati esplicitamente, ma le equazioni costitutive dei componenti sono combinate con le equazioni di conservazione per determinare il sistema complessivo da risolvere
- L'applicazione delle leggi di conservazione in genere porta ad avere sistemi di equazioni differenziali algebriche DAEs
- Per esempio modellando un sistema elettrico come quello in Figura 64, si può utilizzare la legge di conservazione di Kirchhoff con cui la somma delle correnti in un nodo deve essere zero
- Questo approccio è conveniente per modellazione di sistemi fisici

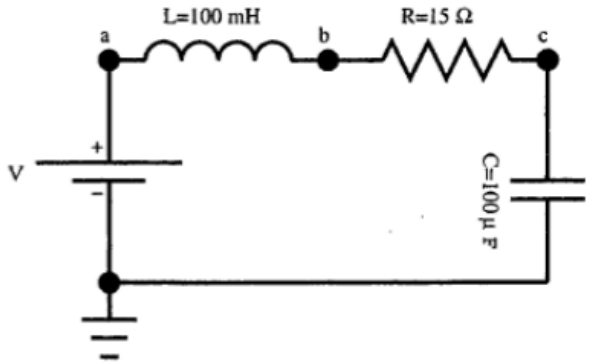


Figura 64 – Esempio di circuito elettrico utilizzato per illustrare la modellazione acausale. Fonte: [29], [30].

Non solo Modelica supporta questi 2 tipi importanti di modellazione, ma consente di utilizzarli insieme. La modellazione acausale consente un migliore riutilizzo dei componenti poiché le equazioni coinvolte non specificano una determinata direzione del flusso di dati. Per formulare modelli acausali è utile distinguere tra variabili '**through**' e variabili '**across**' per il componente da modellare. In generale una variabile '**across**' rappresenta la forza trainante in un sistema, mentre la variabile '**through**' rappresenta il flusso di qualche quantità conservata. Il prodotto di una variabile '**through**' e una '**across**' ha l'unità di misura di una potenza. Il linguaggio Modelica è molto potente per descrivere il comportamento di sistemi dinamici. Il cuore di ogni modello sono le equazioni matematiche

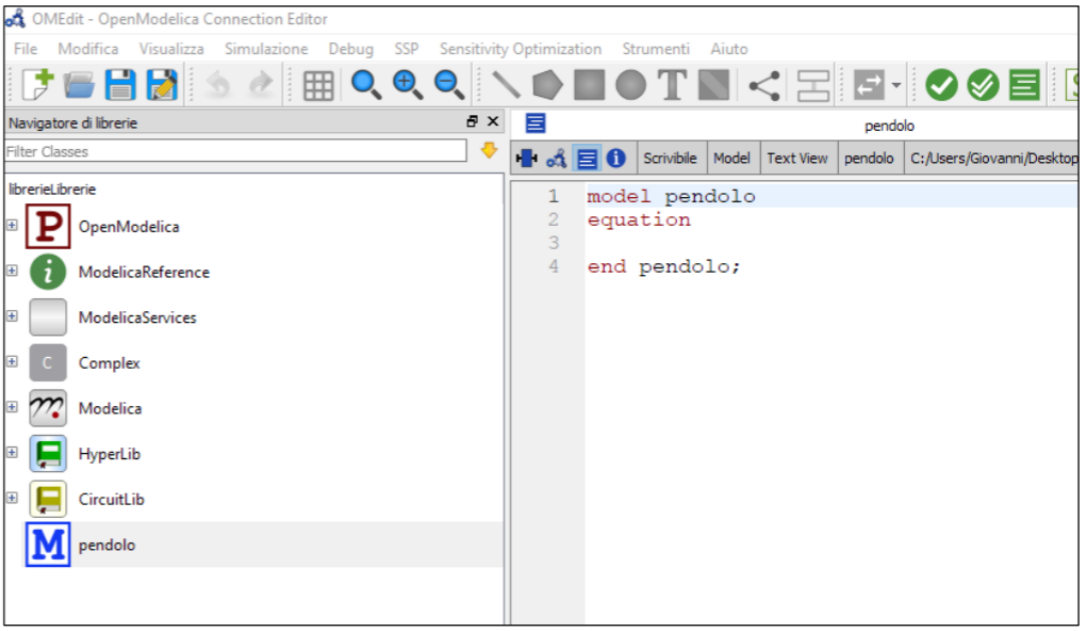


Figura 65 – Interfaccia di OpenModelica per la costruzione e la simulazione di un modello. Fonte: schermata dell'autore; software OpenModelica [29].

4.3.2 LA LIBRERIA SMARTFLUIDPOWER

Il gruppo di ricerca che ha costituito **SmartFluidPower** si è reso conto del gap nell'utilizzo degli strumenti di simulazione nelle aziende medio-piccole del settore oleodinamico: questo è determinato contemporaneamente dalla mancanza di risorse e competenze specifiche relative alla modellazione e simulazione e dagli elevati costi richiesti per sostenere le licenze di prodotti commerciali specializzati e prestazionali.

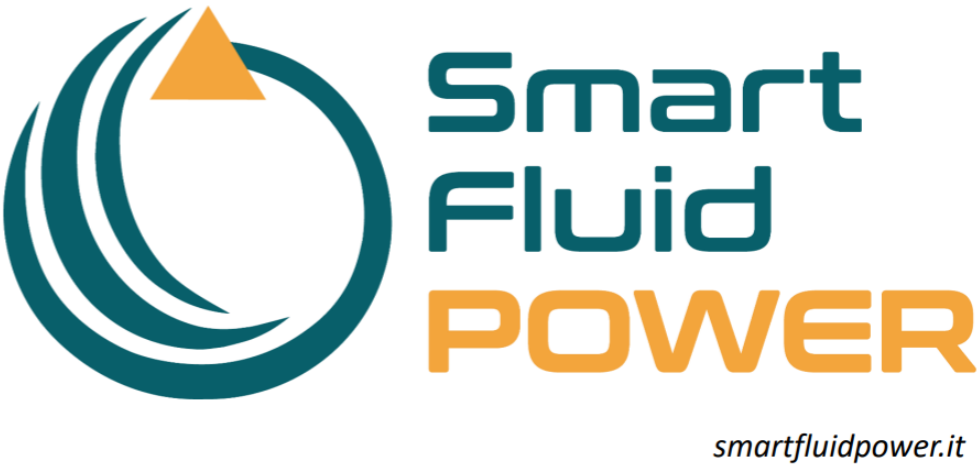


Figura 66 – Logo SmartFluidPower. Fonte: SmartFluidPower [31].

SmartFluidPower ha quindi avviato il suo progetto che consiste nel commercializzare un software di simulazione dinamica (che si appoggia appunto ad **OpenModelica** e al linguaggio Modelica) con librerie dedicate al mondo **fluid power** [31].

L'obiettivo iniziale è quello di introdurre nelle aziende un approccio di progettazione strettamente legato alla simulazione: la realizzazione di prototipi virtuali dei componenti o sistemi prima che vengano fisicamente realizzati consente l'analisi funzionale, la verifica delle performances e la modifica dei parametri di progetto per una migliore ottimizzazione degli stessi.

Le aziende a cui **SmartFluidPower** si rivolge hanno bisogno di un set di strumenti semplice ed intuitivo, che renda la progettazione più snella e che permetta di verificare la funzionalità di quanto progettato prima di dover arrivare alle prove sperimentali.

L'obiettivo finale è di consentire in modo sempre più diffuso l'integrazione della simulazione virtuale all'interno dei quotidiani processi aziendali

La SFP Library è composta da diversi pacchetti per mettere in comunicazione diversi domini.

Ciascun componente (o pacchetto) ha una sua documentazione in inglese ed italiano strutturata in questo modo:

- Spiegazione della funzione del componente
- Dettaglio di utilizzo dei parametri
- Parametri in ingresso
- Parametri in uscita
- Immagine che riassume le porte e le equazioni utilizzate

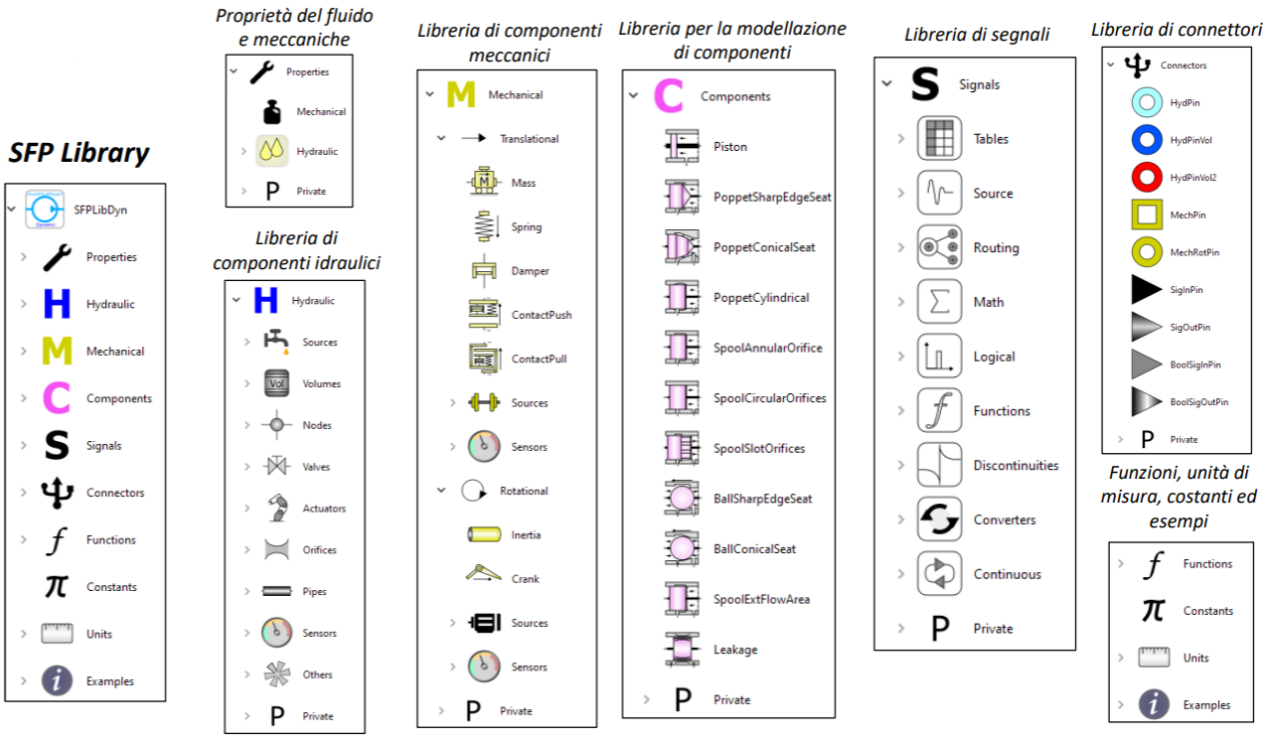


Figura 67 – Struttura generale delle librerie sviluppate in SmartFluidPower. Fonte: SmartFluidPower [31].

La libreria **Hydraulic,** che raccoglie i componenti idraulici, è stata la libreria utilizzata per l'implementazione della formula empirica per il gomito.

I connettori utilizzati principalmente (Figura 68) sono HydPinVol e HydPinVol2 che scambiano la portata come variabile flow (through), pressione e volume come variabili (across): tra i 2 connettori cambia solo l'icona (le chiameremo porte rosse e porte blue).



Figura 68 – Connettori idraulici HydPinVol e HydPinVol2 utilizzati nella libreria. Fonte: schermata della libreria SmartFluidPower [31].

La convenzione utilizzata è la seguente:

- portata uscente con segno negativo

- pressione sempre positiva (a meno di cavitazione perché la pressione atmosferica è impostata a 0 relativa)
- volume sempre positivo

Generalmente in un connettore le variabili **through** e **across** dovrebbero essere equilibrate (cioè dello stesso numero): tuttavia in questo caso si è deciso di introdurre il volume come variabile across per tenere in considerazione anche degli effetti dinamici della comprimibilità del fluido (per l'olio ad esempio può essere fondamentale con grandi volumi).

Inoltre la presenza del volume rende più intuitiva la modellazione di componenti e sistemi idraulici in cui ci sono proprio diversi volumi disaccoppiati tra di loro

È una libreria 0D, quindi non ci saranno componenti direzionali nello spazio; fa eccezione il cilindro idraulico che ha una direzione e, come per i componenti della libreria meccanica, ha un parametro direction da impostare in base alla massa.

Ci sono componenti che contengono porte di altri 'mondi fisici' (cilindro, pompa, ecc.) per consentire a questa libreria di interfacciarsi con altri domini.

In questa libreria esistono i generatori/calcolatori di pressione che si distingue dagli altri blocchi per contorno e sfondo dell'icona e per il colore delle porte di connessione (Figura 69).

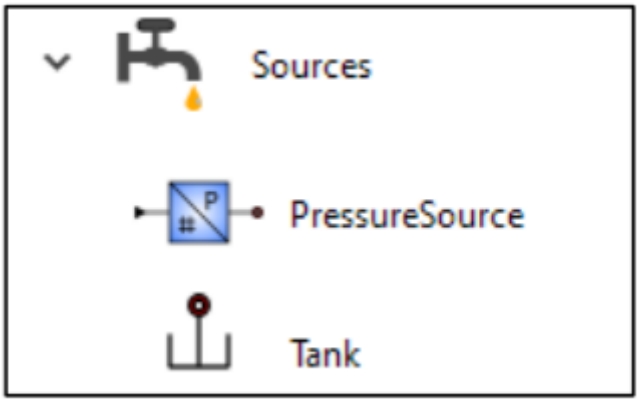


Figura 69 – Componenti PressureSource e Tank disponibili nella sezione Sources. Fonte: schermata della libreria SmartFluidPower [31].

Il concetto del generatore/calcolatore di pressione è la presenza di punti nel modello in cui la pressione viene calcolata o imposta: questa operazione viene svolta da volumes (che corrispondono a volumi di fluido) oppure da elementi che la stabiliscono (serbatoio con p=0, sorgente di pressione in cui si imposta nei parametri).

Nei componenti in cui la pressione viene calcolata, l'equazione fondamentale è la $\frac{dp}{dt} = \frac{\beta}{V} * \sum_i Q_i$: che deriva dall'equazione di continuità della portata e dall'equazione di stato, in cui si calcola la

variazione della pressione nel tempo considerando il volume V complessivo, la sommatoria delle portate (+ingresso –uscita) e il modulo di comprimibilità.
La variabile volume è scambiata attraverso le porte e nei 'contenitori' di volume (Figura 70), cioè i volumes, è sempre fatto un bilancio tra le portate entranti ed uscenti (secondo la convenzione) e, quindi della variazione dei volumi nel tempo.

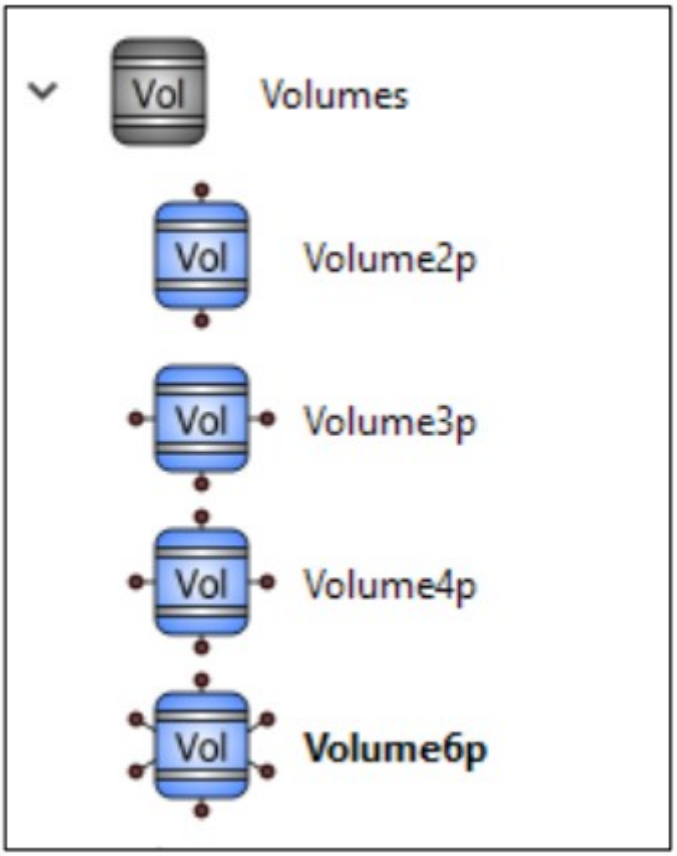


Figura 70 – Componenti disponibili nella sezione Volumes della libreria. Fonte: schermata della libreria SmartFluidPower [31].

Per quanto riguarda la gestione della cavitazione (che si legge appunto in questi volumes) c'è una variabile booleana che tiene traccia degli intervalli di tempo in cui il fluido cavita e compare anche un warning nel riepilogo della simulazione: quando si va sotto 0 bar relativi attualmente il codice riduce la comprimibilità di 3 ordini di grandezza e reimposta la derivata della pressione a 0, mentre se si arriva sotto -1 bar relativo la pressione viene reimpostata a questo limite
Come accennato, la presenza di questi volumes facilita la modellazione perché si identifica fisicamente con i volumi (di cui spesso è importante conoscere il valore o almeno l'ordine di grandezza) all'interno dei sistemi e componenti idraulici disaccoppiati l'uno dall'altro da altri componenti (orifici, valvole, ecc.)

Per facilitare la costruzione dei modelli (Figura 71) si possono considerare queste regole di connessione per le porte idrauliche:

- È possibile far partire 2 sole linee di connessione da ciascuna porta (generalmente una delle due è già connessa al componente di appartenenza), anche se OpenModelica consente di farne partire più di una
- Un generatore/calcolatore di pressione si distingue dagli altri blocchi per il contorno e lo sfondo rosso (gli altri hanno contorno e sfondo blue): questo tipo di elementi ha almeno una porta idraulica rossa
- Ogni porta blue DEVE essere sempre connessa (ad una sola delle 2 connessioni possibili) ad una porta rossa
- Due porte rosse NON possono essere connesse tra di loro (ad es. non si possono connettere 2 generatori/calcolatori di pressione tra loro)
- Per moltiplicare le variabili di una porta è necessario utilizzare un nodo idraulico: questo ha le stesse sembianze di un calcolatore di pressione semplicemente perché "rimanda" il calcolo della pressione attraverso la linea in rosso: infatti questa termina con una porta blue e DEVE quindi essere connessa sempre ad una porta rossa (generatore/calcolatore di pressione)
- È possibile connettere tra loro 2 nodi idraulici o un nodo e un altro generatore/calcolatore di pressione rispettando sempre la regola di collegare porta rossa con porta blue.

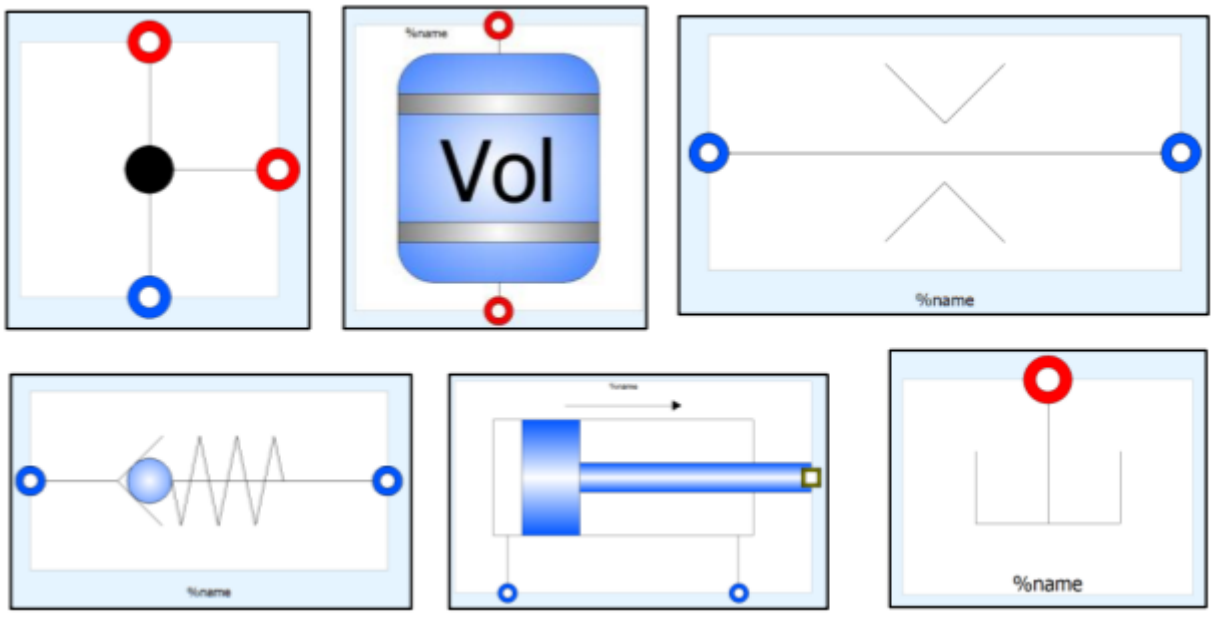


Figura 71 – Esempi di componenti idraulici e relative porte di connessione nella libreria SmartFluidPower. Fonte: schermata della libreria SmartFluidPower [31].

4.3.3 IL MODELLO DEL GOMITO IDRAULICO IN OPENMODELICA

Una volta determinata la formula empirica per il calcolo delle perdite di carico del gomito a spigolo vivo analizzata nel Capitolo 2, si è realizzato un modello a parametri concentrati (*Lumped Parameters*) sfruttando le funzionalità della libreria **Hydraulic** di **Smart Fluid Power (SFPLibDyn)**, una libreria Modelica concepita specificamente per la simulazione dinamica di sistemi fluidodinamici ed oleodinamici complessi [31].

Si è creato il modello **Elbow** (Gomito) (Figura 72). Il modello è stato inserito all'interno della libreria ***Resistances.***

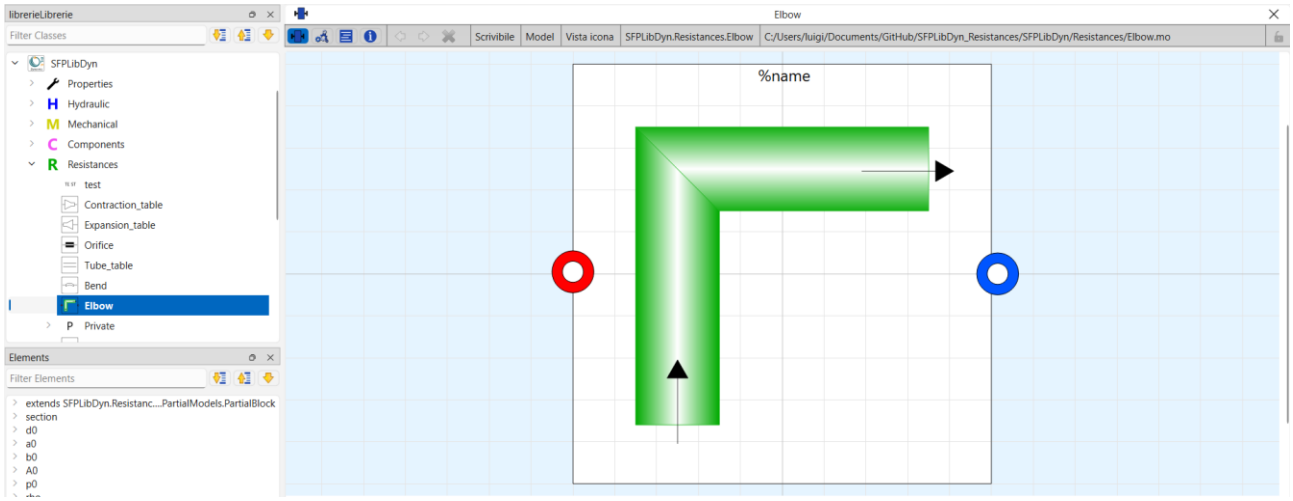


Figura 72 – Modello Elbow inserito nella libreria Resistances in ambiente OpenModelica. Fonte: elaborazione propria in SmartFluidPower/OpenModelica.

La fisica fondamentale di bilancio e la gestione delle proprietà del fluido risiedono nel modello parziale astratto *SFPLibDyn.Resistances.Private.PartialModels.PartialDelta*. Questo blocco non viene istanziato direttamente, ma costituisce la classe base da cui ereditano tutti i componenti dissipativi della libreria (compreso il gomito ***Elbow***) [31].

```
within SFPLibDyn.Resistances.Private.PartialModels;

model PartialDelta
  parameter Integer fluid_index(min = 1, max = 3) = 1 annotation( ...);
  SFPLibDyn.Units.Position d_hydr "hydraulic diameter";
  SFPLibDyn.Units.Pressure p_drop "pressure drop";
  SFPLibDyn.Units.Dimensionless Re "Reynolds number";
  SFPLibDyn.Units.VolFlowRate q_flow "volumetric flow rate";
  SFPLibDyn.Units.Velocity v_flow "flow velocity";
  SFPLibDyn.Units.Volume vol_tot "total volume";
  SFPLibDyn.Units.Area area_flow "section area";
  SFPLibDyn.Units.Pressure p_drop_partial;
  SFPLibDyn.Units.Density rho;
  SFPLibDyn.Units.Density rho_0;
  SFPLibDyn.Units.KinematicVisc ni;
  SFPLibDyn.Connectors.HydPinVol h1 annotation( ...);
  SFPLibDyn.Connectors.HydPinVol h2 annotation( ...);
  outer SFPLibDyn.Properties.Hydraulic.FluidProp fluidProp;
  SFPLibDyn.Units.Pressure p_average;
```

Figura 73 – Estratto del codice del modello parziale PartialDelta utilizzato dal componente Elbow. Fonte: libreria SmartFluidPower [31].

Dall'analisi del codice si evidenziano tre aspetti cardine del modello:

- **Gestione dinamica delle proprietà del fluido:** Il modello si interfaccia in modo acausale con l'oggetto globale *fluidProp* (dichiarato tramite la parola chiave *outer*). Invece di considerare densità e viscosità costanti, il codice valuta le proprietà termofisiche del fluido in funzione della pressione media istantanea $p_{average}$ tra le due porte fluidodinamiche *h1* e *h2*:

$$\boldsymbol{p_{average} = \frac{h_1.p + h_2.p}{2}} \quad \textbf{(122)}$$

  Attraverso le funzioni dedicate *GetRho* e *GetNi*, vengono calcolate a ogni passo di integrazione:

  - ***rho_0***: La densità del fluido a pressione atmosferica/di riferimento (p=0).
  - ***rho***: La densità effettiva del fluido alla pressione media d'esercizio.
  - ***ni* (v)**: La viscosità cinematica dell'olio valutata alla pressione media $p_{average}$

- **Bilanci idraulici di massa e di volume:** L'interfacciamento idraulico avviene mediante i connettori *h1* e *h2* di tipo *HydPinVol*. Nel blocco *equation* si definiscono i vincoli di conservazione indicati in Figura 74.

```
h1.vol = vol_tot;
h2.vol = 0;
h1.q + h2.q = 0;
```

Figura 74 – Estratto del codice relativo ai bilanci idraulici e alla gestione del volume nel modello. Fonte: elaborazione propria su libreria SmartFluidPower [31].

Il volume fluido totale *vol_tot* calcolato dal componente figlio viene interamente assegnato alla capacitanza del nodo *h1*, mentre la continuità della portata impone che la portata entrante in *h1* sia pari a quella uscente da *h2*.

- **Regolarizzazione numerica delle equazioni costitutive:** Un aspetto fondamentale risiede nelle tecniche di regolarizzazione matematica adottate per evitare singolarità e discontinuità nei solver differenziali-algebrici (DAE) al variare del verso del flusso o per portate prossime a zero ($q_{flow} \to 0$):
  - **Direzionalità della portata:**

$$\boldsymbol{h_1.q = \frac{q_{flow} * h_1.p - h_2.p}{\sqrt{(h_1.p - h_2.p)^2 + 10^{-12}}}} \quad \textbf{(123)}$$

L'uso della funzione $\frac{\Delta p}{\sqrt{\Delta p^2+\varepsilon}}$ ($\boldsymbol{\varepsilon = 10^{-12}}$) sostituisce la funzione discontinua $\textbf{sign}(\boldsymbol{\Delta p})$, garantendo la derivabilità del sistema durante l'inversione del flusso.

  - **Caduta di pressione e velocità:**

$$\boldsymbol{p_{drop} = |h_1.p - h_2.p|,\ v_{flow} = \frac{q_{flow}}{area_{flow}}} \quad \textbf{(124)}$$

  - **Numero di Reynolds regolarizzato:**

$$\boldsymbol{Re = \frac{d_{hydr}}{\nu} * \sqrt{v_{flow}^2}} \quad \textbf{(125)}$$

L'espressione $\sqrt{\boldsymbol{v_{flow}^2}}$ impedisce valori negativi del numero di Reynolds senza introdurre punti angolosi che bloccherebbero il calcolo delle derivate jacobiane.

  - **Pressione di riferimento parziale ($\boldsymbol{p_{drop_{parial}}}$):**

$$\boldsymbol{p_{drop_{parial}} = \left(\frac{\rho}{2 * area_{flow}^2}\right) * q_{flow} * \sqrt{q_{flow}^2 + 10^{-12}} * \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2} \quad \textbf{(126)}$$

Tale equazione rappresenta la pressione dinamica di base riproporzionata per il rapporto di densità $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2$. L'introduzione del termine $\sqrt{\boldsymbol{q_{flow}^2 + 10^{-12}}}$ assicura che

per $\boldsymbol{q_{flow} = 0}$ la derivata $\frac{\partial(p_{drop_{partial}})}{\partial q_{flow}}$ rimanga finita ed esente da oscillazioni numeriche.

l modello specifico del gomito (*Elbow*) estende la classe parziale di base ereditando tutte le variabili del *PartialDelta* ed introducendo le correlazioni geometriche e la formulazione della perdita di carico localizzata

```
within SFPLibDyn.Resistances;

model Elbow
  extends SFPLibDyn.Resistances.Private.PartialModels.PartialBlock(volume.pressure.fixed = false);
  // Parametri di input
  parameter SFPLibDyn.Units.Choices.bend_section section = SFPLibDyn.Units.Choices.bend_section.circular "bend section" annotation( ...);
  parameter SFPLibDyn.Units.Position d0 = 8e-3 "if section = circular -> bend diameter" annotation( ...);
  parameter SFPLibDyn.Units.Position a0 = 9e-3 "if section = square/rectangular -> bend side/major side" annotation( ...);
  parameter SFPLibDyn.Units.Position b0 = 7e-3 "if section = rectangular -> bend minor side" annotation( ...);
  parameter SFPLibDyn.Units.Area A0 = 50e-6 "if section = generic -> bend area" annotation( ...);
  parameter SFPLibDyn.Units.Position p0 = 25e-3 "if section = generic -> bend perimeter" annotation( ...);
  parameter SFPLibDyn.Units.Density rho = 870e-3 "density" annotation( ...);
  parameter SFPLibDyn.Units.Angle angle = 1.5707963267949 "bend angle" annotation( ...);
  parameter SFPLibDyn.Units.Position roughness = 0.02e-3 "if smooth_walls = false, equivalent roughness of tube surface" annotation( ...);
  Units.Pressure p_drop(start = 0, fixed = false) "pressure drop";
  Units.Dimensionless Re(start = 0, fixed = false) "Reynolds number";
  Units.VolFlowRate q_flow(start = 0.1, fixed = false) "volumetric flow rate";
  Units.Velocity v_flow(start = 0.1, fixed = false) "flow velocity";
  SFPLibDyn.Units.Volume vol_tot "total volume";
  SFPLibDyn.Units.Dimensionless k "Parametro di correzione k [-]";
  SFPLibDyn.Units.Position d_hydr "hydraulic diameter";
  SFPLibDyn.Units.Area F0 "section area";
  SFPLibDyn.Units.Dimensionless angle_gr "angle in degrees";
  SFPLibDyn.Units.Dimensionless alphaRe "coefficients";
initial algorithm
  assert(d0 > 0, "d0 parameter must be greater than zero", level = AssertionLevel.error);
  assert(a0 > 0, "a0 parameter must be greater than zero", level = AssertionLevel.error);
  assert(b0 > 0, "b0 parameter must be greater than zero", level = AssertionLevel.error);
  assert(A0 > 0, "A0 parameter must be greater than zero", level = AssertionLevel.error);
  assert(p0 > 0, "p0 parameter must be greater than zero", level = AssertionLevel.error);
```

Figura 75 – Estratto del codice del modello Elbow con la definizione dei parametri e delle grandezze principali. Fonte: elaborazione propria su libreria SmartFluidPower [31].

Il blocco consente di selezionare la geometria del gomito tramite l'enumeratore *section (circular, square, rectangular, generic)*. All'avvio della simulazione, le condizioni di *controllo initial algorithm* verificano la positività dei parametri fisici inseriti (*assert*).

Successivamente, il blocco calcola il **diametro idraulico** $\boldsymbol{(d_{hydr})}$, l'**area di passaggio** $\boldsymbol{(F_0)}$ ed il **volume totale** (***vol_tot***)

```
equation
  if section == SFPLibDyn.Units.Choices.bend_section.circular then
    d_hydr = d0;
    F0 = SFPLibDyn.Constants.pi*d0^2/4;
  elseif section == SFPLibDyn.Units.Choices.bend_section.square then
    d_hydr = a0;
    F0 = a0^2;
  elseif section == SFPLibDyn.Units.Choices.bend_section.rectangular then
    d_hydr = 2*a0*b0/(a0 + b0);
    F0 = a0*b0;
  else
//!!!APPROSSIMAZIONE: il caso di sezione generica non è indicato nella teoria
    d_hydr = 4*A0/p0;
    F0 = A0;
  end if;
  angle_gr = angle*180/SFPLibDyn.Constants.pi;
  vol_tot = F0*d_hydr/2;
```

Figura 76 – Estratto del codice per la selezione della geometria e il calcolo delle grandezze geometriche del gomito. Fonte: elaborazione propria su libreria SmartFluidPower [31].

Questi valori vengono direttamente assegnati alla struttura *delta* ereditata dal *PartialDelta*:

```
//variables to PartialDelta
  delta.d_hydr = d_hydr;
  delta.p_drop = p_drop;
  delta.Re = Re;
  delta.q_flow = q_flow;
  delta.v_flow = v_flow;
  delta.vol_tot = vol_tot;
  delta.area_flow = F0;
```

Figura 77 – Assegnazione delle variabili del modello Elbow alla struttura PartialDelta. Fonte: elaborazione propria su libreria SmartFluidPower [31].

La caduta di pressione effettiva sul gomito *delta.p_drop* viene calcolata applicando un fattore di correzione adimensionale **k** alla pressione parziale di base *delta.p_drop_partial*:

$$\boldsymbol{delta.p_{drop} = k * delta.p_{drop_{partial}}} \quad \textbf{(127)}$$

Il coefficiente **k** e l'esponente di correzione del numero di Reynolds $\boldsymbol{\alpha_{Re}}$ sono definiti nel codice dalle seguenti relazioni:

$$\boldsymbol{\alpha_{Re} = 0,86 - 0,004 * \left[ln\left(\frac{max(10^{-4}, |Re|)}{100}\right)\right]^2} \quad \textbf{(128)}$$

$$\boldsymbol{k = 427,5 * \left(\frac{d_{hydr}}{d_{hydr} - roughness}\right)^6 * [max(10^{-4}, |Re|)]^{-\alpha_{Re}} + 0,9} \quad \textbf{(129)}$$

Questa formulazione esplicita consente di replicare la formula empirica **(62)** definendo la soglia inferiore $\boldsymbol{max(10^{-4}, |Re|)}$ la quale garantisce che per numeri di Reynolds tendenti a zero l'argomento del logaritmo e della potenza non generi singolarità matematiche.

4.4 VALUTAZIONE DELLA NUOVA CORRELAZIONE E CONFRONTO DEI RISULTATI

4.4.1 CONFRONTO TRA NUOVA CORRELAZIONE E DATI SPERIMENTALI

La prima valutazione della nuova correlazione è stata effettuata mediante il confronto diretto con i risultati sperimentali. A tale scopo sono state considerate sia l'evoluzione del coefficiente di perdita localizzata **ζ** in funzione del numero di Reynolds, sia la corrispondente caduta di pressione localizzata **Δp**. L'analisi delle due grandezze permette di osservare il comportamento della correlazione da due punti di vista complementari. Il coefficiente **ζ** consente infatti di valutare direttamente la capacità della formulazione di rappresentare la dipendenza delle perdite dal numero di Reynolds e dalla geometria, mentre la caduta di pressione permette di verificarne l'effetto sulla grandezza di maggiore interesse nella progettazione del circuito oleodinamico.

Il primo confronto riguarda il coefficiente di perdita localizzata. Per ciascun punto sperimentale è stato calcolato il valore previsto dalla nuova correlazione utilizzando il corrispondente numero di Reynolds e le caratteristiche geometriche della configurazione analizzata. I valori ottenuti sono stati quindi rappresentati insieme ai dati sperimentali in funzione del numero di Reynolds.

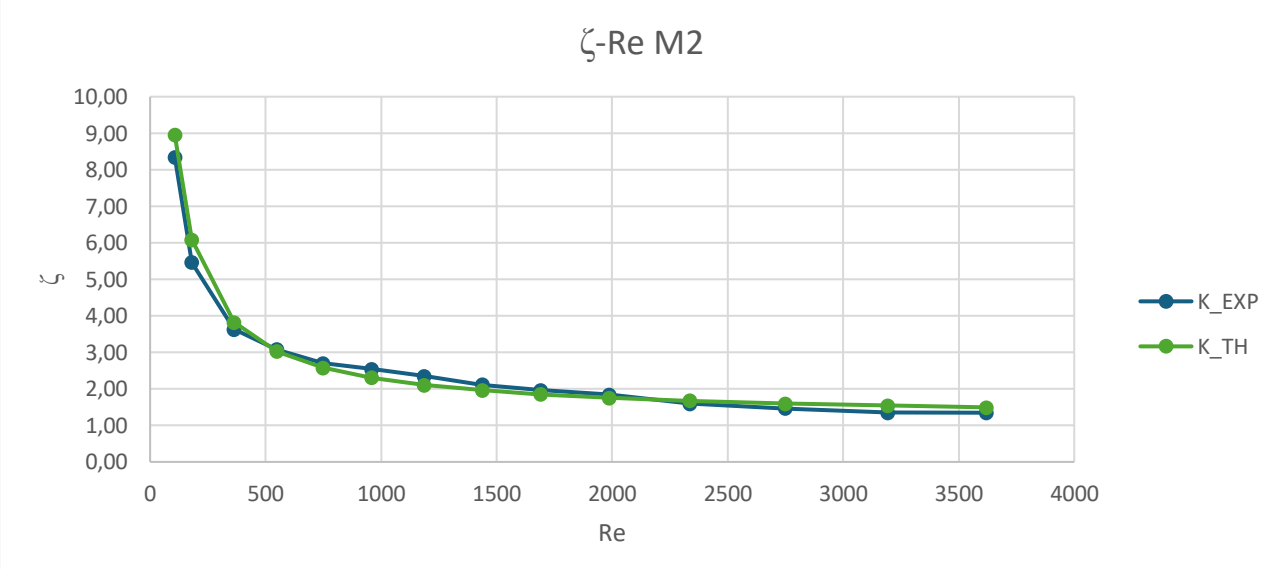


Figura 78 – Confronto tra il coefficiente di perdita sperimentale e quello previsto dalla nuova correlazione in funzione del numero di Reynolds per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

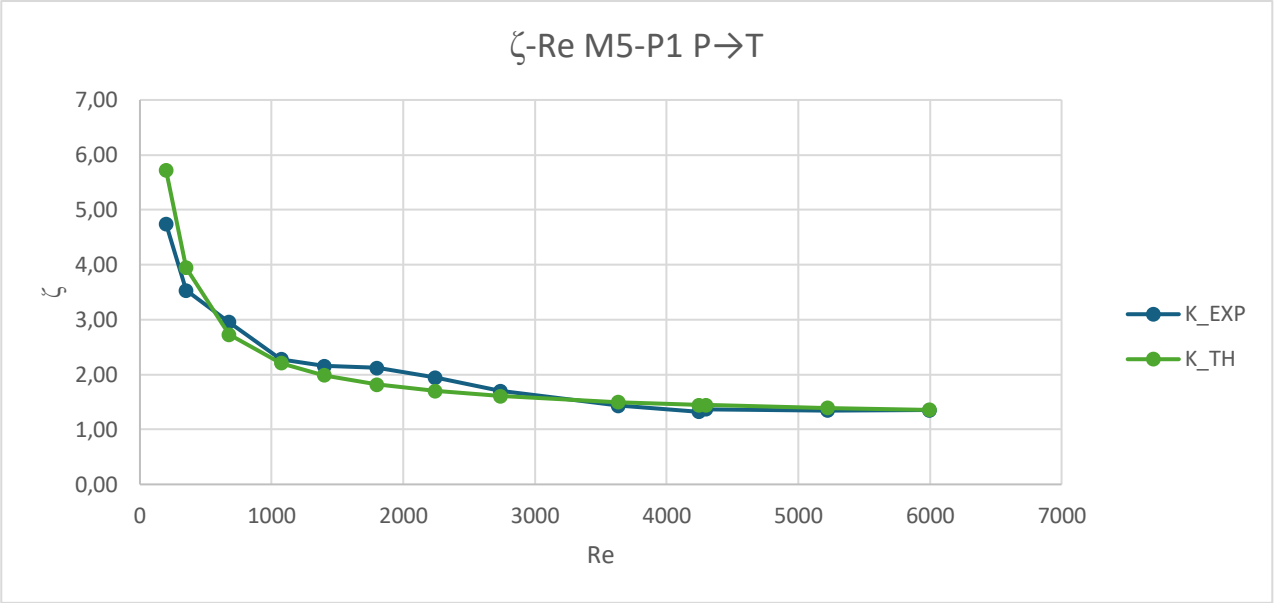


Figura 79 – Confronto tra il coefficiente di perdita sperimentale e quello previsto dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

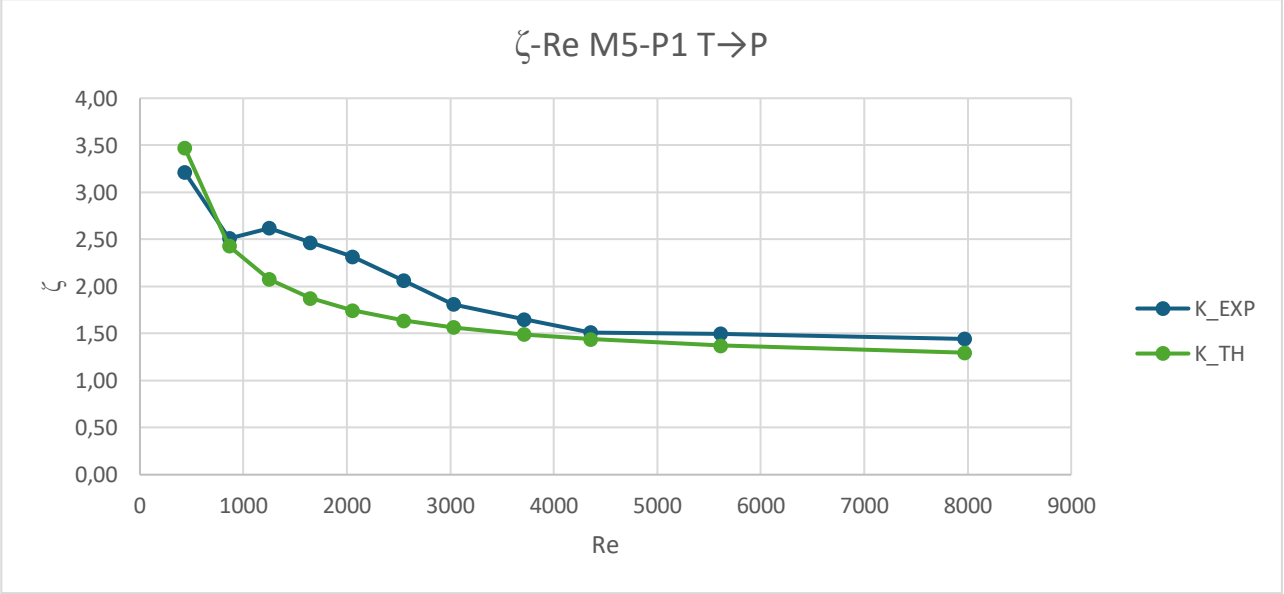


Figura 80 – Confronto tra il coefficiente di perdita sperimentale e quello previsto dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

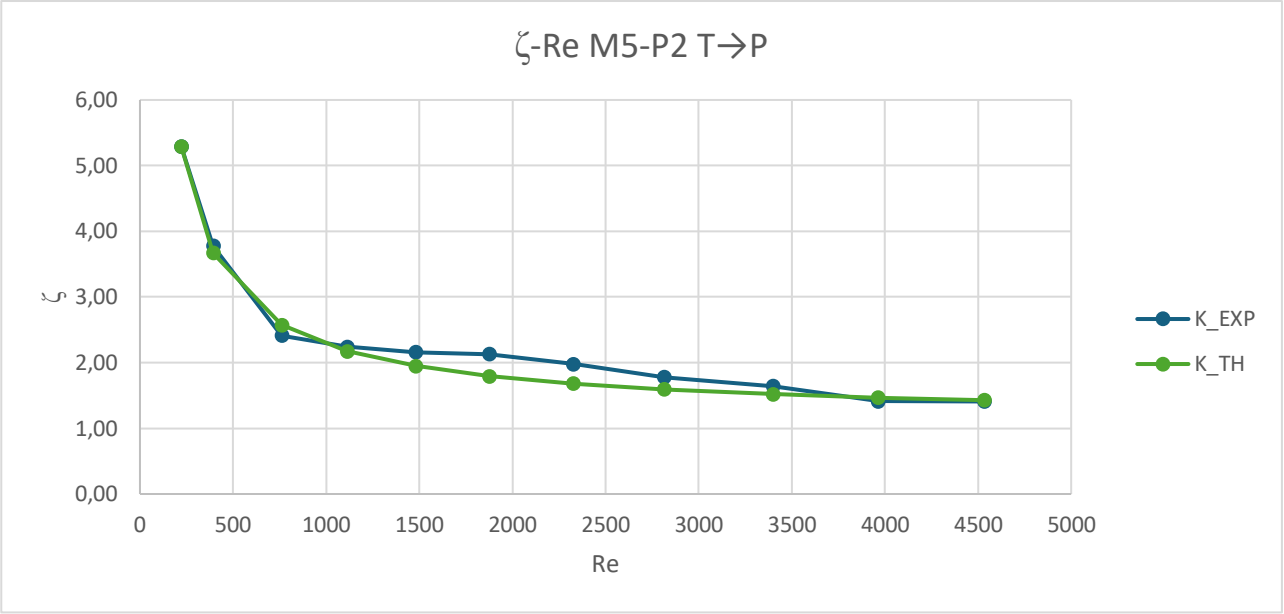


Figura 81 – Confronto tra il coefficiente di perdita sperimentale e quello previsto dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

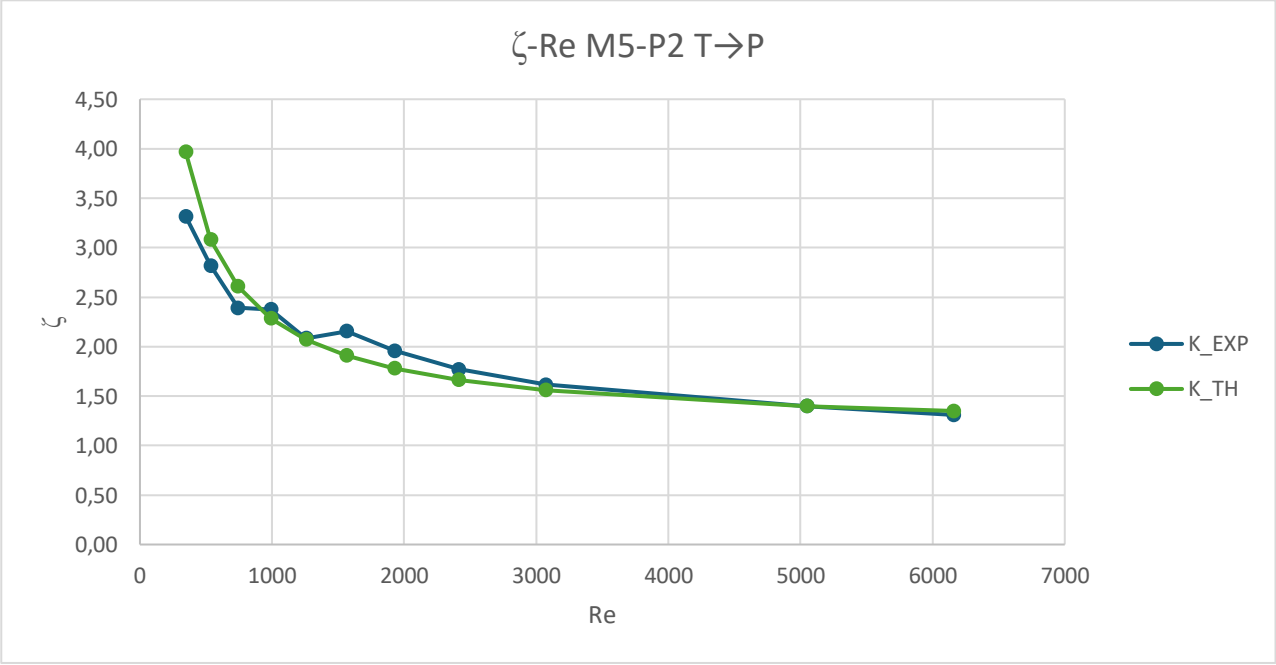


Figura 82 – Confronto tra il coefficiente di perdita sperimentale e quello previsto dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T, secondo il caso riportato nel grafico. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

Dal grafico si osserva come la nuova formulazione riproduca l'andamento generale evidenziato sperimentalmente. In particolare, alle basse portate il coefficiente ζ assume valori più elevati e presenta una maggiore variazione con il numero di Reynolds, mentre all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$ la sua diminuzione diventa progressivamente meno marcata.

La presenza del termine geometrico introdotto nella correlazione consente inoltre di utilizzare una medesima struttura matematica per le differenti dimensioni di passaggio considerate nella campagna sperimentale. Il confronto mostra quindi come la formulazione riesca a rappresentare non soltanto la tendenza complessiva di $\boldsymbol{\zeta(R_e)}$, ma anche le differenze osservate tra le configurazioni analizzate. Gli scostamenti non risultano distribuiti uniformemente lungo il campo operativo. In diverse configurazioni i valori più elevati dell'errore si concentrano nella regione intermedia del numero di Reynolds, mentre in altri casi sono presenti scostamenti significativi anche alle condizioni di Reynolds più basso. Non emerge pertanto una dipendenza monotona dell'errore dal numero di Reynolds. Oltre al coefficiente adimensionale ζ, è utile confrontare direttamente la caduta di pressione, poiché essa rappresenta la grandezza di immediato interesse nella simulazione e nel dimensionamento del circuito. A partire dal coefficiente fornito dalla nuova correlazione, la perdita localizzata viene calcolata come:

$$\boldsymbol{\Delta p_{corr} = \zeta_{corr} * \frac{\rho U^2}{2}} \quad \textbf{(130)}$$

Per ogni condizione sperimentale, il valore così ottenuto è stato confrontato con la corrispondente caduta di pressione localizzata ricavata dalle misure sperimentali.

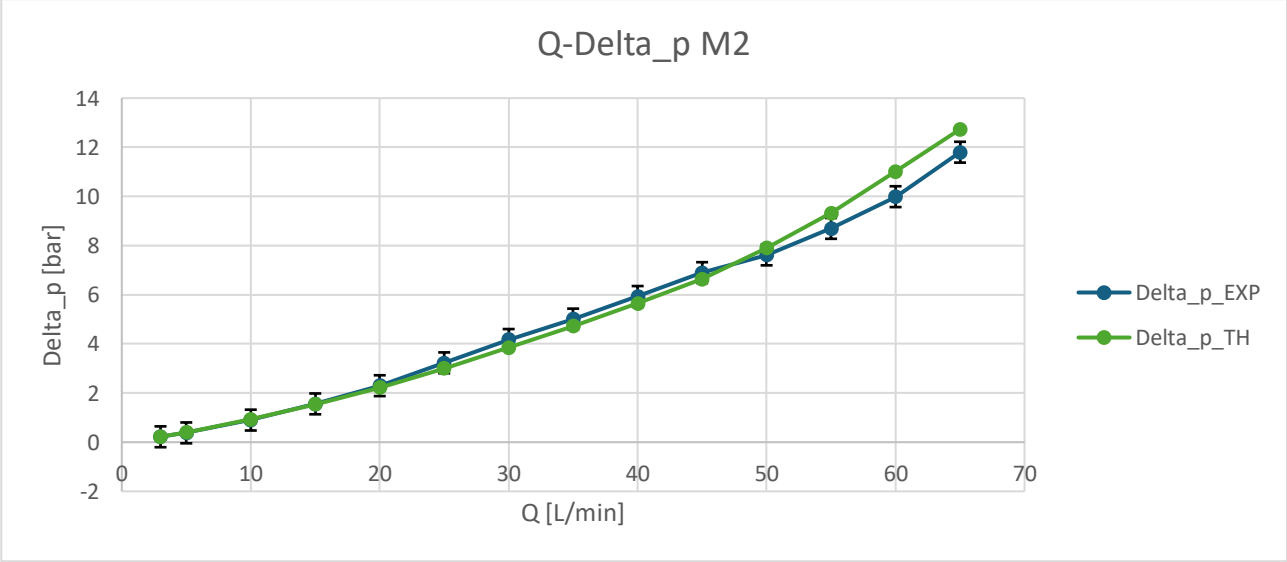


Figura 83 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla nuova correlazione per il Manifold 2. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

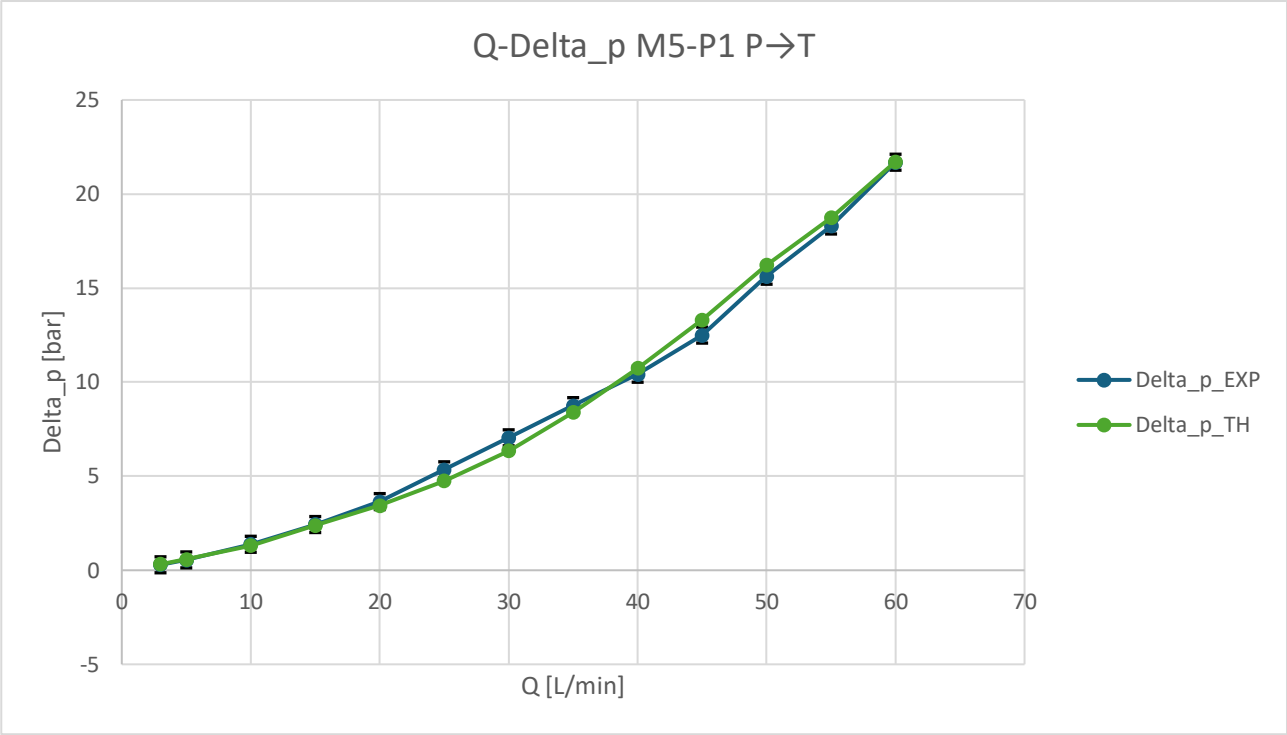


Figura 84 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

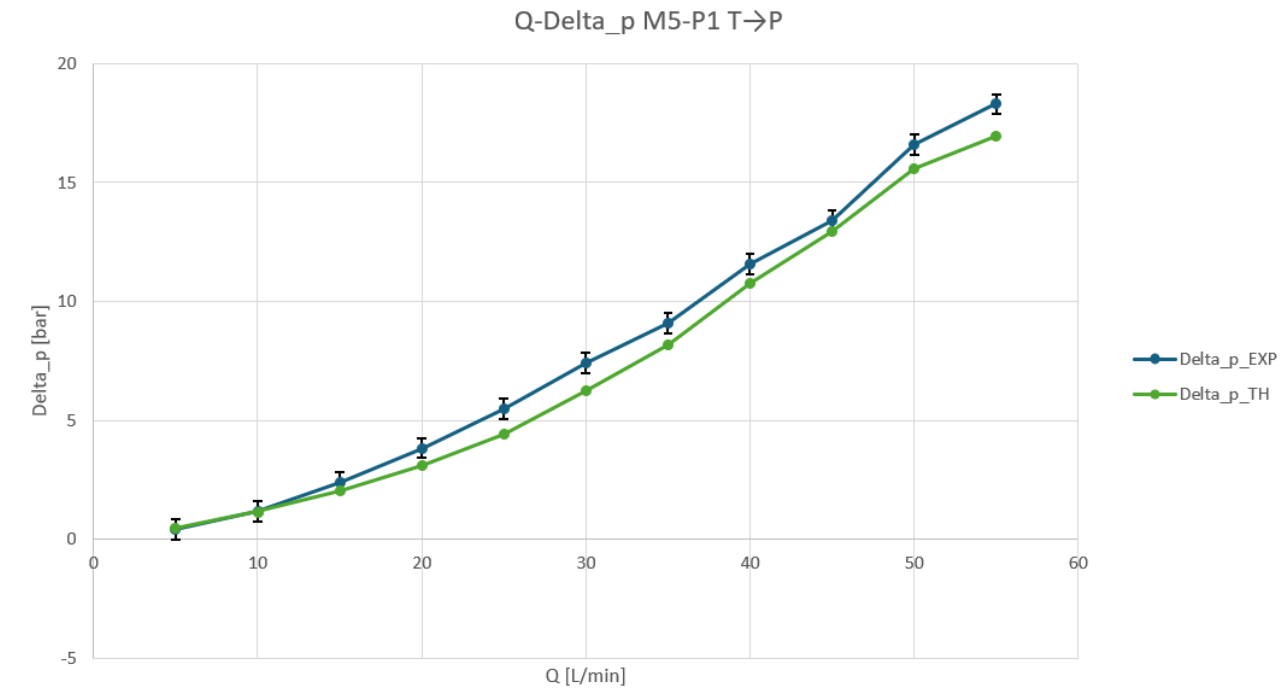


Figura 85 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

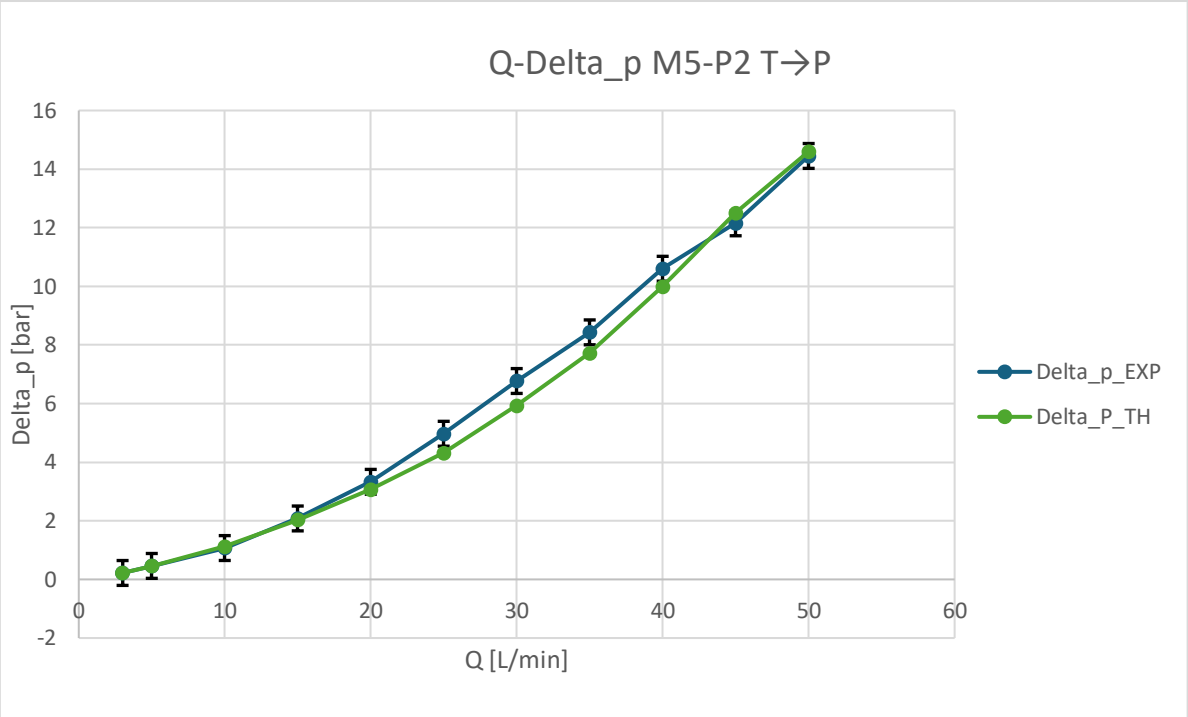


Figura 86 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

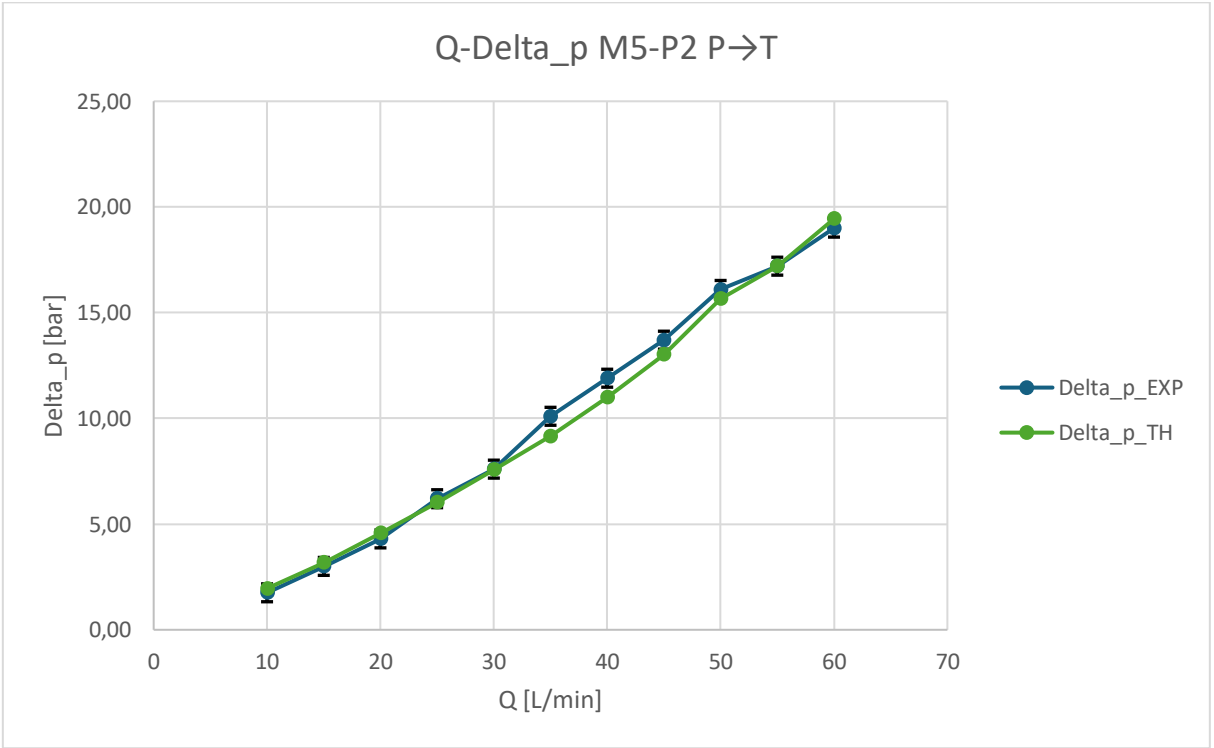


Figura 87 – Confronto tra la caduta di pressione sperimentale e quella prevista dalla nuova correlazione per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T, secondo il caso riportato nel grafico. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali.

Questo secondo confronto permette di evidenziare in maniera più immediata l'effetto della correlazione sulla previsione della perdita effettiva del componente. Come atteso, la caduta di pressione aumenta sensibilmente con la portata, nonostante il coefficiente ζ presenti contemporaneamente una diminuzione all'aumentare del numero di Reynolds. Tale comportamento deriva dal termine di pressione dinamica $\frac{\rho U^2}{2}$, che cresce quadraticamente con la velocità.

Il confronto mostra che l'andamento previsto dalla nuova formulazione segue quello rilevato sperimentalmente nell'intervallo operativo analizzato. Le differenze risultano maggiormente visibili alle condizioni di portata intermedia, mentre all'aumentare della portata le curve mostrano un andamento più regolare.

Si è calcolato per ciascun punto lo scostamento percentuale tra il valore previsto dalla nuova correlazione e quello sperimentale:

$$E_i = \left| \frac{\Delta p_{corr,i} - \Delta p_{exp,i}}{\Delta p_{exp,i}} \right| * 100 \quad (131)$$

In questo modo l'errore viene espresso direttamente in termini percentuali e permette di individuare le condizioni operative nelle quali la correlazione si discosta maggiormente dal dato misurato.

CONFIGURAZIONE	INTERVALLO Re	N. PUNTI	ERRORE MEDIO [%]	ERRORE MASSIMO [%]
Manifold 2	107 – 3619	14	5,44	10,18
M5 – P1, P→T	198 – 5994	13	5,37	11,11
M5 – P1, T→P	432 – 7970	11	10,13	20,08
M5 – P2, T→P	222 – 4535	11	5,49	13,23
M5 – P2, P→T	345 – 6158	11	4,96	11,75

Tabella 11 – Scostamenti percentuali tra nuova correlazione e dati sperimentali nelle diverse configurazioni. Fonte: elaborazione propria.

La Tabella 11 riassume gli scostamenti percentuali tra i valori sperimentali e quelli calcolati mediante la nuova correlazione per le diverse configurazioni analizzate. Considerando complessivamente i 60 punti sperimentali disponibili, si ottiene uno scostamento medio pari a circa il **6,2%**. Per quattro delle cinque configurazioni considerate l'errore medio rimane compreso tra circa il **5%** e il **5,5%,** mentre la configurazione **M5 – P1** nel verso **T→P** presenta uno scostamento medio maggiore, pari a circa il **10,1%.** Il massimo scostamento osservato nell'intero insieme di dati è pari al **20,08%** e si verifica nella medesima configurazione.

Nel complesso, i risultati mostrano quindi un accordo generalmente contenuto tra correlazione e dati sperimentali, pur evidenziando una maggiore criticità per il percorso **P1** nella direzione **T→P**. Tale

differenza suggerisce che, oltre al diametro e al numero di Reynolds, la specifica configurazione geometrica del percorso possa influenzare il comportamento della perdita localizzata.

4.4.2 CONFRONTO CON LE CORRELAZIONI DI IDEL'CHIK E AL-TAMEEMI E RICCO

Dopo aver confrontato la nuova formulazione con i dati sperimentali, è utile valutarne il comportamento rispetto alle correlazioni di letteratura considerate nei capitoli precedenti. Il confronto è stato effettuato utilizzando, per le medesime condizioni operative, il metodo di **Idel'chik** [2], la correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** [12] e la **nuova formulazione** sviluppata nel presente lavoro. Le tre formulazioni presentano caratteristiche differenti. Il metodo di **Idel'chik** fornisce, per la geometria considerata, un coefficiente di perdita sostanzialmente indipendente dal numero di Reynolds, mentre la correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** introduce esplicitamente la dipendenza. La nuova formulazione mantiene invece la dipendenza dal numero di Reynolds della correlazione di riferimento, introducendo contemporaneamente una correzione geometrica e una variazione dell'esponente di Reynolds. Per evidenziare tali differenze, i valori ottenuti mediante le tre formulazioni sono stati confrontati con i dati sperimentali rappresentando il coefficiente ζ in funzione del numero di Reynolds.

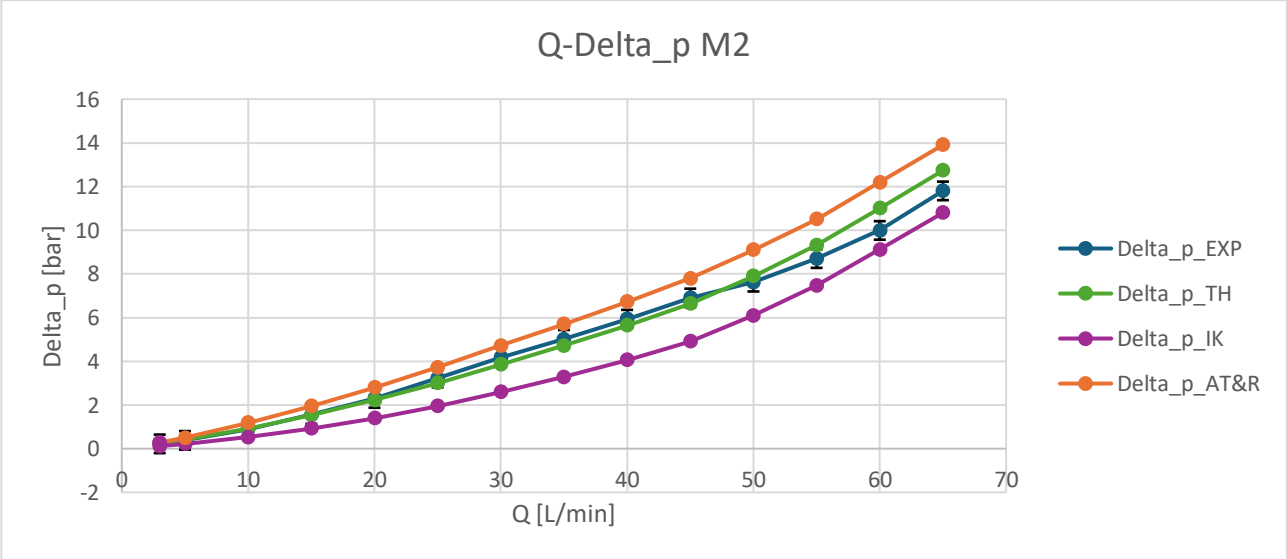


Figura 88 – Confronto della caduta di pressione per il Manifold 2 tra dati sperimentali, nuova correlazione, metodo di Idel'chik e correlazione di Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12].

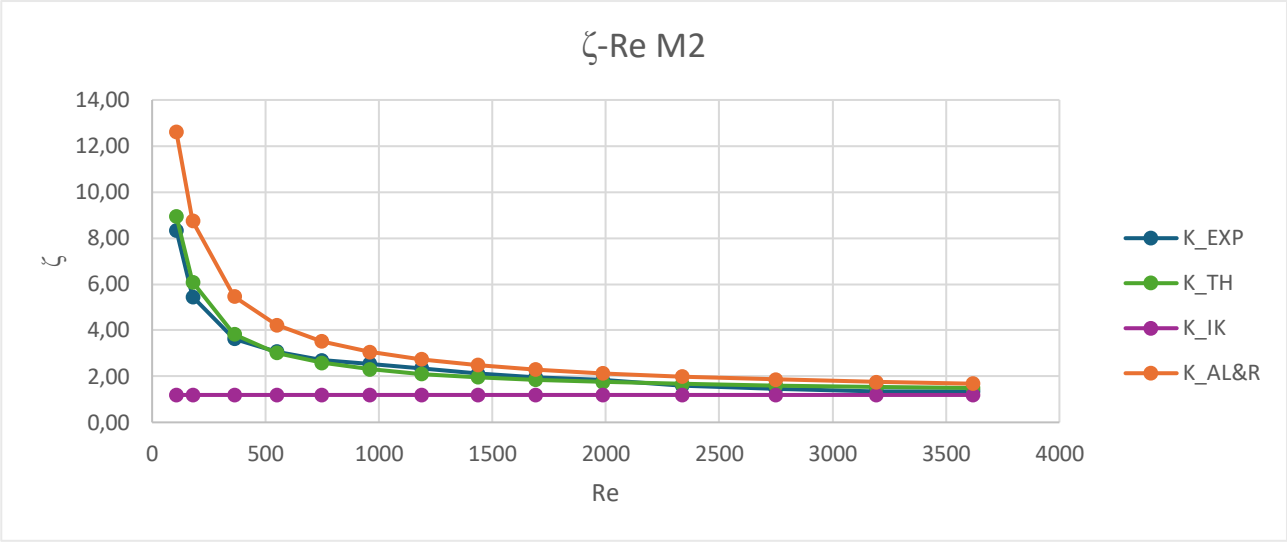


Figura 89 – Confronto del coefficiente di perdita per il Manifold 2 tra dati sperimentali, nuova correlazione, metodo di Idel'chik e correlazione di Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12].

Nel caso del **Manifold 2** risulta particolarmente evidente la differenza tra il comportamento sperimentale e una rappresentazione mediante coefficiente costante. Alle basse condizioni di Reynolds i valori sperimentali di ζ risultano sensibilmente maggiori, per poi diminuire progressivamente all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$. Il metodo di **Idel'chik** non è quindi in grado di descrivere tale variazione.La correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** riproduce invece correttamente la tendenza decrescente del coefficiente, ma presenta uno scostamento sistematico rispetto ai valori sperimentali nelle condizioni considerate. Va inoltre ricordato che la correlazione originale è dichiarata dagli autori per $\mathbf{500 \leq Re \leq 60000}$ e la sua applicazione ai punti del **Manifold 2** con $\boldsymbol{Re < 500}$ costituisce quindi un'estrapolazione al di fuori del campo sperimentale originario [12]. La correlazione proposta dagli autori e il relativo intervallo di validità sono riportati esplicitamente nel lavoro originale. La nuova formulazione segue più da vicino l'andamento dei dati utilizzati per la sua calibrazione, in particolare nella regione a basso e medio numero di Reynolds.

Lo stesso confronto può essere effettuato per le differenti configurazioni del **Manifold 5**.

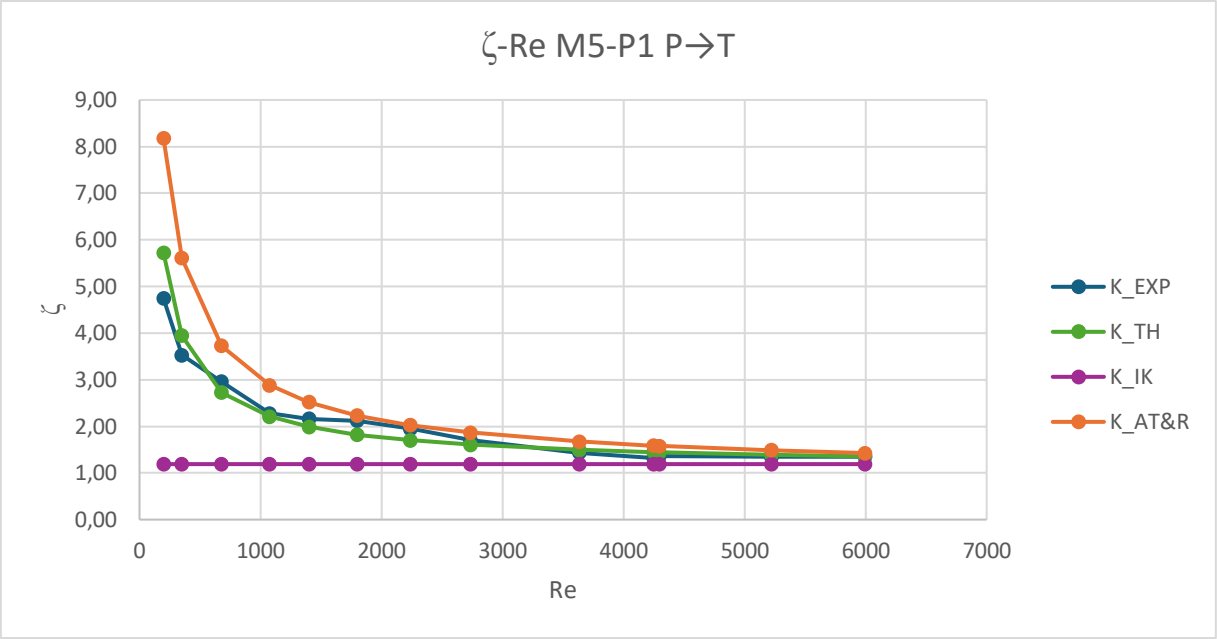


Figura 90 – Confronto del coefficiente di perdita per il Manifold 5, percorso P1 in direzione P→T, tra dati sperimentali, nuova correlazione, Idel'chik e Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12].

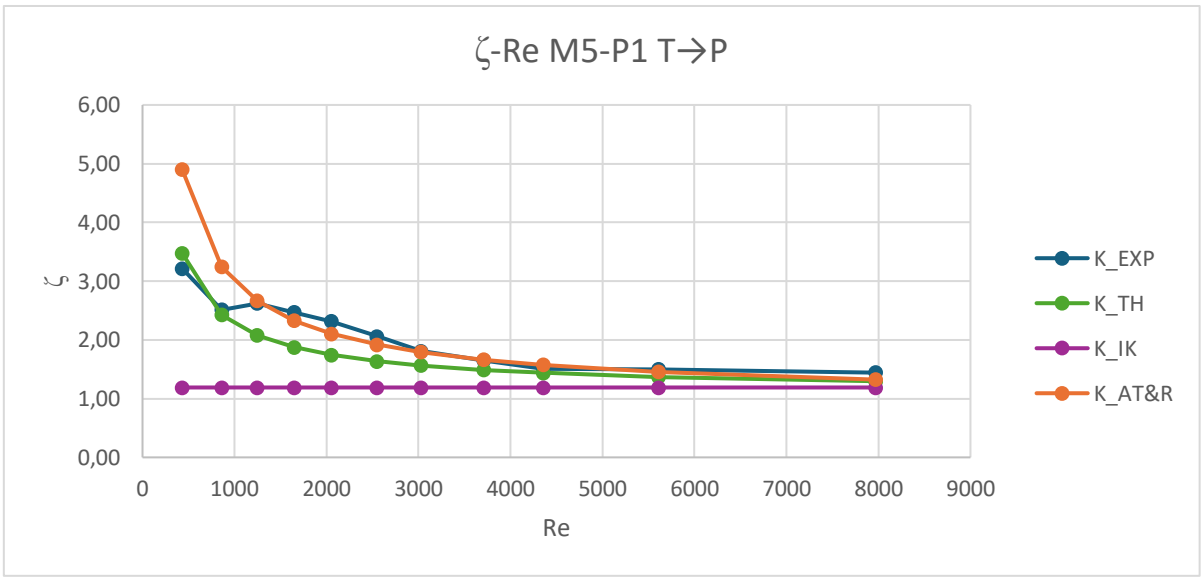


Figura 91 – Confronto del coefficiente di perdita per il Manifold 5, percorso P1 in direzione T→P, tra dati sperimentali, nuova correlazione, Idel'chik e Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12].

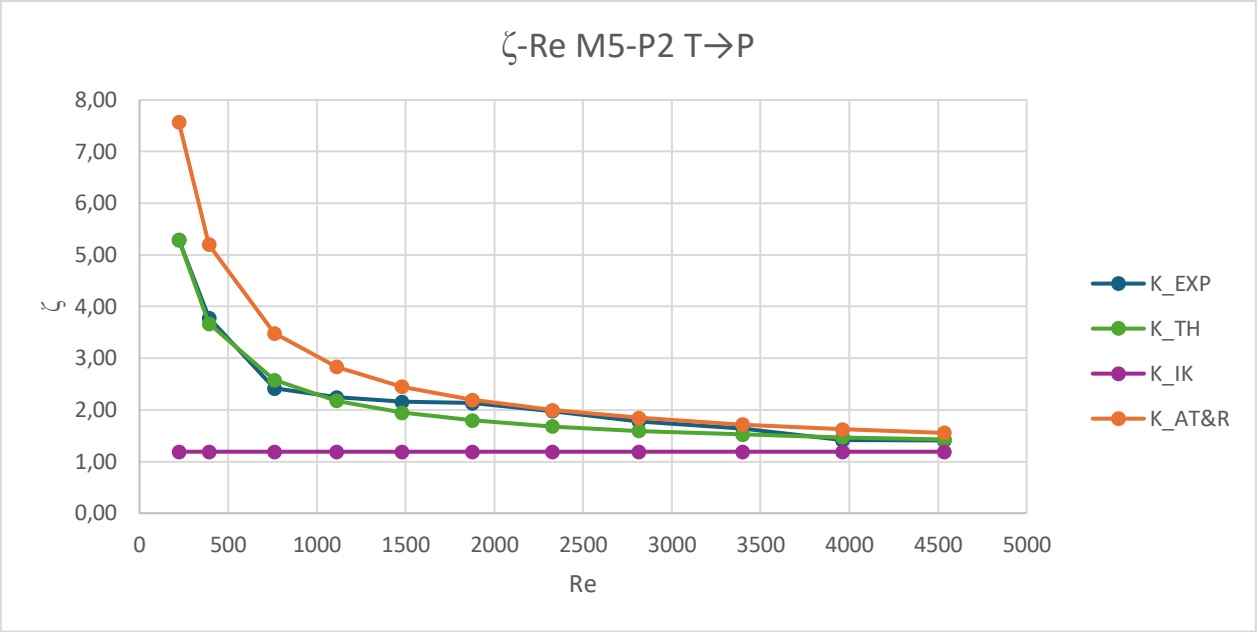


Figura 92 – Confronto del coefficiente di perdita per il Manifold 5, percorso P2 in direzione T→P, tra dati sperimentali, nuova correlazione, Idel'chik e Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12].

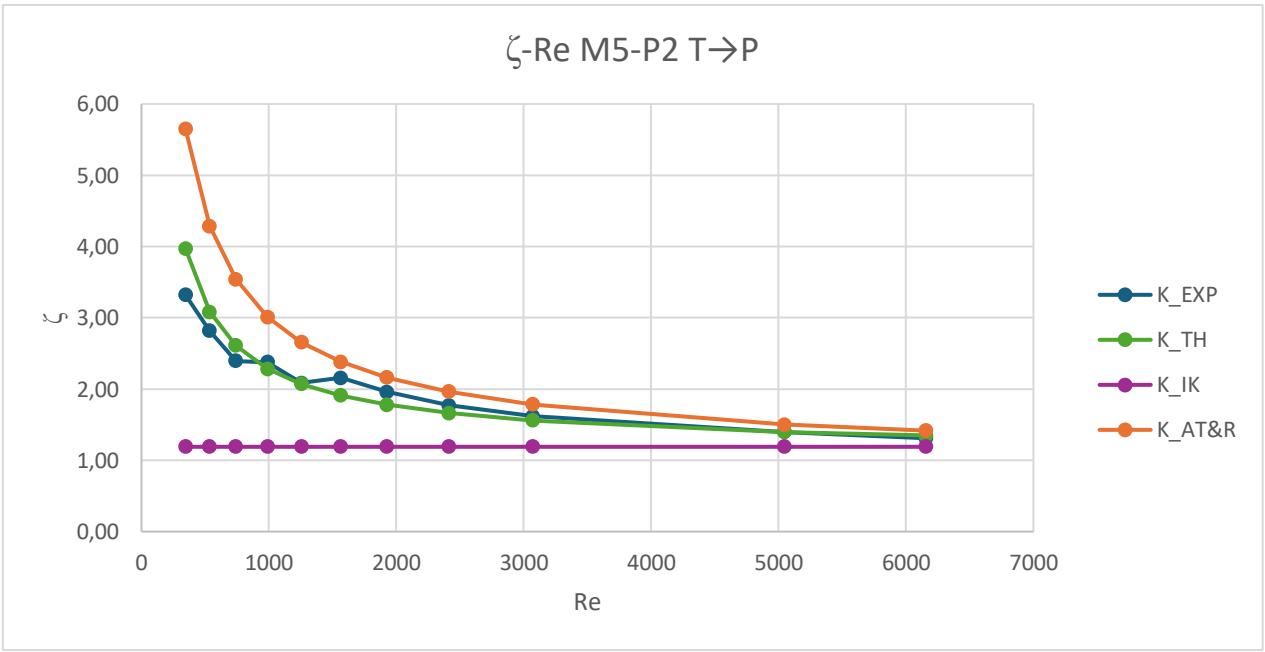


Figura 93 – Confronto del coefficiente di perdita per il Manifold 5, percorso P2 in direzione P→T, secondo il caso riportato nel grafico, tra dati sperimentali, nuova correlazione, Idel'chik e Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [12].

Anche in questo caso il coefficiente sperimentale diminuisce con l'aumento del numero di Reynolds. Le differenze tra i diversi percorsi mostrano inoltre che, a parità di impostazione generale del gomito, la specifica configurazione geometrica e la direzione del flusso possono influenzare il valore della perdita localizzata.

Per rendere più immediato il confronto, può essere riportato l'errore percentuale medio assoluto rispetto al dato sperimentale:

CONFIGURAZIONE	NUOVA CORRELAZIONE [%]	AL-TAMEEMI E RICCO [%]	IDEL'CHIK [%]
Manifold 2	**5,44**	30,16	45,63
M5 – P1, P→T	**5,37**	13,4	23,3
M5 – P1, T→P	10,13	**7,3**	28,5
M5 – P2, T→P	**5,49**	12,8	31,0
M5 – P2, P→T	**4,96**	17,9	28,8

Tabella 12 – Confronto degli scostamenti medi della nuova correlazione con Al-Tameemi e Ricco e Idel'chik. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e correlazioni [2], [12].

La nuova correlazione presenta lo scostamento medio più contenuto in quattro delle cinque configurazioni considerate, mentre nel percorso **M5 – P1, T→P** la correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** fornisce un accordo medio migliore, con uno scostamento di circa il **7.3%** rispetto al **10.1%** della nuova formulazione.

Questo risultato evidenzia che la nuova correlazione non elimina completamente l'influenza delle caratteristiche specifiche di ciascun percorso. La dipendenza adottata da **D** e $\boldsymbol{Re}$ consente di migliorare complessivamente la rappresentazione del database sperimentale, ma non descrive esplicitamente tutti i dettagli geometrici che possono differenziare una configurazione dall'altra.

Il metodo di **Idel'chik** presenta invece gli scostamenti maggiori per tutte le configurazioni considerate. Questo comportamento è coerente con la struttura del metodo, che nel caso in esame non riproduce la marcata dipendenza di ζ dal numero di Reynolds osservata sperimentalmente.

La correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** costituisce un riferimento più vicino al comportamento sperimentale, poiché introduce esplicitamente la variazione di ζ con $\boldsymbol{Re}$. Tuttavia, essa è stata ricavata utilizzando diametri pari a 11, 16 e 21 mm e nell'intervallo $\mathbf{500} \leq \boldsymbol{Re} \leq \mathbf{60000}$, condizioni differenti da quelle investigate nel presente lavoro.

Nel complesso, il confronto evidenzia quindi che l'introduzione dei termini correttivi sviluppati nel presente lavoro consente di ottenere una rappresentazione più aderente ai dati sperimentali nella maggior parte delle configurazioni, mantenendo allo stesso tempo la struttura continua rispetto al numero di Reynolds propria della correlazione di **Al-Tameemi e Ricco**.

4.4.3 CONFRONTO CON I RISULTATI CFD

Il confronto con i risultati **CFD** rappresenta l'ultimo livello di analisi della nuova correlazione. A differenza della formulazione semi-empirica, che descrive il comportamento del gomito mediante una relazione concentrata tra numero di Reynolds, geometria e coefficiente di perdita, il modello **CFD** risolve direttamente il campo tridimensionale di pressione e velocità all'interno del dominio.

Nel Capitolo 3 il modello numerico è stato confrontato con le misure sperimentali utilizzando sezioni di monitoraggio poste in posizioni coerenti con quelle considerate nell'elaborazione dei dati del banco prova. La pressione utilizzata nel confronto è stata ottenuta mediante media areale sulle sezioni di riferimento, in modo da evitare che il risultato dipendesse da valori locali particolarmente influenzati dalla struttura tridimensionale del flusso.

In questa sezione il confronto viene quindi esteso includendo anche i valori ottenuti mediante la nuova correlazione, utilizzando il dato sperimentale come riferimento comune.

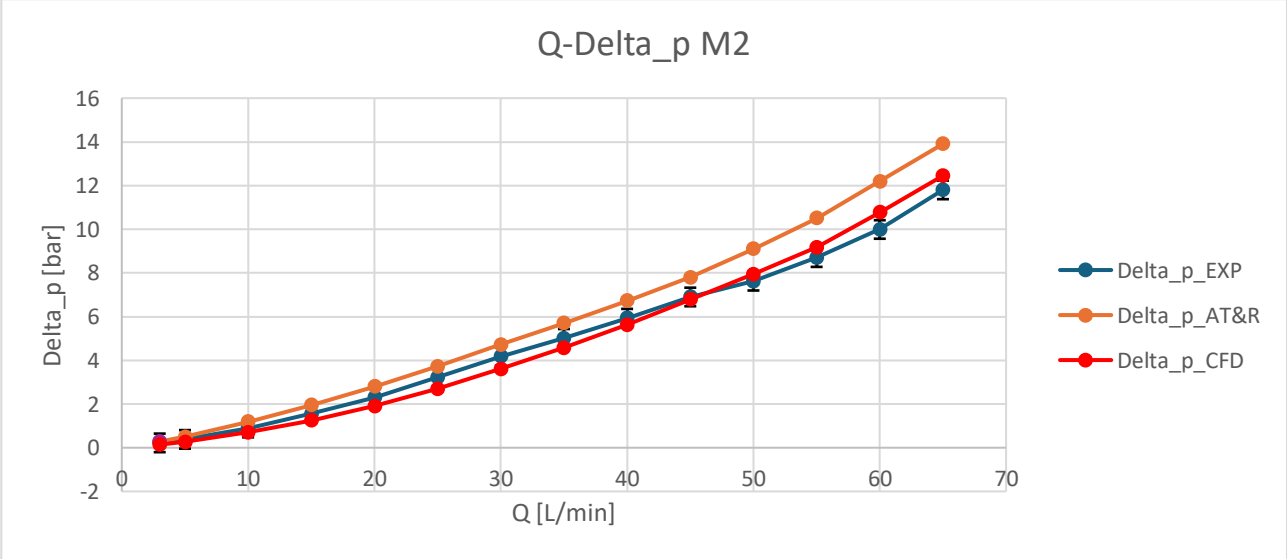


Figura 94 – Confronto della caduta di pressione per il Manifold 2 tra dati sperimentali, correlazione di Al-Tameemi e Ricco e risultati CFD. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali, correlazione [12] e risultati CFD.

La rappresentazione simultanea dei tre risultati consente di mettere in evidenza la diversa natura degli approcci utilizzati. Il dato sperimentale rappresenta il comportamento effettivamente misurato del componente; la nuova correlazione fornisce una stima immediata della perdita localizzata attraverso una relazione algebrica; la simulazione **CFD** ricostruisce invece il campo fluidodinamico tridimensionale, con un costo computazionale sensibilmente maggiore ma con la possibilità di analizzare anche i fenomeni locali di separazione e ricircolo.

Non è quindi necessario che correlazione e **CFD** forniscano valori perfettamente coincidenti tra loro. Il confronto deve piuttosto verificare se entrambi gli approcci riescano a riprodurre, entro scostamenti compatibili con le rispettive semplificazioni, l'andamento osservato sperimentalmente.

Per le configurazioni del **Manifold 5**, il confronto quantitativo può essere sintetizzato nella seguente tabella:

CONFIGURAZIONE	ERRORE MEDIO NUOVA CORRELAZIONE [%]	ERRORE MEDIO CFD [%]
M5 – P1, P→T	5,37	5,4
M5 – P1, T→P	10,13	11,5
M5 – P2, T→P	5,49	13,7
M5 – P2, P→T	4,96	10,6

Tabella 13 – Confronto degli scostamenti medi tra nuova correlazione e CFD per le configurazioni del Manifold 5. Fonte: elaborazione propria.

Nel complesso, per i 46 punti relativi al **Manifold 5**, la nuova correlazione presenta uno scostamento medio di circa 6,4%, mentre, il confronto **CFD–sperimentale** fornisce uno scostamento medio complessivo dell'ordine del 10,1%.

Questi risultati mostrano che la correlazione semi-empirica, essendo stata calibrata direttamente sui dati sperimentali, tende nel complesso a fornire un accordo più stretto con le misure rispetto al modello **CFD**. Tale risultato non deve tuttavia essere interpretato come una maggiore capacità fisica della correlazione rispetto alla **CFD**: i due strumenti hanno infatti finalità differenti.

La correlazione è stata costruita specificamente per riprodurre il database sperimentale e costituisce pertanto uno strumento rapido per la previsione della perdita di carico nel campo considerato. La **CFD**, al contrario, non è stata calibrata direttamente punto per punto sulla caduta di pressione sperimentale e utilizza un modello fisico e numerico generale per risolvere il campo di moto.

Particolarmente interessante è il caso **M5 – P1, P→T**, per il quale i due approcci presentano praticamente lo stesso scostamento medio rispetto alle misure, pari a circa il 5,4%. Nelle altre configurazioni la nuova correlazione mostra invece un accordo medio più vicino al dato sperimentale, con una differenza più evidente nei percorsi P2. Questa differenza è coerente con il diverso livello di rappresentazione dei due modelli. La correlazione concentra in un'unica relazione l'effetto globale della geometria sulla perdita, mentre il modello **CFD** è sensibile alla discretizzazione della geometria, alle condizioni al contorno, alla mesh e alla modellazione del regime di moto.

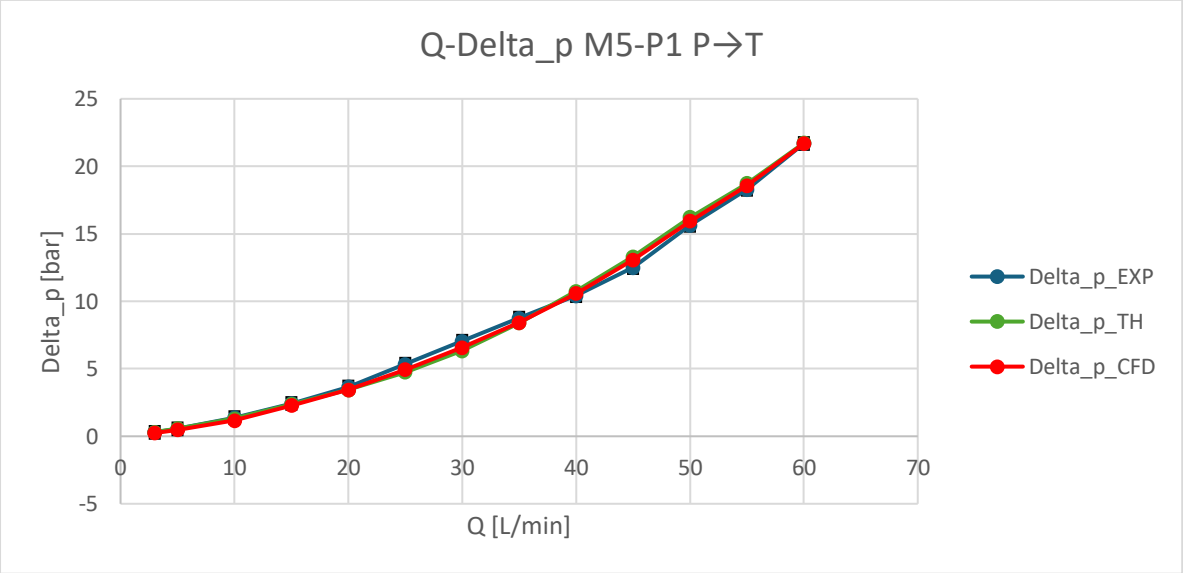


Figura 95 – Confronto della caduta di pressione tra dati sperimentali, nuova correlazione e risultati CFD per le quattro configurazioni del Manifold 5 percorso P1 direzione P → T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD.

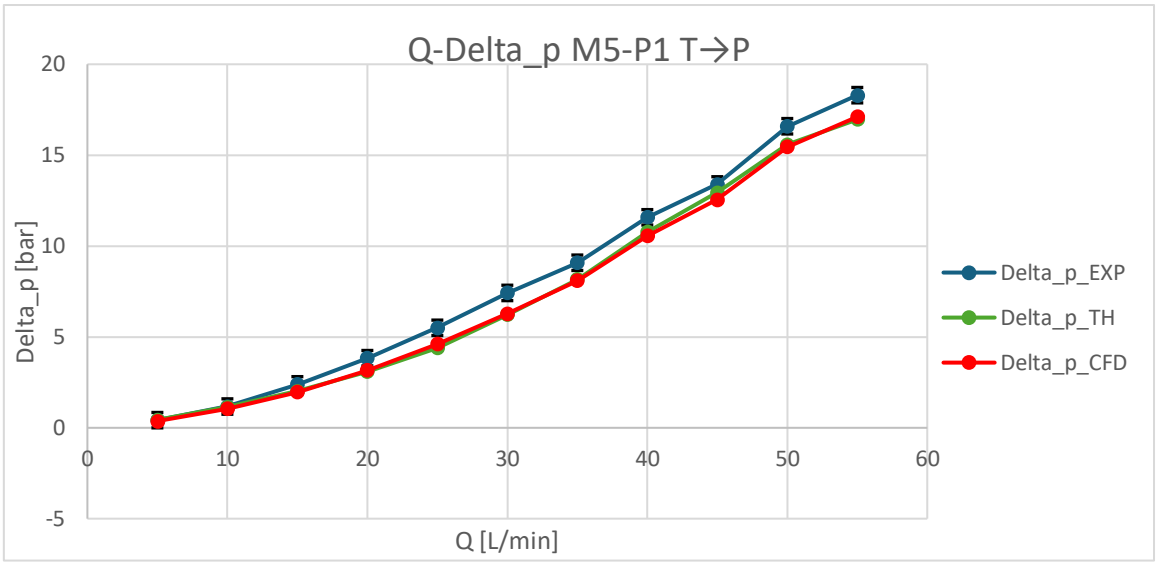


Figura 96 – Confronto della caduta di pressione tra dati sperimentali, nuova correlazione e risultati CFD per le quattro configurazioni del Manifold 5 percorso P1 direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD.

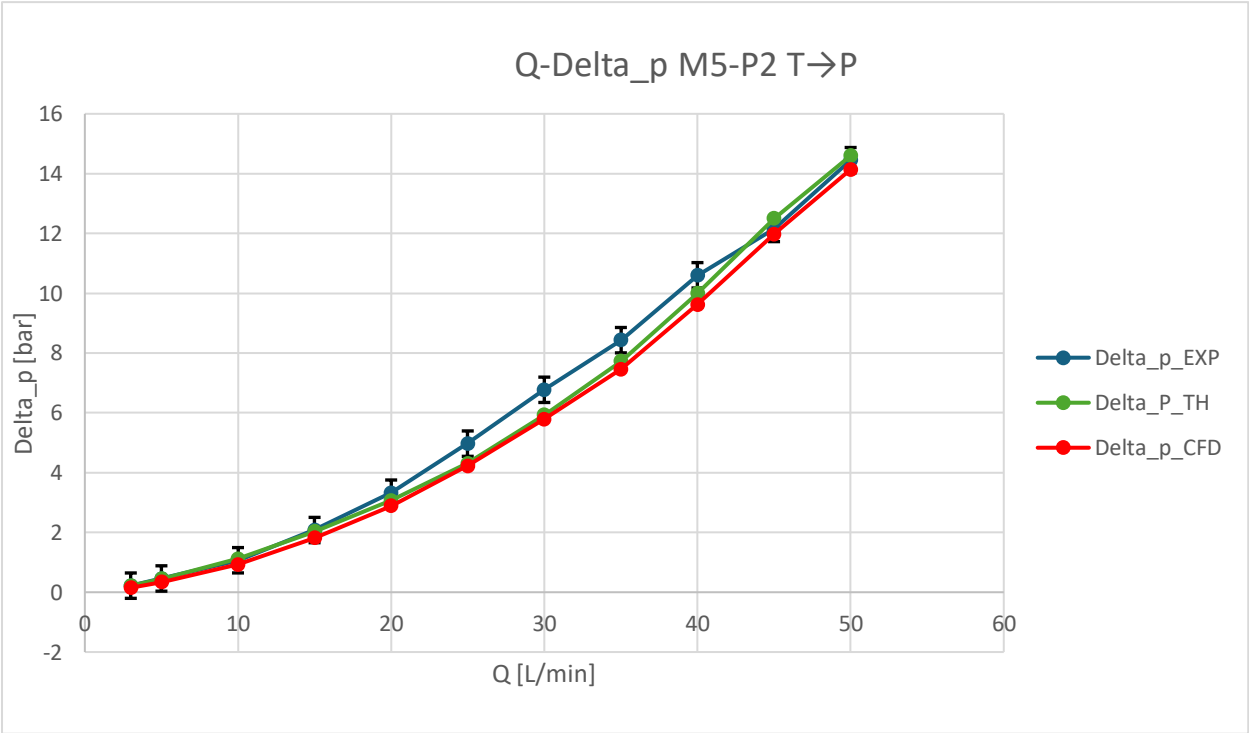


Figura 97 – Confronto della caduta di pressione tra dati sperimentali, nuova correlazione e risultati CFD per le quattro configurazioni del Manifold 5 percorso P2 direzione T→P. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD.

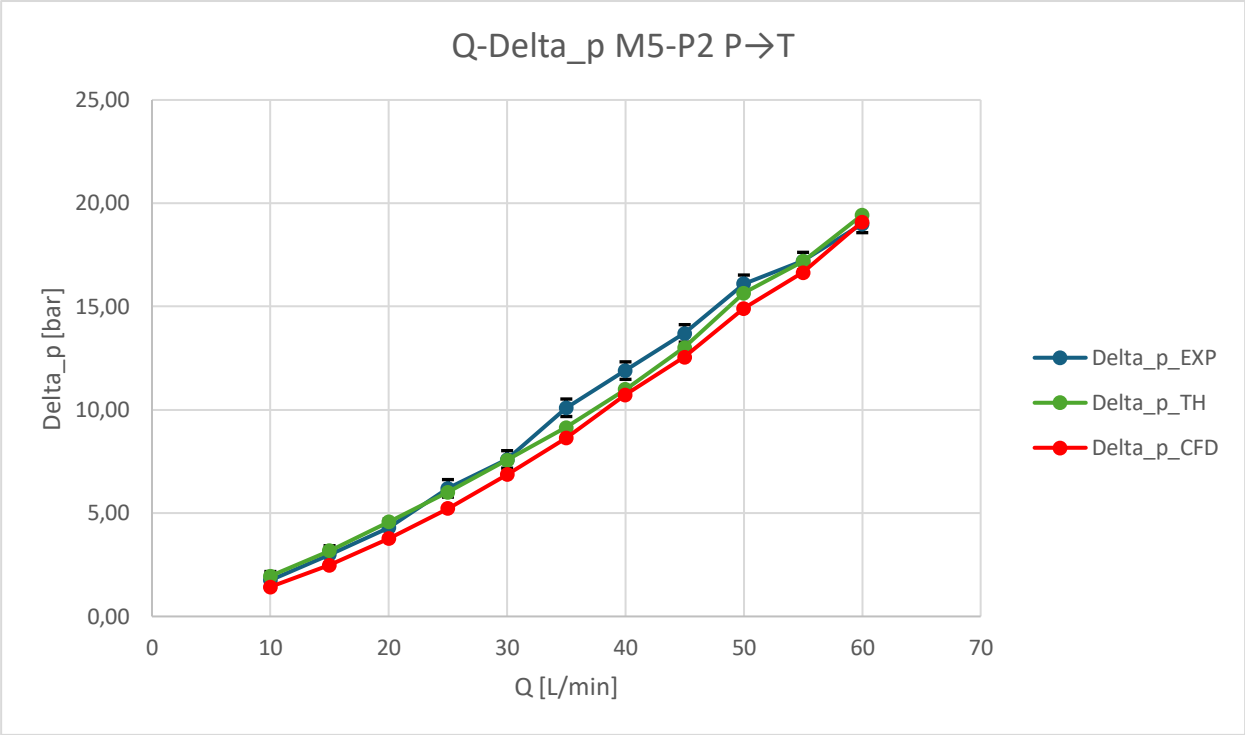


Figura 98 – Confronto della caduta di pressione tra dati sperimentali, nuova correlazione e risultati CFD per le quattro configurazioni del Manifold 5 percorso P2 direzione P→ T. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e risultati CFD.

Il confronto complessivo evidenzia quindi una coerenza tra i tre livelli di analisi adottati nel lavoro. Le prove sperimentali costituiscono il riferimento per la determinazione delle perdite effettive, la nuova correlazione ne fornisce una rappresentazione compatta e direttamente utilizzabile nei modelli a parametri concentrati, mentre la **CFD** consente di riprodurre numericamente la perdita e, contemporaneamente, di analizzare i fenomeni fluidodinamici tridimensionali responsabili della dissipazione.

La convergenza qualitativa e quantitativa dei risultati ottenuti mediante approcci differenti rafforza l'interpretazione complessiva del comportamento del gomito a spigolo vivo nel campo operativo investigato, pur mantenendo distinti il ruolo e i limiti di ciascun metodo.

4.4.4 SINTESI DEI RISULTATI E CAMPO DI APPLICABILITÀ

I confronti sviluppati nei paragrafi precedenti permettono di delineare il comportamento complessivo della nuova correlazione semi-empirica e, allo stesso tempo, di definirne i principali limiti di applicazione.

La formulazione proposta è stata sviluppata a partire dai risultati sperimentali ottenuti sui **manifold** analizzati nel presente lavoro e mantiene come riferimento la struttura della correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** [12]. L'introduzione dei termini correttivi permette di rappresentare la marcata dipendenza del coefficiente di perdita ζ dal numero di Reynolds osservata sperimentalmente e di tenere conto, attraverso il termine geometrico introdotto, delle differenti dimensioni dei passaggi considerati.

Il confronto con i dati sperimentali ha mostrato che la correlazione è in grado di riprodurre con continuità l'andamento delle perdite nell'intervallo investigato. Considerando complessivamente i 60 punti sperimentali disponibili, lo scostamento medio rispetto alle misure risulta pari a circa il **6,2%**, con differenze tra le singole configurazioni. Gli scostamenti non risultano distribuiti uniformemente lungo il campo operativo. In diverse configurazioni i valori più elevati dell'errore si concentrano nella regione intermedia del numero di Reynolds, mentre in altri casi sono presenti scostamenti significativi anche alle condizioni di Reynolds più basso. Non emerge pertanto una dipendenza monotona dell'errore dal numero di Reynolds.

Il confronto con le formulazioni di letteratura ha inoltre evidenziato che la nuova correlazione riduce lo scostamento medio rispetto ai dati sperimentali nella maggior parte delle configurazioni analizzate. Questo miglioramento è particolarmente evidente rispetto al metodo di **Idel'chik** [2], che nel caso considerato non descrive direttamente la forte variazione del coefficiente ζ con il numero di Reynolds. Rispetto alla correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** [12], le differenze risultano più contenute, in quanto entrambe le formulazioni considerano esplicitamente la dipendenza da $\boldsymbol{Re}$. È stato tuttavia osservato che, per una delle configurazioni analizzate, la correlazione originale **di Al-Tameemi e Ricco** presenta uno scostamento medio inferiore rispetto alla nuova formulazione, evidenziando come le caratteristiche specifiche del percorso possano influenzare la perdita localizzata. Anche il confronto con le simulazioni **CFD** ha mostrato una coerenza complessiva tra i differenti approcci utilizzati. La nuova correlazione fornisce una rappresentazione concentrata della perdita di pressione, adatta a essere implementata in modelli di sistema, mentre la **CFD** consente di ricostruire il campo tridimensionale e di analizzare i fenomeni locali che determinano la dissipazione. I due strumenti devono pertanto essere considerati complementari e non alternativi.

È comunque necessario sottolineare che la correlazione è stata calibrata sulle geometrie e sulle condizioni operative analizzate nel presente lavoro. Il campo sperimentale considerato comprende numeri di Reynolds indicativamente compresi $tra\ 100 \leq Re \leq 8000$ e diametri interni dell'ordine di **5–6 mm**. L'utilizzo della formulazione all'interno di tale intervallo rappresenta pertanto la condizione maggiormente supportata dai dati disponibili. L'applicazione a diametri significativamente differenti, a numeri di Reynolds esterni all'intervallo investigato o a geometrie del gomito sostanzialmente diverse richiede invece ulteriori verifiche sperimentali. In particolare, la presenza nella correlazione di un termine dipendente dal diametro non deve essere interpretata come dimostrazione della validità della stessa legge di scala per qualsiasi dimensione del condotto. Analogamente, la formulazione è stata sviluppata per **deviazioni a 90° a spigolo vivo ottenute mediante l'intersezione di condotti**, tipiche dei **manifold** oleodinamici considerati. La presenza di raggi di raccordo, differenti angoli di deviazione, sezioni non circolari o ulteriori discontinuità geometriche può modificare significativamente il comportamento fluidodinamico e richiedere una diversa caratterizzazione.

La correlazione deve quindi essere considerata come un modello semi-empirico specificamente calibrato per il campo investigato, finalizzato a fornire una stima delle perdite localizzate con un costo computazionale estremamente ridotto e con una formulazione direttamente integrabile in modelli a parametri concentrati. L'estensione del suo campo di validità potrà essere affrontata in lavori successivi mediante nuove campagne sperimentali, includendo ulteriori diametri, geometrie e condizioni operative.

CONCLUSIONI

Il presente lavoro, in conclusione, ha permesso di sviluppare e implementare una nuova correlazione semi-empirica per la stima delle perdite di carico nei gomiti a 90° a spigolo vivo presenti nei **manifold** oleodinamici. L'attività, nata nell'ambito di un tirocinio presso **SmartFluidPower** con l'obiettivo di aggiornare la libreria utilizzata in ambiente **OpenModelica**, ha integrato analisi sperimentale, confronto con la letteratura e simulazioni **CFD** tridimensionali.

La campagna sperimentale ha evidenziato una marcata dipendenza del coefficiente di perdita localizzata ζ dal numero di Reynolds. In tutte le configurazioni analizzate, ζ tende a diminuire all'aumentare di $\boldsymbol{Re}$, con una variazione più pronunciata nella parte inferiore e intermedia del campo operativo e un andamento progressivamente più regolare alle condizioni di Reynolds maggiori.

I risultati hanno inoltre mostrato che configurazioni riconducibili alla stessa tipologia generale di gomito possono presentare differenze nell'entità delle perdite in funzione dello specifico percorso e della direzione del flusso. Questo aspetto conferma che la rappresentazione del componente mediante un unico coefficiente costante non risulta sempre adeguata nel campo operativo considerato.

Il confronto con le formulazioni disponibili in letteratura ha mostrato come il metodo di **Idel'chik**, nel caso studiato, non riesca a descrivere direttamente la significativa variazione di ζ con il numero di Reynolds. La correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** riproduce invece correttamente la tendenza decrescente del coefficiente, ma presenta scostamenti rispetto ai dati sperimentali nelle geometrie e nelle condizioni operative investigate.

A partire da tali risultati è stata quindi sviluppata una nuova correlazione semi-empirica riportata nell'equazione **(117)**, mantenendo come riferimento la struttura proposta da **Al-Tameemi e Ricco** e introducendo opportuni termini correttivi determinati mediante fitting sui dati sperimentali disponibili. La relazione rappresenta il risultato complessivo dell'attività sperimentale e di fitting svolta nel presente lavoro e costituisce la formulazione implementata nel modello a parametri concentrati sviluppato in ambiente OpenModelica.

Il confronto complessivo tra i risultati sperimentali, la nuova formulazione e le principali correlazioni considerate nel lavoro è sintetizzato in Fig. 99.

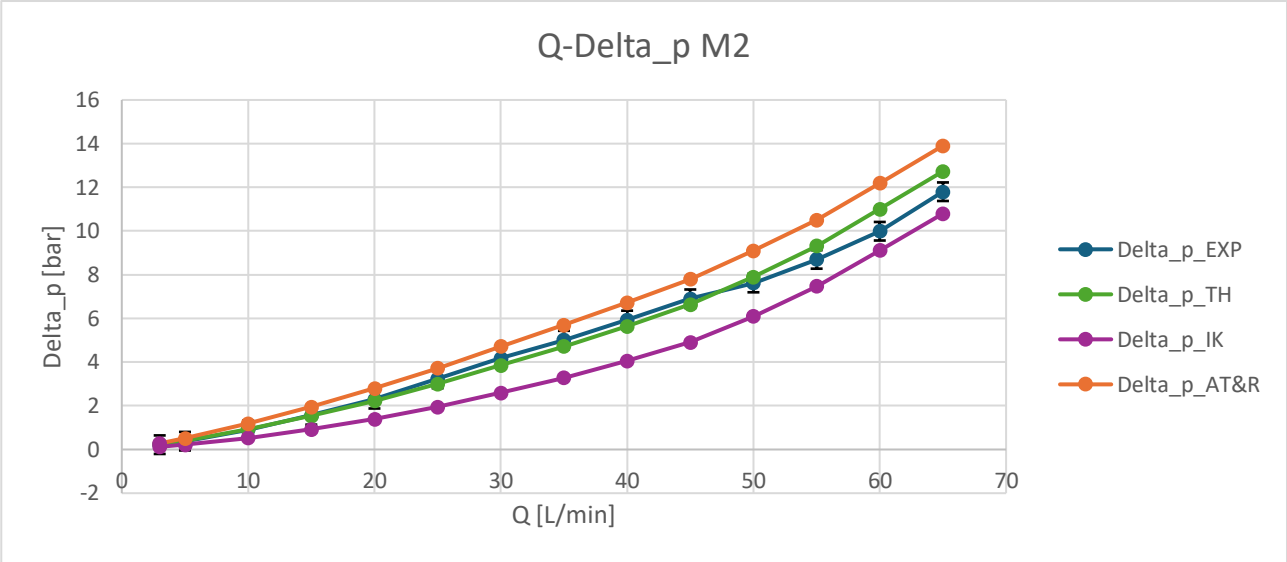


Figura 99 – Confronto complessivo della caduta di pressione per il Manifold 2 tra dati sperimentali, nuova correlazione, metodo di Idel'chik e correlazione di Al-Tameemi e Ricco. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali e riferimenti [2], [12].

La rappresentazione permette di evidenziare immediatamente la forte dipendenza di ζ dal numero di Reynolds osservata sperimentalmente. Il metodo di **Idel'chik**, nel caso analizzato, non consente di riprodurre direttamente tale variazione, mentre la correlazione di **Al-Tameemi e Ricco** segue correttamente la tendenza decrescente, pur mostrando differenze rispetto alle misure nelle condizioni operative considerate. La nuova formulazione, essendo stata calibrata sul database sperimentale disponibile, segue più da vicino l'andamento dei punti misurati.

Considerando complessivamente i **60 punti sperimentali** analizzati, lo scostamento medio assoluto tra la nuova correlazione e i dati sperimentali risulta pari a circa il **6,2%**. L'analisi separata delle differenti configurazioni ha mostrato valori medi generalmente dell'ordine del **5–5,5%,** con l'eccezione del percorso **M5–P1** nella direzione **T→P**, per il quale lo scostamento medio raggiunge circa il **10,1%.**

L'andamento dell'errore non risulta tuttavia monotono con il numero di Reynolds. In diverse configurazioni, gli scostamenti maggiori tendono a concentrarsi nella regione intermedia del campo operativo, compatibile con la zona nella quale il moto evolve da condizioni prevalentemente laminari verso condizioni progressivamente più turbolente. Tale regione risulta particolarmente complessa da rappresentare attraverso una singola relazione semi-empirica, poiché il comportamento del flusso può risultare maggiormente sensibile alle condizioni di ingresso, alle proprietà del fluido e alle perturbazioni introdotte dalla brusca deviazione della corrente. La concentrazione degli scostamenti in tale intervallo risulta quindi coerente con la maggiore complessità fluidodinamica associata alla transizione, senza tuttavia consentire di attribuire le differenze osservate a un'unica causa.

Il confronto con le formulazioni disponibili in letteratura ha mostrato che la nuova correlazione riduce complessivamente lo scostamento rispetto alle misure nella maggior parte delle configurazioni analizzate. Il miglioramento risulta particolarmente evidente rispetto al metodo di **Idel'chik**. Il confronto con **Al-Tameemi e Ricco** risulta invece più articolato: per una delle configurazioni considerate la correlazione originale presenta uno scostamento medio inferiore rispetto alla nuova formulazione. Tale risultato costituisce un'indicazione importante, poiché mostra che il comportamento della perdita non può essere ricondotto esclusivamente al numero di Reynolds e al diametro, ma può risentire anche delle caratteristiche specifiche del singolo percorso. Parallelamente all'attività sperimentale è stato sviluppato un modello **CFD** tridimensionale delle geometrie considerate. La costruzione dei domini fluidi, la generazione delle mesh, la definizione delle condizioni al contorno e la scelta dei modelli fisici hanno permesso di simulare le differenti condizioni operative investigate sperimentalmente. Lo studio di sensibilità alla griglia, il controllo dei residui e il monitoraggio delle principali grandezze hanno consentito di verificare l'affidabilità numerica delle soluzioni ottenute. La **CFD** ha inoltre consentito di andare oltre la sola determinazione della perdita globale, permettendo di osservare i campi tridimensionali di velocità e pressione e di analizzare fenomeni quali la separazione della corrente, la formazione di regioni di ricircolo e la redistribuzione del flusso successiva alla brusca deviazione imposta dal gomito.

Il confronto tra dati sperimentali, nuova correlazione e risultati **CFD** può essere sintetizzato attraverso l'andamento della caduta di pressione riportato in Fig. 100.

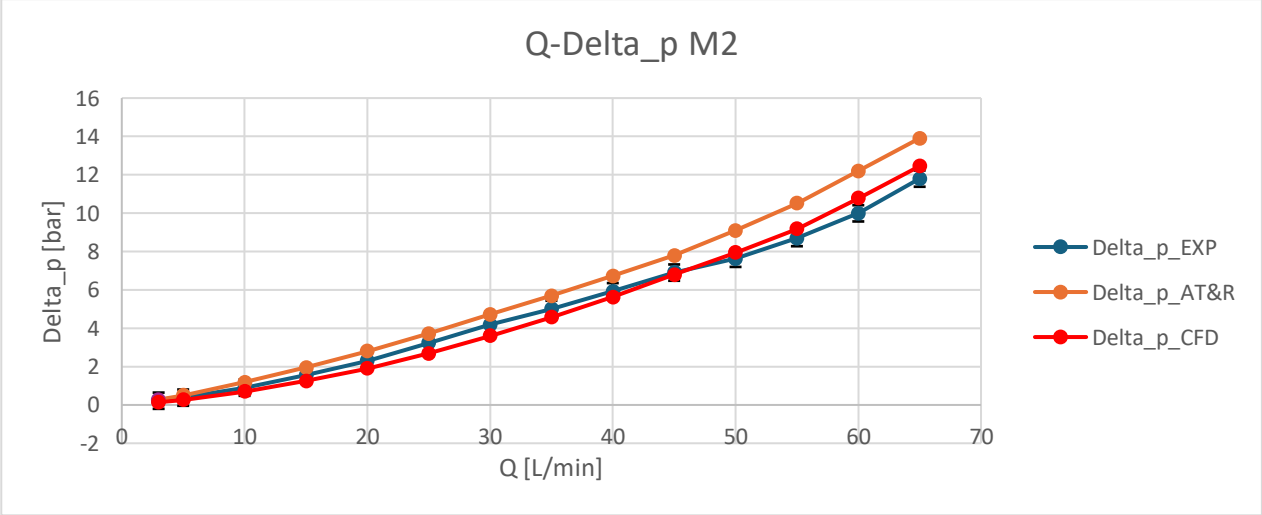


Figura 100 – Confronto della caduta di pressione per il Manifold 2 tra dati sperimentali, correlazione di Al-Tameemi e Ricco e risultati CFD. Fonte: elaborazione propria su dati sperimentali, correlazione [12] e risultati CFD.

La figura evidenzia una coerenza complessiva tra i tre differenti livelli di analisi. Per le configurazioni relative al **Manifold 5**, lo scostamento medio tra **CFD** e risultati sperimentali risulta dell'ordine del **10%**, mentre la nuova correlazione presenta, sullo stesso insieme di configurazioni, un accordo mediamente più stretto con i dati sperimentali.

Tale differenza non deve tuttavia essere interpretata come una maggiore capacità fisica della correlazione semi-empirica rispetto alla **CFD**. La formulazione proposta è stata infatti calibrata direttamente sui risultati sperimentali e ha come obiettivo principale quello di riprodurre in maniera semplice la perdita complessiva del componente. Il modello **CFD** utilizza invece un approccio generale alla soluzione del campo fluidodinamico tridimensionale e permette di ottenere informazioni locali non accessibili attraverso la correlazione concentrata. I due strumenti devono quindi essere considerati complementari.

La nuova formulazione è stata infine implementata all'interno della libreria **SmartFluidPower** in ambiente **OpenModelica** attraverso la realizzazione di un modello dedicato al gomito idraulico. Questo passaggio permette di ricondurre il lavoro all'obiettivo applicativo da cui ha avuto origine il progetto: disporre di un componente utilizzabile all'interno della simulazione a parametri concentrati di circuiti oleodinamici complessi, in grado di calcolare la perdita localizzata senza richiedere il costo computazionale associato a una simulazione **CFD** tridimensionale.

I principali risultati quantitativi ottenuti nel corso del lavoro possono essere riassunti nella Tab. 14.

GRANDEZZA / CONFRONTO	RISULTATO
Punti sperimentali considerati per il confronto con la nuova correlazione	60
Scostamento medio nuova correlazione – sperimentale	≈ **6,2%**
Scostamento medio CFD – sperimentale nel manifold 5	≈ **10,1%**
Intervallo di Reynolds investigato	Re≈100−8000
Diametri interni analizzati	circa **5–6 mm**
Geometria principale studiata	gomito a 90° a spigolo vivo

Tabella 14 – Sintesi dei principali risultati quantitativi ottenuti nel presente lavoro. Fonte: elaborazione propria.

La formulazione sviluppata presenta tuttavia alcuni limiti che devono essere considerati nella sua applicazione. Essa è stata ottenuta e calibrata su un insieme specifico di geometrie, caratterizzate da diametri interni dell'ordine di **5–6 mm** e da numeri di Reynolds compresi indicativamente tra 100 e 8000. L'applicazione a diametri significativamente differenti, a valori di Reynolds esterni

all'intervallo investigato o a geometrie diverse da quelle considerate non può pertanto essere assunta come valida senza ulteriori verifiche.

In particolare, la presenza nella correlazione di un termine dipendente dal diametro non implica che la stessa legge di scala possa essere estesa indiscriminatamente a qualsiasi dimensione del condotto. Analogamente, l'introduzione di raggi di raccordo, angoli di deviazione differenti da 90°, sezioni non circolari o ulteriori discontinuità geometriche può modificare in maniera significativa il comportamento delle perdite localizzate.

Un ulteriore limite deriva dal fatto che i dati utilizzati per valutare la nuova formulazione sono stati impiegati, almeno in parte, anche nella determinazione dei coefficienti della stessa. Il confronto presentato deve quindi essere interpretato principalmente come una valutazione della capacità della correlazione di rappresentare il database sperimentale utilizzato per la calibrazione. Una validazione completamente indipendente richiederebbe l'utilizzo di nuove geometrie e condizioni operative non considerate durante la fase di fitting.

Gli sviluppi futuri del lavoro potranno pertanto essere orientati, in primo luogo, all'estensione della campagna sperimentale, introducendo ulteriori diametri e differenti configurazioni geometriche. Sarebbe inoltre utile verificare la formulazione su **manifold** non utilizzati durante la fase di calibrazione, così da valutarne in maniera indipendente la capacità predittiva e definire con maggiore precisione i limiti del relativo campo di applicabilità.

Particolare attenzione potrebbe essere dedicata alla regione intermedia e di transizione del moto, nella quale sono stati osservati alcuni degli scostamenti più significativi. L'acquisizione di un numero maggiore di punti sperimentali in tale intervallo, accompagnata da ulteriori simulazioni **CFD**, consentirebbe di analizzare con maggiore dettaglio l'evoluzione del flusso e di valutare l'eventuale necessità di ulteriori affinamenti della correlazione.

Un ulteriore sviluppo riguarda l'estensione dell'analisi a **numeri di Reynolds più elevati**. Nel presente lavoro il campo numerico investigato è stato condizionato anche dalle risorse computazionali disponibili e dal costo associato alle simulazioni **CFD**. L'impiego futuro di una maggiore potenza di calcolo permetterebbe di estendere le simulazioni verso condizioni maggiormente turbolente, verificando l'evoluzione delle perdite e il comportamento della nuova correlazione oltre l'intervallo attualmente analizzato. Tale attività consentirebbe inoltre di valutare se, all'aumentare del numero di Reynolds, il coefficiente di perdita tenda effettivamente verso un comportamento asintotico e se la formulazione sviluppata mantenga una capacità predittiva adeguata anche in tale regione.

Un altro possibile sviluppo riguarda l'applicazione della correlazione a configurazioni geometriche più complesse rispetto al singolo gomito studiato nella presente tesi. Nei manifold oleodinamici reali sono infatti frequenti percorsi costituiti da **due gomiti consecutivi**, nei quali il campo di moto

generato dalla prima deviazione può non essersi completamente ristabilito prima di raggiungere la seconda. In tali condizioni l'interazione tra le due singolarità può modificare la perdita complessiva rispetto alla semplice somma delle perdite associate a due gomiti indipendenti.

Sarebbe quindi interessante sviluppare una nuova campagna sperimentale e **CFD** dedicata ai **doppi gomiti**, valutando l'influenza della distanza tra le due deviazioni, del loro orientamento reciproco e del numero di Reynolds. Tale analisi permetterebbe di verificare se la correlazione sviluppata nel presente lavoro possa essere estesa direttamente a queste configurazioni o se sia necessario introdurre ulteriori termini correttivi.

Più in generale, l'ampliamento del database sperimentale e numerico permetterebbe di verificare con maggiore robustezza la capacità della formulazione di rappresentare geometrie e condizioni operative differenti da quelle utilizzate durante il fitting, aumentando progressivamente il relativo campo di applicabilità.

Nel complesso, il lavoro svolto ha permesso di costruire un percorso integrato che, partendo da una necessità concreta emersa durante il tirocinio presso **SmartFluidPower**, ha combinato **analisi della letteratura, sperimentazione, modellazione semi-empirica, simulazione CFD e implementazione in OpenModelica**. Il risultato finale è una formulazione compatta per la stima delle perdite di carico nei gomiti a 90° a spigolo vivo analizzati, accompagnata dalla sua integrazione in uno strumento per la simulazione a livello di sistema e da una caratterizzazione dei principali limiti del campo di applicabilità.

BIBLIOGRAFIA

[1] F. M. White, Fluid Mechanics, 8th ed. New York, NY, USA: McGraw-Hill Education, 2016.

[2] I. E. Idelchik, Handbook of Hydraulic Resistance, 3rd ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 1994.

[3] A. Bejan, Entropy Generation through Heat and Fluid Flow. New York, NY, USA: Wiley, 1982.

[4] O. Reynolds, “An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels,” Philosophical Transactions of the Royal Society of London, vol. 174, pp. 935–982, 1883, doi: 10.1098/rstl.1883.0029.

[5] S. B. Pope, Turbulent Flows. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 2000.

[6] H. Schlichting and K. Gersten, Boundary-Layer Theory, 9th ed. Berlin, Germany: Springer, 2017.

[7] C. F. Colebrook, “Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws,” Journal of the Institution of Civil Engineers, vol. 11, no. 4, pp. 133–156, 1939, doi: 10.1680/ijoti.1939.13150.

[8] L. F. Moody, “Friction factors for pipe flow,” Transactions of the ASME, vol. 66, no. 8, pp. 671–678, 1944, doi: 10.1115/1.4018140.

[9] Crane Co., Flow of Fluids Through Valves, Pipes, Pumps and Fittings, Technical Paper No. 410, 80th Anniversary ed., 2022.

[10] W. R. Dean, “Note on the motion of fluid in a curved pipe,” Philosophical Magazine, vol. 4, no. 20, pp. 208–223, 1927, doi: 10.1080/14786440708564324.

[11] C. E. Brennen, Cavitation and Bubble Dynamics. New York, NY, USA: Oxford University Press, 1995.

[12] W. T. M. Al-Tameemi and P. Ricco, “Pressure-loss coefficient of 90 deg sharp-angled miter elbows,” Journal of Fluids Engineering, vol. 140, no. 6, Art. no. 061102, 2018, doi: 10.1115/1.4038986.

[13] Casappa S.p.A., “PLATA LVP: Variable-displacement axial-piston pumps,” product catalogue, ed. LVP 04 T C, May 2023. [Online]. Available: https://www.casappa.com/en/c/products/9/variable-displacement/ [Accessed: Aug. 2, 2026].

[14] Casappa S.p.A., “POLARIS PL: Aluminium-body hydraulic gear pumps and motors,” product catalogue, ed. PL 06 T A, Feb. 2024. [Online]. Available: https://www.casappa.com/en/c/products/4/aluminium-body/ [Accessed: Aug. 2, 2026].

[15] Trafag AG, “NAT 8252 Industrial Pressure Transmitter,” data sheet H72303. [Online]. Available: https://www.trafag.com/it-it/nat-8252-trasmettitore-di-pressione-industriale/ [Accessed: Aug. 2, 2026].

[16] Hydrotechnik GmbH, “MultiSystem 5060 Plus,” technical data sheet. [Online]. Available: https://www.hydrotechnik.com/en/service/download-center [Accessed: Aug. 2, 2026].

[17] Hydrotechnik GmbH, “HySense QT 100/QT 110 flow-rate measuring turbines,” product documentation. [Online]. Available: https://www.hydrotechnik.com/en/service/download-center [Accessed: Aug. 2, 2026].

[18] Joint Committee for Guides in Metrology, Evaluation of Measurement Data—Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, JCGM 100:2008, 2008.

[19] Measurement of Fluid Flow—Procedures for the Evaluation of Uncertainties, ISO 5168:2005, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 2005.

[20] Industrial Liquid Lubricants—ISO Viscosity Classification, ISO 3448:1992, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, 1992.

[21] National Instruments, “cRIO-9057 specifications.” [Online]. Available: https://www.ni.com/it-it/shop/model/crio-9057.html [Accessed: Aug. 2, 2026].

[22] National Instruments, “Using the LabVIEW Shared Variable,” Jun. 26, 2026. [Online]. Available: https://www.ni.com/en/support/documentation/supplemental/06/using-the-labview-shared-variable.html [Accessed: Aug. 2, 2026].

[23] National Instruments, “Producer/Consumer Architecture in LabVIEW,” Jul. 14, 2026. [Online]. Available: https://www.ni.com/en/support/documentation/supplemental/21/producer-consumer-architecture-in-labview0.html [Accessed: Aug. 2, 2026].

[24] Standard Practice for Viscosity-Temperature Equations and Charts for Liquid Petroleum or Hydrocarbon Products, ASTM D341-20 (Reapproved 2025), ASTM International, West Conshohocken, PA, USA, 2025.

[25] B. S. Petukhov, “Heat transfer and friction in turbulent pipe flow with variable physical properties,” Advances in Heat Transfer, vol. 6, pp. 503–564, 1970, doi: 10.1016/S0065-2717(08)70153-9.

[26] S. S. Mehendale, A. M. Jacobi, and R. K. Shah, “Fluid flow and heat transfer at micro- and meso-scales with application to heat exchanger design,” Applied Mechanics Reviews, vol. 53, no. 7, pp. 175–193, 2000, doi: 10.1115/1.3097347.

[27] S. G. Kandlikar, D. Schmitt, A. L. Carrano, and J. B. Taylor, “Characterization of surface roughness effects on pressure drop in single-phase flow in minichannels,” Physics of Fluids, vol. 17, no. 10, Art. no. 100606, 2005, doi: 10.1063/1.1896985.

[28] G. L. Morini, “Single-phase convective heat transfer in microchannels: A review of experimental results,” International Journal of Thermal Sciences, vol. 43, no. 7, pp. 631–651, 2004, doi: 10.1016/j.ijthermalsci.2004.01.003.

[29] Open Source Modelica Consortium, OpenModelica User’s Guide, release 1.27.0, 2026. [Online]. Available: https://openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/1.27/ [Accessed: Aug. 2, 2026].

[30] Modelica Association, Modelica Language Specification, ver. 3.6, Mar. 9, 2023. [Online]. Available: https://specification.modelica.org/maint/3.6/MLS.html [Accessed: Aug. 2, 2026].

[31] SmartFluidPower, SFPLibDyn Official Guide, 2026. [Online]. Available: https://www.smartfluidpower.it/ [Accessed: Aug. 2, 2026].

[32] Standard for Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer, ASME V&V 20-2009 (R2021), American Society of Mechanical Engineers, New York, NY, USA, 2021.

[33] H. G. Weller, G. Tabor, H. Jasak, and C. Fureby, “A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques,” Computers in Physics, vol. 12, no. 6, pp. 620–631, 1998, doi: 10.1063/1.16874.

[34] F. R. Menter, “Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications,” AIAA Journal, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605, Aug. 1994, doi: 10.2514/3.12149.