



UNIMORE

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI
MODENA E REGGIO EMILIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA "ENZO FERRARI"

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA DEL VEICOLO

**MODELLAZIONE 1D E OTTIMIZZAZIONE
TERMO-FLUIDODINAMICA DI UN
DISSIPATORE DI CALORE PER
APPLICAZIONI SPAZIALI**

RELATORE:

Prof. Ing. Alberto Muscio

LAUREANDO:

Matteo Inguaggiato

CORRELATORE:

Ing. Riccardo Corsini

ANNO ACCADEMICO 2025 - 2026

Indice

1	Introduzione	1
2	Descrizione del circuito di raffreddamento	3
2.1	Panoramica del sistema e contesto applicativo	3
2.2	Componenti principali	4
2.2.1	Dissipatore di calore	5
2.2.2	Chiller	6
2.2.3	Foglio d'interfaccia termica	7
2.2.4	Fluido di raffreddamento	8
2.3	Interfacce e accoppiamenti del sistema	10
2.4	Vincoli di progetto e condizioni operative	12
3	Modellazione Termo-Fluidodinamica 1D del circuito	13
3.1	Introduzione al modello monodimensionale	13
3.1.1	Ipotesi semplificative del modello	13
3.1.2	Obiettivi del modello	14
3.1.3	Strumento di calcolo impiegato	16
3.1.4	Struttura iterativa del modello accoppiato	16
3.2	Richiami di fluidodinamica e scambio termico	19
3.2.1	Regimi di moto e numero di Reynolds	19
3.2.2	Perdite di carico distribuite	21
3.2.3	Perdite di carico concentrate	22
3.2.4	Perdite di carico totali	23
3.2.5	Fluidodinamica nei condotti curvi: il numero di Dean e l'in- sorgenza dei flussi secondari	24
3.2.6	Conduzione termica	25
3.2.7	Convezione termica	28

3.2.8	Parametri adimensionali per lo scambio termico convettivo: il numero di Prandtl e il numero di Nusselt	30
3.3	Calcolo del regime di moto nel circuito	31
3.3.1	Proprietà del fluido di raffreddamento	32
3.3.2	Portata operativa e velocità nel circuito	33
3.3.3	Determinazione del numero di Reynolds e del regime di moto .	35
3.4	Calcolo delle perdite di carico	37
3.4.1	Calcolo delle perdite di carico distribuite	37
3.4.2	Calcolo delle perdite di carico concentrate	39
3.4.3	Calcolo della perdita di carico totale e ripartizione dei contributi	41
3.5	Il modello a resistenze termiche in serie	43
3.5.1	Schema del circuito termico equivalente	43
3.5.2	Calcolo della resistenza del foglio d'interfaccia in grafite	45
3.5.3	Calcolo della resistenza del guscio in acciaio	47
3.5.4	Calcolo del numero di Nusselt tramite simulazione CFD	49
3.5.5	Calcolo della resistenza convettiva	54
3.5.6	Calcolo della resistenza complessiva e ripartizione dei contributi	55
3.6	Bilancio termico e calcolo della temperatura del fluido	56
3.6.1	Potenza termica complessiva da smaltire: il contributo della dissipazione viscosa	56
3.6.2	Calcolo della temperatura media del fluido e delle temperature alle interfacce	58
3.6.3	Calcolo della temperatura d'ingresso e di uscita del fluido dal dissipatore	59
3.7	Risultati del modello 1D, confronto e limiti	60
4	Analisi di sensibilità	62
4.1	Richiami teorici sul Design of Experiments (DOE)	62
4.1.1	Variabili di ingresso, variabili di risposta e spazio di progetto .	63
4.1.2	Design fattoriali completi e design a un fattore alla volta (OAT)	64
4.1.3	La metodologia delle superfici di risposta (RSM)	66
4.1.4	Applicazione dei principi del DOE al caso in esame	67
4.2	Definizione del piano sperimentale	68
4.2.1	Temperatura di riferimento e proprietà del fluido	68
4.2.2	Scelta dei parametri adimensionali	69
4.2.3	Range di variazione e livelli esplorati	70
4.3	Setup delle simulazioni CFD e delle relazioni analitiche	72

4.3.1	Simulazione CFD per il calcolo del coefficiente K	72
4.3.2	Simulazione CFD per il calcolo del numero di Nusselt	77
4.3.3	Relazioni analitiche per il calcolo della potenza dissipata per attrito viscoso	80
4.3.4	Relazioni analitiche di riferimento per il tubo dritto	81
4.4	Analisi di sensibilità OAT	82
4.4.1	Sensibilità del coefficiente di perdita K	83
4.4.2	Sensibilità del numero di Nusselt	87
4.4.3	Sensibilità della potenza dissipata per attrito viscoso	90
4.5	Costruzione delle superfici di risposta	93
4.5.1	Risultati nei punti d'angolo	94
4.5.2	Metodologia di costruzione delle superfici di risposta	96
4.5.3	Superficie di risposta di K	96
4.5.4	Superficie di risposta di Nusselt	98
4.5.5	Superficie di risposta della potenza dissipata per attrito	100
4.5.6	Verifica delle superfici di risposta	102
4.6	I limiti dell'analisi di sensibilità	103
5	Ottimizzazione del sistema	105
5.1	Formulazione del problema	105
5.2	Comportamento di Nu e K nel dominio	106
5.3	Verifica della direzione di miglioramento	108
6	Conclusioni e sviluppi futuri	110
	Bibliografia	112

Elenco delle figure

2.1	Architettura del sistema	4
2.2	Dissipatore di calore e serpentina interna	5
2.3	Curva caratteristica della pompa	6
2.4	Andamento della densità con la temperatura	9
2.5	Andamento del calore specifico con la temperatura	9
2.6	Andamento della viscosità cinematica con la temperatura	9
2.7	Accoppiamenti meccanici	10
2.8	Accoppiamento termico	11
2.9	Accoppiamenti fluidici	11
3.1	Schema del processo iterativo	18
3.2	Regime laminare	19
3.3	Regime turbolento	19
3.4	Diagramma di Moody	22
3.5	Vortici di Dean	24
3.6	Conducibilità termica dei materiali	26
3.7	Parete piana	27
3.8	Cilindro cavo	27
3.9	Convezione forzata e libera	28
3.10	Strato limite fluidodinamico e termico	29
3.11	Schema riassuntivo regime del fluido	36
3.12	Grafici a torta delle perdite di carico	42
3.13	Resistenze termiche in serie	45
3.14	Geometria ridotta della serpentina per il calcolo di Nu	49
3.15	Parametri della mesh della serpentina ridotta	50
3.16	Mesh della serpentina ridotta	51
3.17	Condizioni al contorno della serpentina ridotta	51
3.18	Andamento del coefficiente di convezione di bulk	52
3.19	Andamento della vorticità	53

3.20	Coefficiente di convezione ottenuto	53
3.21	Grafico a torta delle resistenze termiche	55
4.1	Geometria della serpentina al variare di L/D (calcolo di K)	73
4.2	Parametri della mesh per il calcolo di K	74
4.3	Mesh della geometria completa al variare di L/D	75
4.4	Condizioni al contorno per il calcolo di K	76
4.5	Geometria della serpentina al variare di L/D (calcolo di Nu)	77
4.6	Parametri della mesh per il calcolo di Nu	78
4.7	Mesh della geometria ridotta al variare di L/D	79
4.8	Condizioni al contorno per il calcolo di Nu	80
4.9	Andamento di K al variare del rapporto L/D	84
4.10	Andamento di K al variare di Reynolds	85
4.11	Andamento di Nusselt al variare del rapporto L/D	88
4.12	Andamento di Nusselt al variare di Reynolds	89
4.13	Andamento della potenza dissipata al variare del rapporto L/D	92
4.14	Andamento della potenza dissipata al variare di Reynolds	93
4.15	Superficie di risposta di K	98
4.16	Superficie di risposta di Nusselt	100
4.17	Superficie di risposta della potenza dissipata per attrito	101

Elenco delle tabelle

2.1	Proprietà alluminio 6082 T6	3
2.2	Proprietà AISI 316	5
2.3	Caratteristiche tecniche principali del chiller	6
2.4	Proprietà foglio d'interfaccia termica (TIM) in grafite	7
2.5	Proprietà fluido di raffreddamento	8
3.1	Ripartizione percentuale delle perdite di carico	42
3.2	Ripartizione percentuale delle resistenze termiche	55
4.1	Proprietà del fluido	68
4.2	Sweep L/D	71
4.3	Sweep Re	71
4.4	Coefficienti di perdita K al variare di L/D	83
4.5	Coefficienti di perdita K al variare di Reynolds	84
4.6	Numero di Nusselt al variare del rapporto L/D	87
4.7	Numero di Nusselt al variare di Reynolds	88
4.8	Potenza dissipata al variare del rapporto L/D	91
4.9	Potenza dissipata al variare del numero di Reynolds	92
4.10	Coefficiente K nei punti d'angolo	94
4.11	Numero di Nusselt nei punti d'angolo	95
4.12	Potenza dissipata per attrito nei punti d'angolo	95
4.13	Confronto tra i valori del coefficiente K previsti e ottenuti	102
4.14	Confronto tra i valori del numero di Nusselt previsti e ottenuti	102
4.15	Confronto tra i valori della potenza dissipata previsti e ottenuti	103

Capitolo 1

Introduzione

Nel settore aerospaziale e delle telecomunicazioni satellitari, i sistemi di ricezione e trasmissione svolgono un ruolo fondamentale nel garantire il corretto scambio di dati tra il dispositivo spaziale e quello a terra. Le antenne impiegate in queste applicazioni, pur operando in un ambiente terrestre, gestiscono potenze elettriche elevate che si traducono in una significativa generazione di calore. La gestione termica di tali componenti rappresenta una sfida ingegneristica critica. Infatti, un controllo termico inadeguato può comportare derive nelle prestazioni elettromagnetiche del sistema, instabilità nel puntamento e nella calibrazione, e una riduzione della vita utile dei componenti. Tali conseguenze risultano particolarmente critiche per apparati che devono garantire continuità operativa e affidabilità elevate, con requisiti di qualità e tracciabilità tipici del settore aerospaziale.

Quando la potenza da dissipare supera quanto gestibile con i soli meccanismi di raffreddamento passivo o con la convezione naturale dell'aria, diventa necessario ricorrere a sistemi di raffreddamento attivi, tra cui i circuiti a liquido. Questi ultimi sono capaci di garantire un controllo più stringente della temperatura superficiale e una maggiore capacità di asportazione del calore rispetto alle soluzioni ad aria. È in questo contesto applicativo che si inserisce il sistema di raffreddamento oggetto del presente lavoro di tesi, progettato per il controllo termico di un'antenna destinata ad applicazioni spaziali.

Questo lavoro di tesi è stato interamente sviluppato durante un periodo di tirocinio svolto presso Highftech Engineering S.r.l., azienda con sede a Modena, attiva dal 2000 nel settore della progettazione e prototipazione per il comparto aerospaziale.

L'esperienza in azienda ha rappresentato una preziosa opportunità per applicare metodologie di calcolo a un progetto ingegneristico reale. Il lavoro ha permesso di affrontare lo sviluppo del dissipatore tenendo conto non solo della teoria termofluidodinamica, ma anche dei vincoli pratici di progettazione.

L'elaborato è strutturato in modo da guidare il lettore attraverso il processo di analisi e caratterizzazione del componente, fino all'individuazione di una direzione di miglioramento, procedendo da un approccio analitico verso un'indagine numerica. Il lavoro è di natura analitico-numerica: non è stata condotta una validazione sperimentale, poiché il dissipatore non era fisicamente disponibile presso l'azienda durante lo svolgimento del tirocinio.

Nello specifico, il Capitolo 2 fornisce una descrizione dettagliata dell'architettura del circuito di raffreddamento, illustrando le caratteristiche tecniche dei componenti principali e definendo i vincoli e le condizioni operative di progetto.

Il Capitolo 3 è dedicato alla modellazione monodimensionale del sistema. Attraverso un algoritmo iterativo implementato in Excel, sono state quantificate le perdite di carico ed è stato valutato il profilo termico del sistema, sfruttando l'analogia delle resistenze elettriche in serie. Ciò ha permesso di determinare la temperatura di bulk del fluido, grandezza alla base della caratterizzazione dell'intero circuito.

Il Capitolo 4 affronta i limiti del modello introducendo un'analisi di sensibilità basata sui criteri del Design of Experiments (DOE). Attraverso una campagna di simulazioni CFD, è stata valutata l'influenza del numero di Reynolds e del rapporto geometrico L/D . I dati ottenuti sono stati tradotti in funzioni matematiche continue applicando la metodologia delle superfici di risposta, la cui accuratezza è stata verificata rispetto alla CFD su punti indipendenti dal processo di regressione.

Il Capitolo 5 sfrutta le superfici di risposta per analizzare come variano il numero di Nusselt, il coefficiente di perdita K e la potenza dissipata per attrito al variare di L/D e Re , individuando una direzione di miglioramento del sistema. Il capitolo distingue il coefficiente K dalla caduta di pressione effettiva, che dipende anche dalla velocità del fluido, e discute la percorribilità di tale direzione rispetto ai limiti fisici dell'impianto di pompaggio.

Infine, il Capitolo 6 espone le conclusioni del lavoro svolto, evidenziando i risultati ottenuti, i limiti dello studio e le prospettive per gli sviluppi futuri.

Capitolo 2

Descrizione del circuito di raffreddamento

2.1 Panoramica del sistema e contesto applicativo

Il sistema di raffreddamento oggetto di questa tesi è un dispositivo di raffreddamento a liquido progettato per il controllo termico di un'antenna in alluminio 6082 T6, le cui proprietà sono riportate nella Tabella 2.1.

Materiale	Densità [kg/m³]	Calore specifico cp [J/kg*K]	Cond. termica [W/m*K]
Alluminio 6082 T6	2700	900	170

Tabella 2.1: Proprietà alluminio 6082 T6

Il sistema nasce dall'esigenza di mantenere costante la temperatura superficiale dell'antenna a regime, dissipando il calore generato durante il funzionamento tramite un circuito di raffreddamento a liquido dedicato.

Dal punto di vista funzionale, il sistema è un circuito chiuso, nel quale il fluido termovettore viene fatto circolare tra un chiller esterno e un dissipatore di calore posto a contatto con la superficie dell'antenna tramite un foglio di interfaccia termica TIM. Il calore generato dall'antenna viene trasferito per conduzione al dissipatore di calore attraverso l'interfaccia termica di contatto e, successivamente, asportato per convezione dal fluido in circolazione. Il fluido, una volta riscaldato dal calore assorbito, viene ricondotto al chiller, dove viene riportato alla temperatura di set-point prima di rientrare nel circuito, chiudendo così il ciclo.

Il controllo del sistema avviene attraverso l'interfaccia utente integrata nel chiller, che consente l'impostazione diretta dei parametri operativi; in alternativa, è prevista la possibilità di controllo tramite collegamento a un PC connesso al chiller mediante un'interfaccia cablata dedicata.

2.2 Componenti principali

Il sistema è costituito da quattro componenti principali collegati tra loro: il dissipatore di calore, che rappresenta l'elemento di scambio termico con l'antenna; il chiller, responsabile della termostatazione e della movimentazione del fluido; il foglio d'interfaccia termica TIM, interposto tra l'antenna e il dissipatore di calore, utilizzato per ridurre la resistenza d'interfaccia e favorire lo scambio termico; il fluido di raffreddamento, che funge da vettore termico. Il dissipatore di calore e il chiller sono collegati tramite una serie di tubazioni in acciaio inossidabile, che garantiscono sia la tenuta sia la compatibilità chimica con il fluido di raffreddamento impiegato. Una rappresentazione dell'architettura complessiva del sistema, con l'indicazione dei principali componenti e delle relative interconnessioni, è riportata in Figura 2.1.

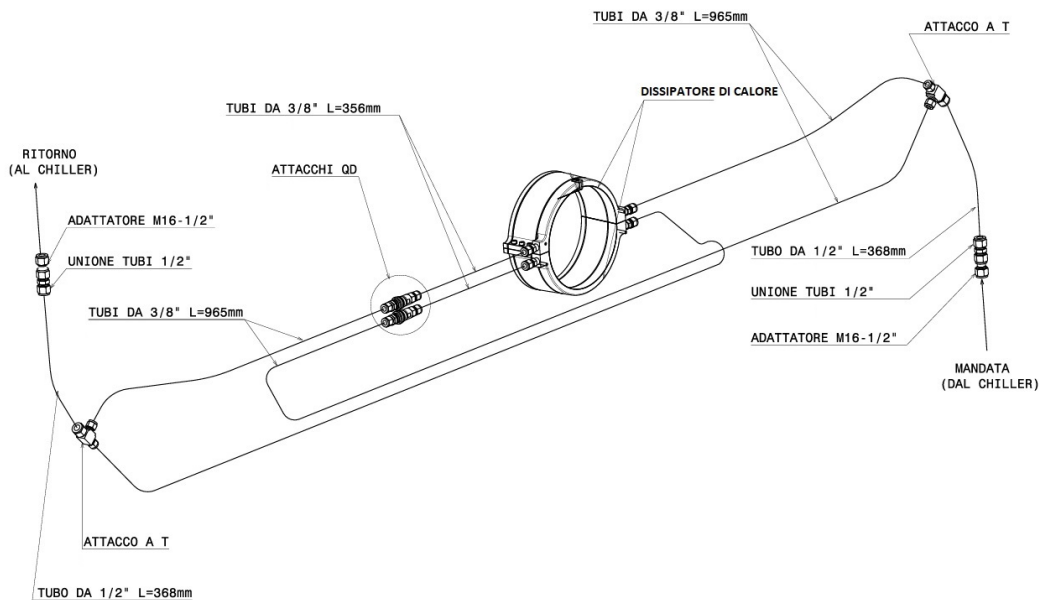


Figura 2.1: Architettura del sistema

2.2.1 Dissipatore di calore

Il dissipatore di calore è composto da due semi-gusci opportunamente sagomati in modo da poter essere montati sulla superficie tronco-conica dell'antenna e permettere, attraverso un circuito interno a forma di serpentina, la circolazione del fluido di raffreddamento (Figura 2.2). I condotti interni presentano un diametro di 8 mm.

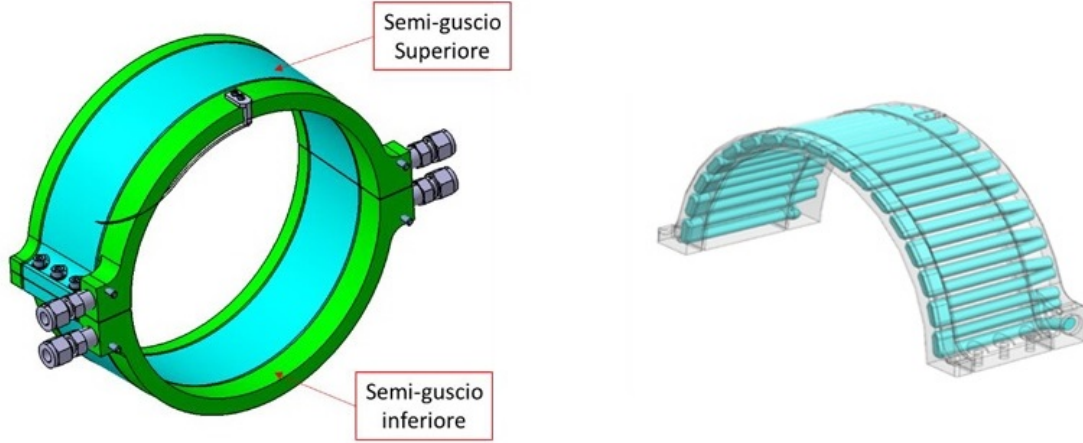


Figura 2.2: Dissipatore di calore e serpentina interna

Sfruttando il contatto fisico, il componente garantisce lo scambio termico tra il fluido di raffreddamento e l'antenna. Ogni semi-guscio è realizzato in acciaio inox AISI 316 con opportune forature longitudinali per il passaggio del fluido. Le proprietà del materiale sono riportate nella Tabella 2.2.

Materiale	Densità [kg/m ³]	Calore specifico cp [J/kg*K]	Cond. termica [W/m*K]
Acciaio AISI 316	7980	500	15

Tabella 2.2: Proprietà AISI 316

Il liquido fluisce in parallelo all'interno dei due semi-gusci e in controcorrente, in modo da garantire una migliore efficienza termica. I due semi-gusci sono collegati tra loro con sei viti M5 e sono dotati di attacchi per il collegamento delle tubazioni.

2.2.2 Chiller

Il chiller utilizzato è un termocriostato a circolazione con raffreddamento ad aria a singolo stadio, dotato di pompa a immersione a pressione, a regolazione continua. Esso ha il compito di fornire al dissipatore la portata di fluido alla temperatura desiderata. Le caratteristiche tecniche principali del dispositivo sono riportate nella Tabella 2.3.

Caratteristica	Valore
Gamma di temperatura di lavoro	$-50 \dots + 200 \text{ }^{\circ}\text{C}$
Stabilità di temperatura	$\pm 0,01 \text{ }^{\circ}\text{C}$
Regolazione della temperatura	PID
Capacità pompa – portata	$4 \dots 27 \text{ l/min}$
Capacità pompa – pressione	$0,1 \dots 0,7 \text{ bar}$
Viscosità massima ammessa del fluido	50 cSt
Volume di riempimento vasca	$5 \dots 7,5 \text{ l}$
Temperatura ambiente ammessa	$+5 \dots + 40 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Tabella 2.3: Caratteristiche tecniche principali del chiller

Si può notare che la viscosità massima ammessa dalla pompa (50 cSt) risulta compatibile con la viscosità cinematica del fluido termovettore impiegato (vedi Figura 2.6).

La Figura 2.3 illustra la curva caratteristica della pompa del chiller con acqua come fluido di lavoro.

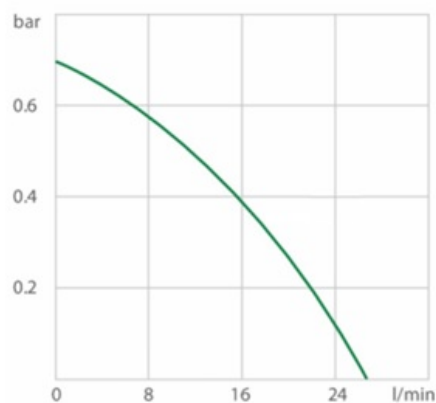


Figura 2.3: Curva caratteristica della pompa

2.2.3 Foglio d'interfaccia termica

Come già detto, tra la superficie dell'antenna e il dissipatore di calore viene interposto un foglio d'interfaccia termica (TIM, Thermal Interface Material) in grafite con lo scopo di compensare le microirregolarità superficiali di contatto e ridurre la resistenza termica d'interfaccia, garantendo così un'efficace trasmissione del calore per conduzione tra la superficie tronco-conica dell'antenna e il dissipatore di calore. Il materiale impiegato presenta le proprietà riportate nella Tabella 2.4.

Proprietà	Valore
Materiale	Grafite (contenuto > 99,5%)
Spessore	0,5 mm
Conducibilità termica (direzione Z, attraverso lo spessore)	10 W/(m·K)
Conducibilità termica (direzione X-Y, nel piano)	350 W/(m·K)
Impedenza termica	< 0,28 °C·in ² /W
Modulo di Young	24 N/cm ²
Durezza	Shore A 80
Densità	3,3 g/cm ³
Range di temperatura operativa	−50 °C ... +150 °C

Tabella 2.4: Proprietà foglio d'interfaccia termica (TIM) in grafite

È opportuno osservare che il materiale presenta un comportamento termicamente anisotropo, tipico dei fogli di grafite: la conducibilità termica nel piano del foglio (direzione X-Y) è significativamente più elevata (350 W/m·K) rispetto a quella nella direzione trasversale allo spessore (direzione Z, 10 W/m·K), lungo la quale avviene il flusso termico di interesse nell'applicazione in esame. Ai fini del bilancio termico del sistema, la grandezza rilevante è pertanto la conducibilità in direzione Z (10 W/m·K).

2.2.4 Fluido di raffreddamento

Il liquido di raffreddamento utilizzato nel sistema è un fluido commerciale a base siliconica, specificamente impiegato per applicazioni caratterizzate da un ampio range di temperature operative, comprese tra $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $+105\text{ }^{\circ}\text{C}$.

L'utilizzo di questa tipologia di fluido offre significativi vantaggi in termini di stabilità termica e durabilità, riducendo al minimo i fenomeni di cracking e ossidazione alle temperature più elevate. Per quanto riguarda la compatibilità chimica, tale fluido di raffreddamento si dimostra inerte nei confronti dei metalli comunemente impiegati in ambito industriale, tra cui ferro, rame, zinco, alluminio, cromo e nichel; tale proprietà è fondamentale per preservare l'integrità strutturale dei canali, scongiurando l'insorgenza di fenomeni corrosivi o di passivazione localizzata. Di contro, a causa dell'azione solvente esercitata dai fluidi siliconici sui polimeri della stessa classe chimica, non è possibile utilizzare tubazioni in silicone. Per i collegamenti idraulici esterni è necessario adottare tubi metallici, tubi in Viton o tubi in PTFE.

Le principali proprietà del fluido sono riportate nella Tabella 2.5.

Proprietà	Valore
Intervallo di temperatura operativa	$-50 \dots +105\text{ }^{\circ}\text{C}$
Densità (a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$)	$0,92\text{ g/cm}^3$
Viscosità cinematica (a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$)	$5,66\text{ mm}^2/\text{s}$
Conducibilità termica	$0,116\text{ W/(m}\cdot\text{K)}$
Calore specifico (a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$)	$1,5\text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$
Punto di ebollizione	$+288\text{ }^{\circ}\text{C}$
Punto di infiammabilità	$> +120\text{ }^{\circ}\text{C}$
Punto di combustione	$+142\text{ }^{\circ}\text{C}$
Temperatura di autoignizione	$+350\text{ }^{\circ}\text{C}$

Tabella 2.5: Proprietà fluido di raffreddamento

L'andamento della densità, del calore specifico e della viscosità cinematica è riportato rispettivamente nelle Figure 2.4, 2.5 e 2.6.

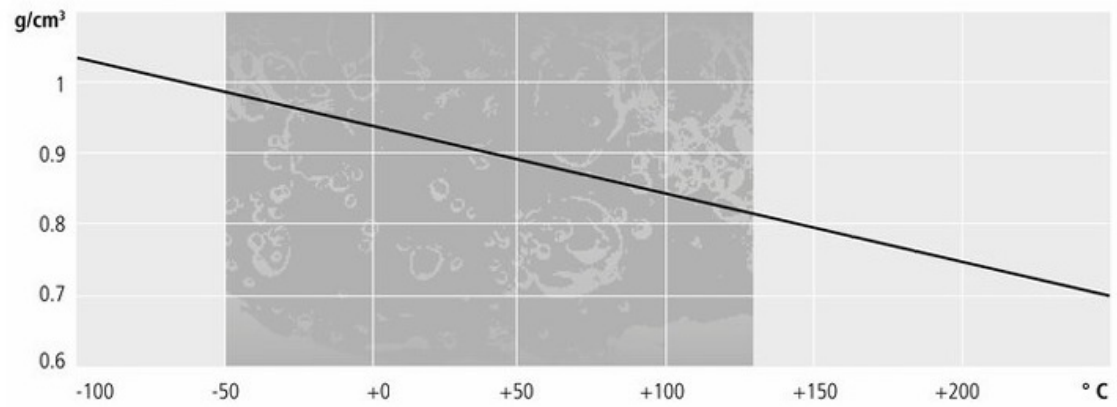


Figura 2.4: Andamento della densità con la temperatura

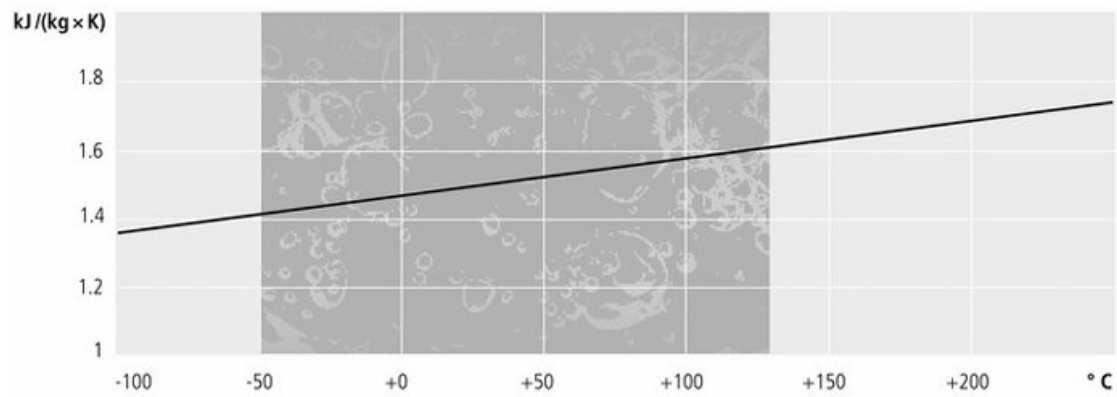


Figura 2.5: Andamento del calore specifico con la temperatura

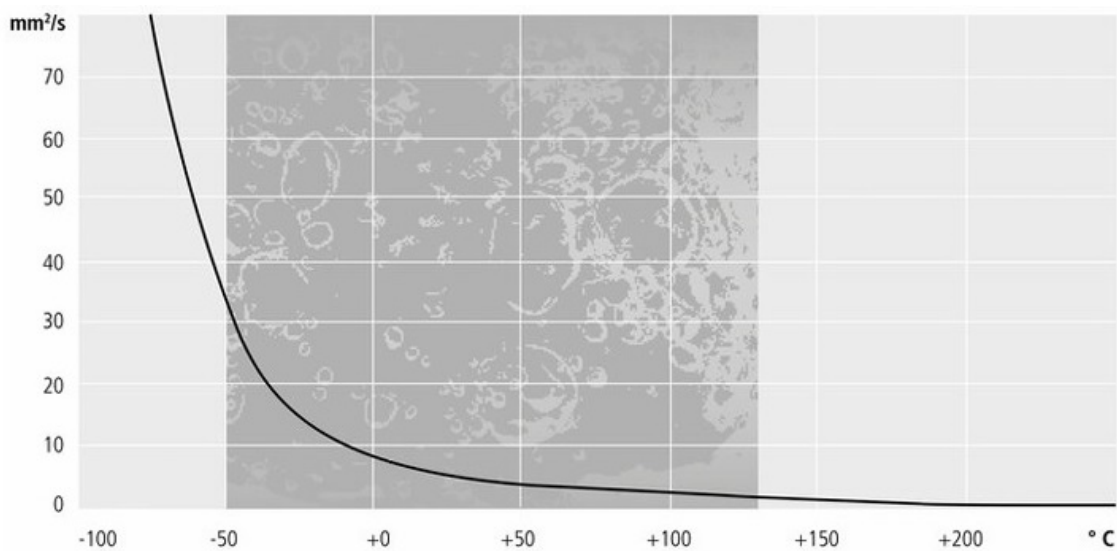


Figura 2.6: Andamento della viscosità cinematica con la temperatura

2.3 Interfacce e accoppiamenti del sistema

Il corretto funzionamento del sistema si basa sulla gestione di tre tipologie fondamentali di interfacce e accoppiamenti:

- **Meccanici**

Il collegamento meccanico del sistema è di tipo rimovibile ed è garantito dall'utilizzo combinato di viti e grani di fissaggio. In particolare, l'unione tra i due semi-gusci che compongono il dissipatore di calore è assicurata da sei viti M5, serrate con una coppia di 2000 Nmm. Questo sistema ha la duplice funzione di vincolare strutturalmente il dissipatore di calore e di applicare la pressione necessaria a garantire un contatto continuo tra la superficie interna del dissipatore di calore e la superficie esterna tronco-conica dell'antenna.

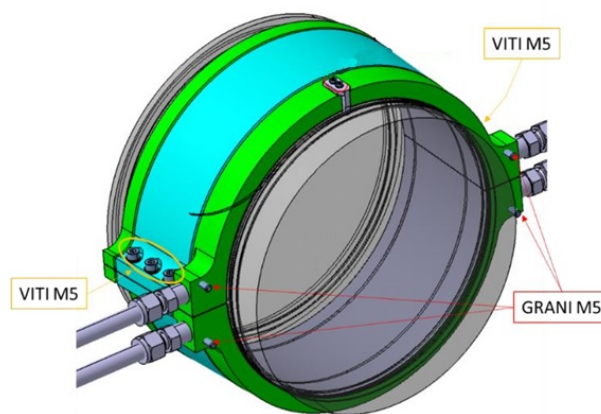


Figura 2.7: Accoppiamenti meccanici

- **Termici**

L'accoppiamento termico ha lo scopo di asportare nel modo più efficiente possibile il calore generato dall'antenna e trasferirlo al fluido di raffreddamento, passando attraverso il corpo del dissipatore di calore. Per ovviare alle tolleranze geometriche di accoppiamento e massimizzare lo scambio termico per conduzione, tra la superficie tronco-conica dell'antenna e l'interno del dissipatore di calore è interposto un foglio TIM (dettagliatamente descritto nel Paragrafo 2.2.3). Inoltre, per massimizzare l'efficienza del flusso termico e scongiurare scambi indesiderati con l'ambiente esterno, tutte le restanti superfici esterne del dissipatore e delle tubazioni sono isolate termicamente tramite appositi fogli di coibentazione argentati.

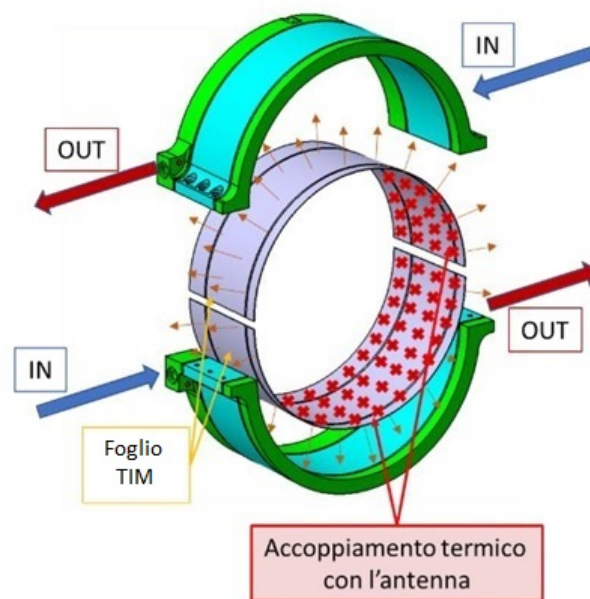


Figura 2.8: Accoppiamento termico

• Fluidici

Il circuito idraulico permette la circolazione del fluido di raffreddamento tra il chiller e il dissipatore di calore. Il collegamento tra i due macro-componenti avviene mediante tubazioni flessibili in acciaio inox. Poiché i due semi-gusci sono collegati al circuito in parallelo, il sistema implementa specifici raccordi a T. Inoltre, per facilitare e rendere rapide le operazioni di montaggio, smontaggio e manutenzione del dissipatore sull'antenna, nel circuito sono integrati degli innesti rapidi QD di tipo maschio e femmina. Infine, i tubi da 3/8" non devono essere piegati con raggi di curvatura inferiori a 97 mm, quelli da 1/2" con raggi inferiori a 120 mm.

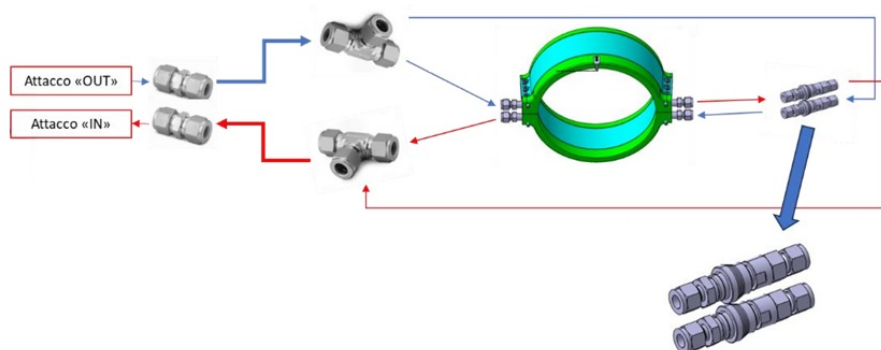


Figura 2.9: Accoppiamenti fluidici

2.4 Vincoli di progetto e condizioni operative

Il sistema di raffreddamento è stato progettato per garantire, in condizioni di regime stazionario, il mantenimento della temperatura superficiale dell'antenna a un valore costante di 20°C, a fronte di una potenza termica dissipata dall'antenna stessa pari a 600 W. Tale requisito costituisce il vincolo di progetto attorno al quale sono state definite le condizioni operative del circuito di raffreddamento. La pompa integrata nel chiller eroga, in condizioni operative nominali, una portata volumetrica complessiva di 4 l/min, ripartita in parti uguali tra i due semi-gusci (2 l/min per semi-guscio).

Le condizioni ambientali previste per il funzionamento del sistema sono:

- Temperatura ambiente di $23\pm 5^\circ\text{C}$;
- Umidità relativa inferiore al 60%;
- Pressione atmosferica.

Tali condizioni risultano pienamente compatibili con i limiti operativi dichiarati per i componenti del sistema. Infatti, il chiller ammette una temperatura ambiente compresa tra $+5^\circ\text{C}$ e $+40^\circ\text{C}$, mentre il materiale di interfaccia termica in grafite mantiene le proprie caratteristiche prestazionali in un intervallo di temperatura compreso tra -50°C e $+150^\circ\text{C}$.

Capitolo 3

Modellazione Termo-Fluidodinamica 1D del circuito

3.1 Introduzione al modello monodimensionale

La progettazione e l'ottimizzazione termo-fluidodinamica di circuiti di raffreddamento complessi richiedono un approccio capace di garantire il giusto equilibrio tra l'accuratezza dei risultati e il costo computazionale, soprattutto nelle fasi iniziali. Sebbene le simulazioni CFD (Computational Fluid Dynamics) costituiscano lo strumento per la valutazione dettagliata dei campi di moto e di temperatura, il loro utilizzo comporta costi computazionali significativi, oltre a tempi di preparazione del modello e di simulazione spesso elevati.

Per questo motivo, un modello analitico monodimensionale (1D) rappresenta uno strumento valido per la progettazione preliminare, permettendo di ottenere in maniera rapida stime affidabili delle prestazioni del sistema con un ridotto impiego di risorse computazionali. Dopo aver descritto nel Capitolo 2 l'intero sistema di raffreddamento, in questo capitolo verrà illustrata la formulazione fisica e matematica del modello 1D sviluppato per il dissipatore di calore e per il relativo circuito, descrivendone le ipotesi di base e l'approccio adottato per la modellazione.

3.1.1 Ipotesi semplificative del modello

Per rendere possibile la risoluzione analitica del problema, è stato necessario introdurre alcune ipotesi semplificative:

- **Stazionarietà**

Si assume che il sistema operi in condizioni stazionarie. Tutte le grandezze fisiche d'interesse, come velocità, pressione, temperatura e flusso termico, sono considerate indipendenti dal tempo ($\partial/\partial t = 0$). Il modello descrive pertanto il funzionamento a regime, trascurando i transitori legati all'avviamento dell'impianto o a eventuali variazioni temporali del carico termico.

- **Monodimensionalità**

Le proprietà del fluido vengono considerate uniformi su ciascuna sezione trasversale dei condotti e descritte attraverso valori medi. Pertanto, l'unica coordinata spaziale presa in considerazione è quella assiale curvilinea (x), coincidente con l'asse dei condotti.

- **Incomprimibilità del fluido**

Il fluido di raffreddamento utilizzato viene considerato incomprimibile, assumendo quindi densità costante ($\rho = \text{costante}$). Tale approssimazione è pienamente giustificata dalle condizioni operative del circuito e dalle caratteristiche dei fluidi siliconici.

- **Proprietà termofisiche del fluido costanti**

Le principali proprietà termofisiche del fluido, quali densità (ρ), calore specifico (c_p), viscosità dinamica (μ) e conducibilità termica (λ), sono considerate costanti lungo l'intero circuito. I relativi valori sono assunti in corrispondenza della temperatura media di bulk del fluido all'interno del dissipatore di calore.

- **Uniformità del flusso termico**

Lo scambio termico è modellato imponendo un flusso di calore uniforme sulla superficie interna del foglio TIM, a diretto contatto con la superficie di alluminio dell'antenna.

3.1.2 Obiettivi del modello

Lo sviluppo di un modello monodimensionale è finalizzato al raggiungimento di tre obiettivi principali, fondamentali per la valutazione preliminare delle prestazioni del sistema di raffreddamento:

- **Stima delle perdite di carico del circuito idraulico**

Il modello permette di quantificare le perdite di pressione subite dal fluido di raffreddamento durante il suo percorso all'interno del circuito, considerando sia le perdite distribuite dovute all'attrito viscoso, sia le perdite concentrate generate dalle principali discontinuità geometriche, come le curve presenti nelle serpentine dei semi-gusci del dissipatore di calore, i raccordi a T di mandata e ritorno e le variazioni di sezione. La valutazione di questi contributi permette di verificare che la pompa sia in grado di far circolare continuamente il fluido all'interno del circuito.

- **Determinazione della resistenza termica totale**

Per fare ciò viene impiegata l'analogia elettrica, che permette di rappresentare il percorso del calore attraverso una rete di resistenze termiche in serie. Infatti, viene considerata la resistenza convettiva tra la superficie solida del guscio in acciaio e il fluido di raffreddamento, la resistenza conduttiva dovuta allo spessore del guscio e la resistenza termica di contatto introdotta dal foglio d'interfaccia termica in grafite posto tra la superficie dell'antenna e quella del guscio. L'insieme di questi contributi consente di stimare la resistenza complessiva opposta al trasferimento del calore generato dall'antenna.

- **Previsione del profilo termico stazionario**

Una volta definite le condizioni operative del sistema, in termini di portata del fluido, potenza termica da smaltire e temperatura superficiale dell'antenna (dettagliatamente descritte nel Paragrafo 2.4), il modello consente di ricostruire il profilo di temperatura nei punti più significativi del sistema. Attraverso il bilancio energetico, è possibile determinare il salto termico del fluido tra ingresso e uscita (ΔT_{fluido}) e le temperature delle superfici di interesse, ottenendo così una valutazione dell'efficacia del sistema di raffreddamento. Questi risultati consentono di indirizzare le eventuali successive analisi numeriche CFD con maggiore consapevolezza.

3.1.3 Strumento di calcolo impiegato

L'implementazione del modello monodimensionale è stata realizzata completamente in ambiente Microsoft Excel perché risulta adeguato per un modello di calcolo di natura algebrica con un numero contenuto di grandezze interdipendenti, per il quale non sono necessarie le funzionalità di calcolo differenziale o matriciale caratteristiche di ambienti di calcolo più avanzati.

Un aspetto importante che ha portato alla scelta di Excel riguarda la possibilità offerta da quest'ultimo di gestire riferimenti circolari tra celle, ovvero catene di calcolo in cui il valore di una cella dipende, direttamente o indirettamente, dal risultato di una cella che, a sua volta, dipende da essa. Ciò è reso possibile abilitando l'opzione di calcolo iterativo (Opzioni di Excel → Formule → Abilita calcolo iterativo). Il programma risolve tali riferimenti circolari mediante un procedimento di calcolo ripetuto: a ogni iterazione, i valori delle celle coinvolte vengono aggiornati sulla base dei risultati dell'iterazione precedente, fino al raggiungimento della convergenza, definita da un numero massimo di iterazioni e da una variazione massima ammessa tra due iterazioni successive (entrambi i parametri possono essere impostati dall'utente). Questa funzionalità permette di risolvere la dipendenza circolare tra la temperatura di bulk del fluido e le sue proprietà termofisiche, descritta dettagliatamente nel paragrafo successivo, consentendo così di implementare lo schema di calcolo iterativo senza la necessità di ricorrere ad altri strumenti, e mantenendo pertanto il modello interamente leggibile e verificabile cella per cella.

3.1.4 Struttura iterativa del modello accoppiato

La temperatura media di bulk del fluido, definita come la media aritmetica tra la temperatura nella sezione di ingresso e quella nella sezione di uscita del dissipatore di calore, costituisce uno dei principali risultati del modello. Tale temperatura, tuttavia, è un dato di ingresso indispensabile fin dalle prime fasi del calcolo. Infatti, le proprietà termofisiche del fluido (densità, viscosità cinematica, calore specifico e conducibilità termica) non sono costanti, ma dipendono sensibilmente dalla temperatura, come mostrato nelle Figure 2.4, 2.5 e 2.6. Proprio a partire da queste proprietà vengono poi determinati il numero di Reynolds, il numero di Nusselt, il numero di Prandtl e, di conseguenza, le resistenze termiche e fluidodinamiche dell'intero sistema.

Il modello presenta pertanto una dipendenza circolare: la temperatura di bulk è necessaria per calcolare le grandezze che, a loro volta, permettono di determinare la temperatura di bulk stessa. Utilizzando la funzionalità di calcolo iterativo descritta nel Paragrafo 3.1.3, tale circolarità viene risolta direttamente all'interno del foglio di calcolo, secondo lo schema logico seguente:

1. Si assume un valore di primo tentativo per la temperatura di bulk, T_0 ;
2. Si valutano le proprietà termofisiche del fluido in corrispondenza di T_0 ;
3. Si determinano il numero di Reynolds e, tramite il modello fluidodinamico, le perdite di carico del sistema;
4. Si determina il numero di Nusselt e, tramite il modello termico, il coefficiente di scambio termico convettivo h e la resistenza termica complessiva del sistema;
5. Si risolve il bilancio termico con la resistenza calcolata al passo precedente, ottenendo una nuova stima della temperatura di bulk, T_1 ;
6. Si confronta T_1 con T_0 : se $|T_1 - T_0| < \epsilon$, con ϵ tolleranza di convergenza prefissata, il processo si arresta e la soluzione è considerata convergente; in caso contrario si pone $T_0 = T_1$ e si ripete il ciclo a partire dal passo 2.

Il meccanismo di calcolo iterativo di Excel esegue implicitamente questa sequenza a ogni ricalcolo del foglio, aggiornando simultaneamente tutte le celle coinvolte nel riferimento circolare fino al raggiungimento della convergenza. Questo schema, riassunto graficamente in Figura 3.1, garantisce che la temperatura media di bulk utilizzata per la valutazione delle proprietà del fluido sia coerente, a convergenza, con la temperatura effettivamente risultante dal bilancio termico, evitando le imprecisioni che deriverebbero dall'impiego di proprietà valutate a una temperatura arbitraria. Nel foglio di calcolo sono stati impostati un numero massimo di iterazioni pari a 1000 e una tolleranza $\epsilon = 0,0001$ °C.

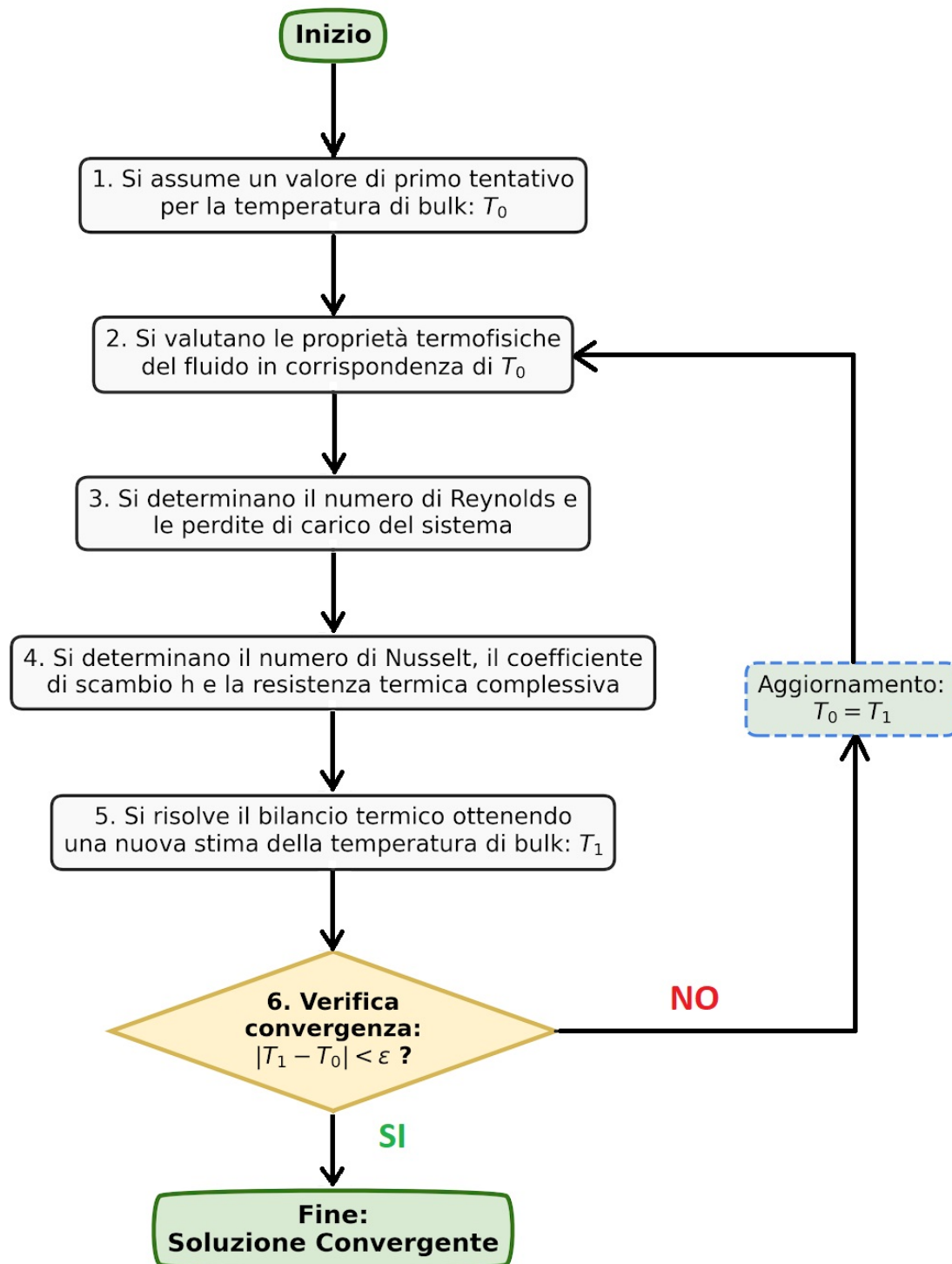


Figura 3.1: Schema del processo iterativo

3.2 Richiami di fluidodinamica e scambio termico

Questo paragrafo introduce i concetti teorici necessari per la costruzione e la comprensione del modello 1D, illustrato nel dettaglio nei paragrafi successivi del capitolo.

Nei primi sottoparagrafi verranno richiamati i concetti della fluidodinamica (regimi di moto, perdite di carico distribuite e concentrate, fluidodinamica dei condotti curvi), per poi affrontare i meccanismi di scambio termico per conduzione e convezione, introducendo i gruppi adimensionali chiave, come il numero di Prandtl e il numero di Nusselt.

Per ciascun argomento verranno trattate esclusivamente le definizioni e le relazioni funzionali strettamente necessarie alle applicazioni numeriche successive; per approfondimenti si rimanda ai testi di riferimento citati in bibliografia.

3.2.1 Regimi di moto e numero di Reynolds

Il moto di un fluido viscoso all'interno di un condotto può svilupparsi secondo due regimi fluidodinamici dalle caratteristiche nettamente distinte:

- **Laminare**, caratterizzato da un moto ordinato e stazionario in cui le particelle di fluido scorrono in strati paralleli e ordinati, senza rimescolarsi (Figura 3.2);



Figura 3.2: Regime laminare

- **Turbolento**, per definizione caotico e casuale. Infatti, le particelle non seguono traiettorie ordinate, ma si muovono in modo caotico, casuale e intrinsecamente non stazionario, generando vortici di varie dimensioni che si mescolano continuamente.



Figura 3.3: Regime turbolento

Il passaggio da un regime all'altro, detto **transizione**, non avviene in corrispondenza di un singolo valore soglia, ma attraverso una fase intermedia in cui sono presenti episodi intermittenti di turbolenza, alternati a tratti di moto ancora laminare.

Il parametro adimensionale che governa questo cambiamento di comportamento è il numero di Reynolds, definito come:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu} = \frac{v \cdot D}{\nu} \quad (3.1)$$

dove ρ è la densità del fluido, v la velocità media, D la dimensione caratteristica (in questo caso il diametro del condotto), μ la viscosità dinamica e ν la viscosità cinematica. Fisicamente, il numero di Reynolds rappresenta il rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscosi agenti sul fluido: per valori bassi di Re prevalgono gli effetti viscosi, che tendono a smorzare le perturbazioni e a mantenere il moto ordinato; per valori elevati, invece, prevalgono le forze d'inerzia, che amplificano le instabilità fino a produrre il moto turbolento.

Per il moto in condotti a sezione circolare, il valore critico di transizione è stato storicamente individuato da Osborne Reynolds nel 1883, tramite il celebre esperimento del filamento colorato iniettato in un flusso d'acqua all'interno di un tubo trasparente. Il valore comunemente accettato in letteratura per l'insorgenza della turbolenza in un condotto è $Re_{crit} \approx 2300$ [1]. Al di sotto di tale soglia, il moto è considerato laminare, mentre al di sopra si osserva progressivamente l'insorgere di un regime transizionale e, per Reynolds sufficientemente elevati, pienamente turbolento. È opportuno sottolineare che tale valore soglia è specifico per condotti rettilinei a sezione circolare in condizioni di ingresso regolare: geometrie differenti possono presentare valori critici sensibilmente diversi.

La conoscenza del regime di moto è indispensabile per la modellazione, poiché, ad esempio, le correlazioni impiegate per il calcolo del coefficiente di perdita di carico assumono forme funzionali radicalmente diverse a seconda che il moto sia laminare o turbolento, come verrà approfondito nel seguito del capitolo.

3.2.2 Perdite di carico distribuite

Le perdite di carico distribuite rappresentano la dissipazione di energia meccanica che il fluido subisce scorrendo lungo un condotto, per effetto degli sforzi tangenziali viscosi che si sviluppano in corrispondenza della parete. Applicando un bilancio energetico tra due sezioni generiche di un condotto a sezione costante, la perdita di carico Δh risulta pari alla variazione della quota piezometrica tra ingresso e uscita. La relazione che lega la perdita di carico alle grandezze caratteristiche del moto è nota come equazione di Darcy-Weisbach:

$$\Delta h = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad [m] \quad (3.2)$$

dove L è la lunghezza del condotto, D il diametro, v la velocità media del fluido, f il fattore di attrito di Darcy e g l'accelerazione gravitazionale. È utile inoltre richiamare la legge di Stevino, che lega la pressione alla quota piezometrica:

$$p = \rho gh \quad [Pa] \quad (3.3)$$

dove p è la pressione e h la quota piezometrica. Utilizzando la (3.2) e la (3.3), si può scrivere l'equazione di Darcy-Weisbach dal punto di vista delle perdite di pressione nel condotto:

$$\Delta p = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \frac{v^2}{2} \quad [Pa] \quad (3.4)$$

Il fattore f dipende dal numero di Reynolds del moto e, nel caso di moto turbolento, anche dalla scabrezza relativa della parete ϵ/D . La sua determinazione costituisce quindi il problema centrale nella stima delle perdite distribuite.

Nel caso di moto laminare pienamente sviluppato, il profilo di velocità parabolico (flusso di Poiseuille) consente di ricavare un'espressione analitica esatta per il fattore di attrito, che risulta inversamente proporzionale al numero di Reynolds:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (3.5)$$

Questa relazione mostra come, in regime laminare, le perdite di carico distribuite crescano linearmente con la velocità media del fluido.

In regime turbolento, al contrario, non esiste una soluzione analitica esatta e il fattore di attrito viene determinato per via semiempirica. La formulazione di riferimento utilizzata è quella di Colebrook, che interpola i comportamenti limite di parete liscia e di parete completamente scabra in un'unica espressione, funzione sia del numero di Reynolds sia della scabrezza relativa. L'insieme dei risultati per parete liscia, parete

scabra e regione di transizione è tradizionalmente rappresentato in forma grafica nel diagramma di Moody (Figura 3.4), che riporta il fattore di attrito in funzione del numero di Reynolds per diversi valori di scabrezza relativa. Esso costituisce tuttora lo strumento di riferimento per il dimensionamento delle perdite di carico distribuite nei condotti in regime turbolento [1].

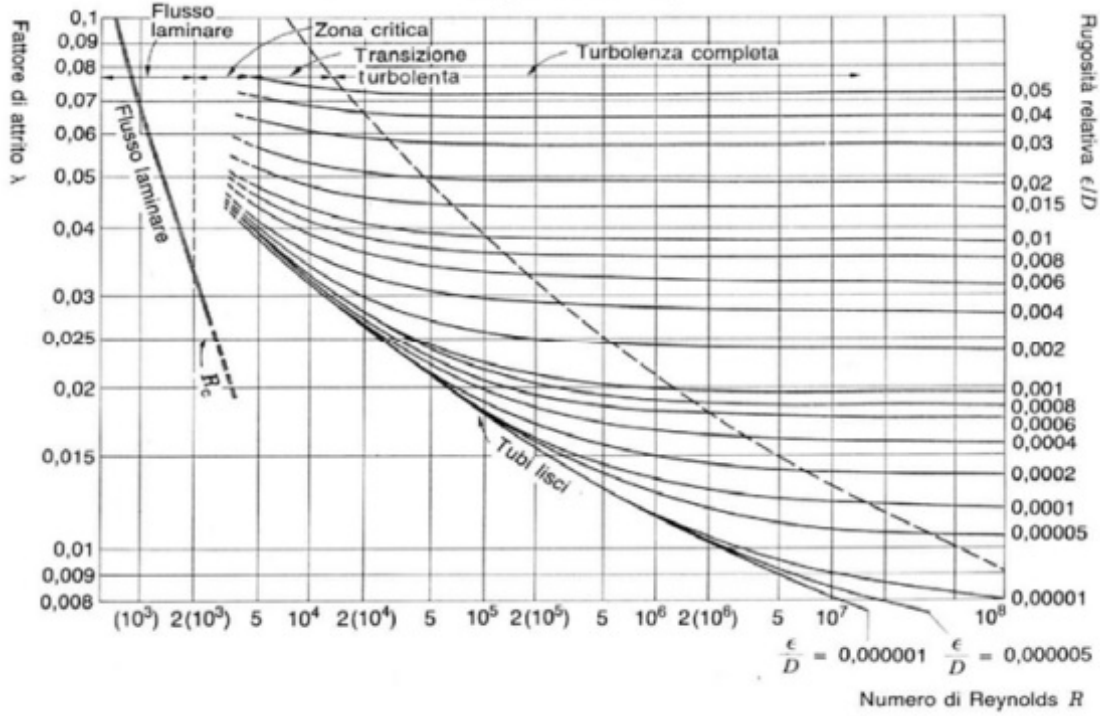


Figura 3.4: Diagramma di Moody

3.2.3 Perdite di carico concentrate

Oltre alle perdite distribuite dovute all'attrito viscoso, un circuito idraulico presenta ulteriori dissipazioni di energia in corrispondenza delle discontinuità geometriche del percorso: imbocchi, sbocchi, curve, raccordi a T, variazioni di sezione (brusche o graduali) e organi di intercettazione come valvole e raccordi rapidi. Queste perdite, dette concentrate o localizzate, sono associate a fenomeni di separazione dello strato limite e alla formazione di moti secondari e zone di ricircolazione. La perdita concentrata associata a ogni singolo elemento viene espressa come segue:

$$\Delta h = K \cdot \frac{v^2}{2g} \quad [m] \quad (3.6)$$

dove K è il coefficiente di perdita localizzata.

Analogamente a quanto visto per le perdite distribuite, utilizzando la (3.3), è possibile determinare la perdita di pressione:

$$\Delta p = K \cdot \frac{\rho v^2}{2} \quad [Pa] \quad (3.7)$$

Pertanto, la perdita di pressione totale dovuta alle variazioni geometriche del condotto e alla presenza di organi di intercettazione è definita come:

$$\Delta p = \sum K \cdot \frac{\rho v^2}{2} \quad [Pa] \quad (3.8)$$

A differenza del fattore di attrito f , i coefficienti K sono generalmente riportati per il solo regime turbolento e, in prima approssimazione, considerati indipendenti dal numero di Reynolds. Questa ipotesi risulta però meno accurata per componenti come le curve, per le quali K dipende sensibilmente sia dal rapporto tra il raggio di curvatura e il diametro del condotto R/D sia dal numero di Reynolds stesso. Anche per questo motivo, molto spesso la trattazione teorica risulta poco praticabile, rendendo quindi indispensabile procedere per via sperimentale [1].

3.2.4 Perdite di carico totali

La determinazione delle perdite di carico totali costituisce un passaggio imprescindibile per il corretto dimensionamento della pompa. L'unità di pompaggio deve infatti essere in grado di fornire una prevalenza sufficiente a vincere le perdite complessive del sistema in corrispondenza della portata di progetto.

Come visto nei paragrafi precedenti, tutte le perdite (sia distribuite che concentrate) sono espresse in funzione della medesima grandezza $v^2/2g$. Pertanto, per un condotto a sezione costante, è possibile sommare algebricamente le due tipologie di perdite, ottenendo così la perdita di carico totale del circuito:

$$\Delta h = \left(f \cdot \frac{L}{D} + \sum K \right) \cdot \frac{v^2}{2g} \quad [m] \quad (3.9)$$

Utilizzando la (3.3), è possibile determinare la perdita totale di pressione:

$$\Delta p = \left(f \cdot \frac{L}{D} + \sum K \right) \cdot \frac{\rho v^2}{2} \quad [Pa] \quad (3.10)$$

3.2.5 Fluidodinamica nei condotti curvi: il numero di Dean e l'insorgenza dei flussi secondari

Il moto di un fluido all'interno di un condotto curvo si differenzia da quello osservato in un condotto rettilineo a causa dell'insorgere di una componente di moto secondaria, sovrapposta al flusso assiale principale. Questo fenomeno fu descritto per la prima volta in termini rigorosi da W. R. Dean, che derivò una soluzione asintotica delle equazioni di Navier-Stokes per il caso di un condotto a curvatura debole in regime laminare. Dean dimostrò matematicamente l'esistenza di un moto secondario costituito da una coppia di vortici controrotanti e simmetrici rispetto al piano di curvatura, oggi noti come **vortici di Dean** [2].

Questi vortici si creano a causa dello squilibrio tra il gradiente di pressione radiale, indotto dalla curvatura del condotto, e la forza centrifuga agente sulle particelle di fluido. Poiché il profilo di velocità assiale non è uniforme sulla sezione (le particelle al centro del condotto possiedono quantità di moto maggiore rispetto a quelle in prossimità della parete), la forza centrifuga risulta più intensa nella zona centrale del flusso. Questo squilibrio spinge il fluido più veloce verso la parete esterna della curva, generando per continuità un moto di richiamo del fluido più lento, in prossimità delle pareti, verso la parete interna. Il risultato è la generazione di una coppia di vortici controrotanti (Figura 3.5) che si sviluppano nel piano della sezione trasversale, perpendicolarmente al moto assiale principale.

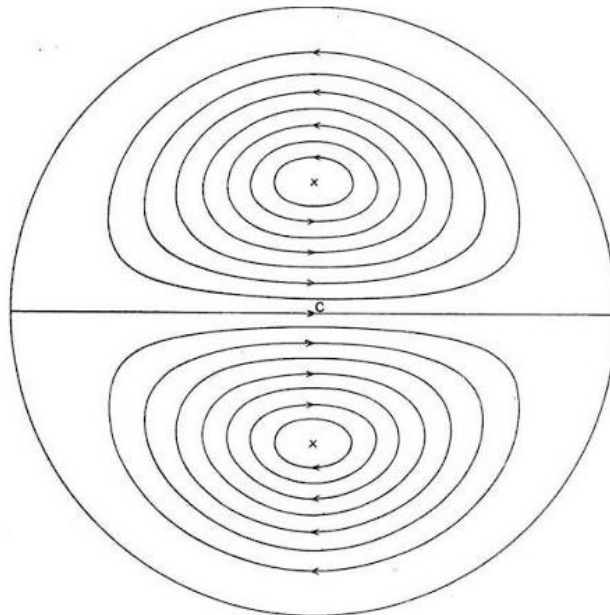


Figura 3.5: Vortici di Dean

Dean dimostrò che l'intero comportamento del sistema può essere descritto da un unico parametro adimensionale, il **numero di Dean**, definito come:

$$De = Re \cdot \sqrt{\frac{D}{2R_c}} \quad (3.11)$$

dove Re è il numero di Reynolds, D il diametro del condotto e R_c il raggio di curvatura. Tale numero rappresenta fisicamente il peso relativo delle forze centrifughe rispetto alle forze viscosse che tendono a smorzare il moto secondario.

L'intensità dei vortici secondari cresce al crescere del numero di Dean. Per valori di De sufficientemente bassi (indicativamente $De < 40$), il moto secondario risulta trascurabile e il comportamento del fluido è assimilabile a quello di un condotto rettilineo. All'aumentare di De , invece, i vortici secondari intensificano il rimescolamento trasversale del fluido, con due effetti concomitanti: da un lato, un incremento delle perdite di carico distribuite rispetto al caso rettilineo a parità di Reynolds; dall'altro, un miglioramento del coefficiente di scambio termico convettivo, per effetto della maggiore uniformità della temperatura di bulk indotta dal rimescolamento.

3.2.6 Conduzione termica

La conduzione è il trasferimento di energia su scala microscopica da particelle che presentano un'attività cinetica più elevata a particelle che presentano un'attività cinetica minore.

Nei **solidi**, il meccanismo di trasmissione del calore è molto simile alla trasmissione del suono in aria; per questo motivo si parla di conduzione fononica. Gli atomi sono bloccati dal reticolo cristallino, quindi l'attività cinetica può essere solo un'oscillazione degli atomi attorno alla posizione media, che si propaga tramite collisioni da un atomo all'altro attraverso i legami interatomici. Solo nei metalli, alla conduzione fononica si sovrappone il trasporto di energia legato agli elettroni del legame metallico (elettroni che possono svincolarsi dalla loro posizione con minimi apporti di energia).

Nei **gas** (fluidi che non hanno né volume né forma propria), il meccanismo di scambio termico è diverso rispetto ai solidi. Le particelle di un gas, che occupano solo una piccola parte del volume disponibile, presentano una propria energia cinetica dovuta al moto caotico rotativo e traslativo e sono molto distanti tra loro; quindi, l'energia propagata tramite collisioni è scarsa e la trasmissione di calore per conduzione nei gas risulta debole. La modalità di conduzione nei gas è la diffusione del calore.

Nei **liquidi** (fluidi che hanno un volume proprio ma non una forma propria) si ha una situazione intermedia tra solidi e gas; anche in questo caso si parla di diffusione del calore.

La **conducibilità termica** $[W/(m \cdot K)]$ è la proprietà che quantifica l'attitudine del materiale a condurre calore. La Figura 3.6 mostra come varia la conducibilità termica tra i diversi materiali.

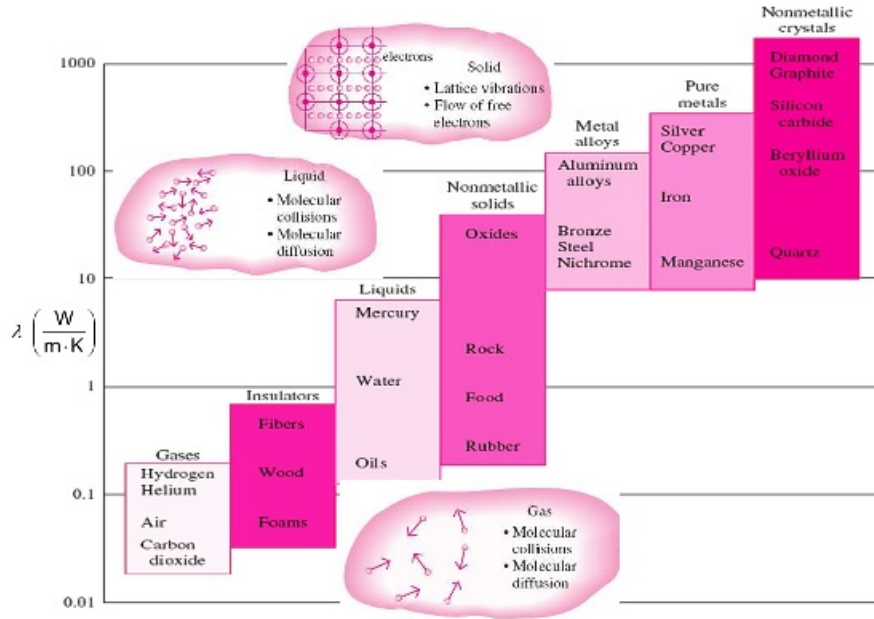


Figura 3.6: Conducibilità termica dei materiali

La relazione costitutiva che governa il fenomeno della conduzione è la **legge di Fourier** [3]. Per un mezzo omogeneo, isotropo e con proprietà costanti, in condizioni monodimensionali secondo la coordinata x , la legge di Fourier si esprime come:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \quad [W] \quad (3.12)$$

dove $\dot{Q}$ è la potenza termica scambiata per conduzione nella direzione x , A è l'area della sezione normale alla direzione del flusso termico, dT/dx è il gradiente di temperatura e λ è la conducibilità termica del materiale. Il segno negativo è necessario poiché il flusso termico è sempre diretto verso le temperature decrescenti, in accordo con il secondo principio della termodinamica. In termini di flusso termico specifico (potenza per unità di area), la relazione assume la seguente forma:

$$q'' = \frac{\dot{Q}}{A} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \quad \left[\frac{W}{m^2} \right] \quad (3.13)$$

Per una **parete piana** di spessore L , sezione A costante, priva di generazione interna di calore e con conducibilità termica costante, l'integrazione dell'equazione (3.12) in condizioni stazionarie mostra che il profilo di temperatura lungo lo spessore è lineare (Figura 3.7). Applicando la legge di Fourier a tale distribuzione, la potenza termica scambiata risulta:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot \frac{A}{L} \cdot (T_1 - T_2) \quad [W] \quad (3.14)$$

dove T_1 e T_2 sono le temperature delle due superfici della parete, con $T_1 > T_2$.

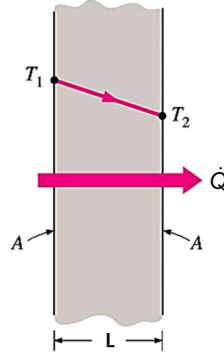


Figura 3.7: Parete piana

Un caso di particolare interesse pratico è quello della conduzione radiale attraverso una **parete cilindrica cava**, le cui superfici interna ed esterna sono mantenute a temperature diverse. Integrando l'equazione (3.12) per il caso stazionario, monodimensionale e privo di generazione interna, si ottiene una distribuzione di temperatura di tipo logaritmico (Figura 3.8). Applicando la legge di Fourier a tale distribuzione, la potenza termica scambiata per conduzione radiale risulta:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi \cdot L \cdot \lambda \cdot (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad [W] \quad (3.15)$$

dove r_1 e r_2 sono rispettivamente il raggio interno e il raggio esterno del cilindro.

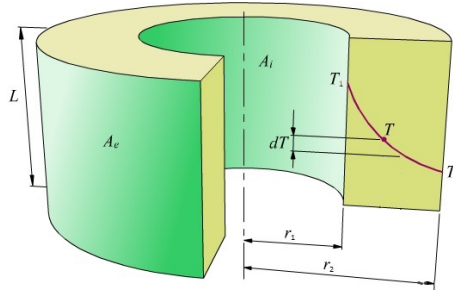


Figura 3.8: Cilindro cavo

3.2.7 Convezione termica

Macroscopicamente, in un gas fermo, la velocità media delle molecole è nulla. Tuttavia, se un fluido viene posto in moto all'interno di un sistema, rispetto a una superficie dalla quale si intende asportare o apportare calore, esso assume una notevole capacità di trasporto di calore rispetto alla semplice conduzione. Questo trasporto di massa, dovuto alla notevole quantità di molecole spostate all'interno del volume legato al fluido, si definisce **avvezione**. Quando l'avvezione si somma alla conduzione, si parla di **convezione**, che è quindi la sovrapposizione di moti su scala macroscopica a quelli su scala microscopica.

Se la velocità del fluido ha origine da sistemi esterni al volume di controllo (ventilatori, pompe, ecc.), si parla di **convezione forzata**, mentre se ha origine dalla differenza di temperatura che esiste tra la superficie che il fluido va a lambire e il fluido stesso, si parla di **convezione libera**. Quest'ultimo caso è dovuto al moto di galleggiamento, perché il fluido freddo a contatto con la superficie calda, riscaldandosi, diventa meno denso, tende a galleggiare e a essere spinto verso l'alto, richiamando altro fluido freddo verso la superficie. Esistono inoltre casi di convezione mista, in cui le componenti naturale e forzata sono comparabili.

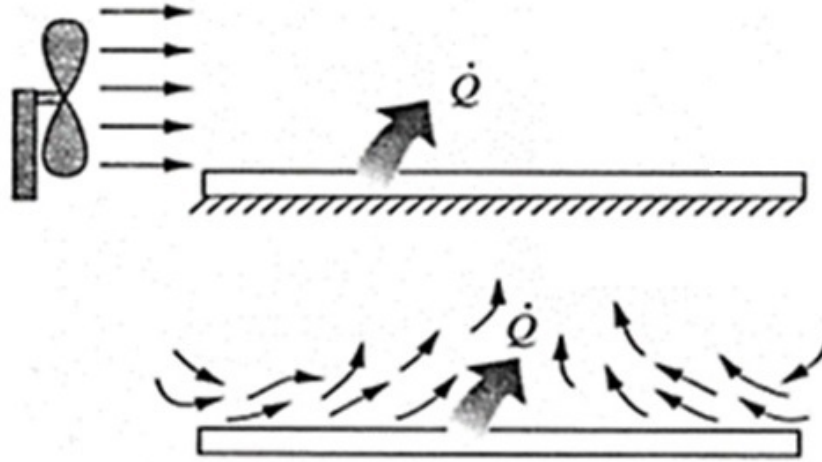


Figura 3.9: Convezione forzata e libera

La potenza termica che, per convezione, un fluido riesce a scambiare con una superficie è data dalla **legge di Newton** [3] per il raffreddamento:

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot (T_s - T_f) \quad [W] \quad (3.16)$$

dove T_s e T_f sono rispettivamente la temperatura della superficie e quella del fluido, con $T_s > T_f$. Inoltre, A è l'area della superficie lambita dal fluido e h è il **coefficiente di scambio termico convettivo**.

Quest'ultimo dipende dalle proprietà del fluido, dal regime di moto, dalla geometria della superficie lambita e dalla velocità del fluido. In particolare:

$$h = \frac{Nu \cdot \lambda}{L} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right] \quad (3.17)$$

dove Nu è il numero di Nusselt, λ la conducibilità termica e L la lunghezza caratteristica del sistema (il diametro D per il moto interno in un condotto).

Quando un fluido lambisce una superficie, in prossimità di questa si forma uno **strato limite fluidodinamico**, ovvero uno strato di fluido che ha velocità nulla sulla superficie (per l'ipotesi di aderenza) e che arriva al 99% della velocità del fluido indisturbato a una distanza δ dalla superficie. Parallelamente allo strato limite fluidodinamico si forma uno **strato limite termico**, definito come lo strato in cui la differenza di temperatura tra il fluido locale a diretto contatto con la superficie e il fluido indisturbato si riduce del 99%. Tra lo strato limite termico e quello fluidodinamico esiste un collegamento; infatti, le relazioni che si possono utilizzare per il calcolo dei coefficienti convettivi includono termini sia legati al processo termico, sia collegati al processo fluidodinamico.

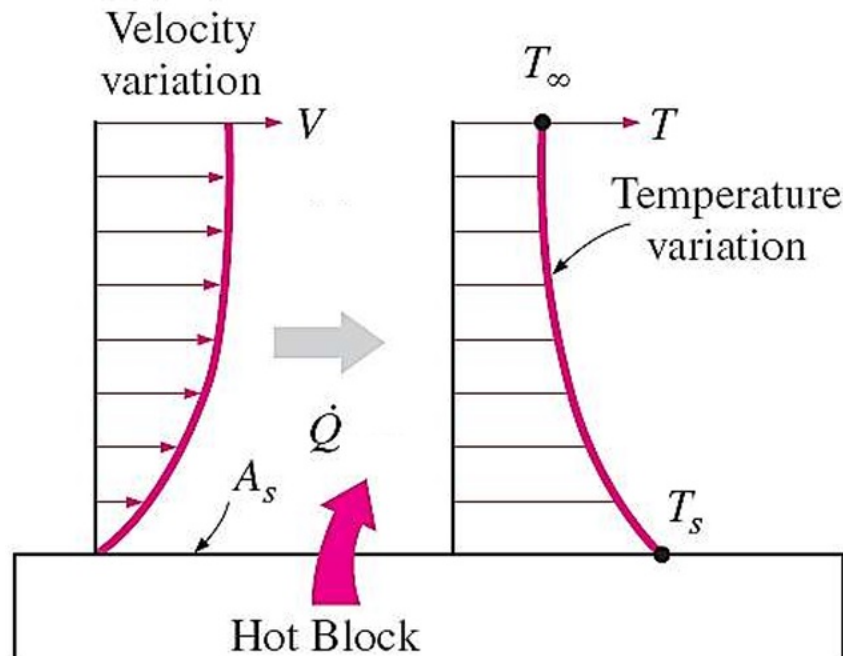


Figura 3.10: Strato limite fluidodinamico e termico

3.2.8 Parametri adimensionali per lo scambio termico convettivo: il numero di Prandtl e il numero di Nusselt

Lo studio della convezione richiede la determinazione del coefficiente di scambio termico convettivo h , comparso nella legge di Newton del raffreddamento (3.16). A differenza della conducibilità termica λ , quest'ultimo non è una proprietà del materiale, ma dipende, come già detto, dalla geometria del sistema, dalla natura del moto del fluido e da un insieme di proprietà termofisiche e di trasporto del fluido stesso. La determinazione di h costituisce quindi il problema centrale.

Per affrontare questo problema, è conveniente adimensionalizzare le equazioni di conservazione della quantità di moto e dell'energia che governano lo strato limite fluidodinamico e termico. Questa operazione permette di ridurre il numero di variabili indipendenti del problema, raggruppandole in un numero ristretto di parametri adimensionali. La combinazione di questi ultimi consente di esprimere il coefficiente di scambio h attraverso relazioni funzionali generali, applicabili a fluidi e condizioni operative differenti. Tra questi gruppi adimensionali, i due di maggiore interesse ai fini della presente tesi sono il numero di Prandtl e il numero di Nusselt.

Numero di Prandtl

Il numero di Prandtl è definito come il rapporto tra la diffusività della quantità di moto (viscosità cinematica ν) e la diffusività termica α del fluido:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{cp \cdot \mu}{\lambda} \quad (3.18)$$

dove cp è il calore specifico a pressione costante, μ la viscosità dinamica e λ la conducibilità termica del fluido. Il numero di Prandtl fornisce una misura dell'efficacia con cui il fluido trasporta, per diffusione molecolare, quantità di moto ed energia termica rispettivamente nello strato limite fluidodinamico e in quello termico. Per i gas, Pr assume valori prossimi all'unità, indicando un'efficacia comparabile dei due meccanismi di trasporto. Nei metalli liquidi $Pr \ll 1$, poiché la diffusione dell'energia termica è molto più efficace di quella della quantità di moto, mentre per gli oli, al contrario, $Pr \gg 1$. Questo comportamento si riflette direttamente sullo sviluppo dello strato limite fluidodinamico e di quello termico. Infatti, per flussi laminari, in un gas i due strati limite si sviluppano con spessori confrontabili; in un metallo liquido lo strato limite termico risulta molto più esteso di quello fluidodinamico e viceversa per un olio.

Numero di Nusselt

Facendo riferimento alla (3.17), è possibile definire il numero di Nusselt come:

$$Nu = \frac{h \cdot L}{\lambda} \quad (3.19)$$

dove h è il coefficiente di scambio termico convettivo, λ la conducibilità termica e L la lunghezza caratteristica del sistema (il diametro D per il moto interno in un condotto). Dal punto di vista fisico, il numero di Nusselt rappresenta il rapporto tra lo scambio termico convettivo effettivamente presente nel sistema e lo scambio termico che si avrebbe per pura conduzione, attraverso uno strato di fluido di spessore L , in assenza di moto.

Dall'analisi dimensionale delle equazioni di strato limite emerge che, per una geometria assegnata, il numero di Nusselt deve essere esprimibile come funzione del numero di Reynolds e del numero di Prandtl: $Nu = f(Re, Pr)$.

Questo risultato è di importanza centrale per la modellazione termica del sistema. Infatti, una volta nota, per una determinata geometria, la relazione funzionale $Nu = f(Re, Pr)$ (tipicamente ottenuta per via sperimentale o per via numerica CFD), è possibile risalire al coefficiente di scambio termico convettivo h .

3.3 Calcolo del regime di moto nel circuito

Sulla base dei richiami teorici presentati nel Paragrafo 3.2, questo paragrafo applica al caso specifico del sistema in esame il calcolo del regime di moto del fluido di raffreddamento all'interno del circuito. A partire dalla portata volumetrica erogata dalla pompa di circolazione e dalla geometria dei condotti, vengono determinate la velocità media del fluido e, di conseguenza, il numero di Reynolds, il cui valore consente di stabilire il regime di moto (laminare o turbolento) in cui il sistema opera in condizioni nominali. Queste grandezze costituiscono il punto di partenza per la determinazione, nel paragrafo successivo, delle perdite di carico, risultando pertanto centrali nel modello 1D.

3.3.1 Proprietà del fluido di raffreddamento

Prima di procedere alla determinazione del regime di moto nel circuito, è necessario definire le proprietà termofisiche del fluido di raffreddamento, poiché queste non sono costanti ma dipendono dalla temperatura effettiva a cui il fluido si trova a operare all'interno del circuito.

Come descritto nel Paragrafo 3.1.4, tale temperatura non è nota a priori, ma costituisce l'esito di un processo di calcolo iterativo. Infatti, a partire dalla potenza termica da smaltire e dalla temperatura superficiale dell'antenna, il modello valuta la caduta di temperatura attraverso la serie delle resistenze termiche del sistema, ottenendo così la temperatura media del fluido. Poiché, tuttavia, la resistenza convettiva deve essere valutata proprio alla temperatura che il calcolo stesso contribuisce a determinare, il problema viene risolto per via iterativa, aggiornando a ogni passo le proprietà del fluido in funzione della temperatura media calcolata, fino al raggiungimento della convergenza.

Al termine del processo iterativo, la temperatura media del fluido risulta pari a $T_f \approx 11,62^\circ\text{C}$, media tra la temperatura d'ingresso e quella di uscita dal dissipatore di calore. Alcune delle proprietà termofisiche del fluido a tale temperatura sono state ottenute tramite formule di interpolazione ricavate dai grafici dei loro andamenti (Figure 2.4, 2.5 e 2.6):

- **Densità**

$$\rho = 940 - T_f = 928,38 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (3.20)$$

- **Calore specifico a pressione costante**

$$c_p = \frac{8}{7} \cdot T_f + \frac{10340}{7} = 1490,43 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad (3.21)$$

- **Viscosità cinematica**

$$\nu = 8,05 \cdot e^{-0,0175 \cdot T_f + 0,00015 \cdot T_f^2} \cdot 10^{-6} = 6,70 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad (3.22)$$

- **Viscosità dinamica**

Definita come il prodotto tra la viscosità cinematica e la densità.

$$\mu = \nu \cdot \rho = 6,22 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} \quad (3.23)$$

Tutte le altre proprietà del fluido di raffreddamento sono reperibili nella Tabella 2.5.

3.3.2 Portata operativa e velocità nel circuito

Facendo riferimento allo schema del circuito riportato in Figura 2.1, il circuito di raffreddamento non presenta una sezione di passaggio del fluido costante lungo tutto il suo sviluppo, ma è costituito da tratti di diametro differente: la tubazione che collega il chiller all'attacco a T, le due tubazioni che collegano l'attacco a T ai due semi-gusci del dissipatore di calore (mandata e ritorno) e, infine, i canali a serpentina interni al dissipatore di calore stesso. Poiché il numero di Reynolds dipende dalla velocità del fluido, è necessario determinare quest'ultima separatamente per ciascun tratto, applicando l'equazione di continuità per fluido incomprimibile:

$$v = \frac{\dot{V}}{A} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (3.24)$$

dove $\dot{V}$ è la portata volumetrica che attraversa la sezione considerata e A l'area della sezione stessa.

Tratto chiller-attacco a T (mandata e ritorno)

L'intera portata elaborata dalla pompa attraversa la tubazione di collegamento tra il chiller e l'attacco a T:

$$\dot{V}_{tot} = 4 \frac{l}{min} = 6,67 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{s} \quad (3.25)$$

Questa tubazione presenta un diametro interno $D = 10,3 \text{ mm}$, corrispondente a un'area A pari a:

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 8,332 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \quad (3.26)$$

Si ricava quindi il valore della velocità:

$$v = \frac{\dot{V}_{tot}}{A} = 0,800 \frac{m}{s} \quad (3.27)$$

Tratto attacco a T-dissipatore di calore (mandata e ritorno)

In corrispondenza dell'attacco a T, la portata totale si ripartisce equamente tra i due semi-gusci simmetrici del dissipatore di calore, ciascuno alimentato da una propria tubazione di mandata e collegato a una propria tubazione di ritorno:

$$\dot{V} = \frac{\dot{V}_{tot}}{2} = 2 \frac{l}{min} = 3,33 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{s} \quad (3.28)$$

Queste tubazioni presentano un diametro interno $D = 7,9$ mm, corrispondente a un'area A pari a:

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 4,902 \cdot 10^{-5} m^2 \quad (3.29)$$

Si ricava quindi il valore della velocità:

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = 0,680 \frac{m}{s} \quad (3.30)$$

Canali del dissipatore di calore

All'interno di ciascun semi-guscio, la portata prosegue attraverso il canale a serpentina di diametro $D = 8$ mm:

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 5,027 \cdot 10^{-5} m^2 \quad (3.31)$$

Si ricava quindi il valore della velocità:

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = 0,663 \frac{m}{s} \quad (3.32)$$

sostanzialmente confrontabile con quella del tratto attacco a T-dissipatore di calore, essendo il diametro dei canali prossimo a quello delle tubazioni di mandata e ritorno.

Le velocità così determinate, unitamente alle proprietà del fluido alla temperatura di esercizio, costituiscono i dati di ingresso necessari per il calcolo del numero di Reynolds in ciascun tratto del circuito, riportato nel paragrafo successivo.

3.3.3 Determinazione del numero di Reynolds e del regime di moto

Determinata nel Paragrafo 3.3.2 la velocità del fluido nei tre tratti caratteristici del circuito, e note le proprietà del fluido alla temperatura di esercizio (Paragrafo 3.3.1), è ora possibile applicare la definizione di numero di Reynolds, richiamata nel Paragrafo 3.2.1, per determinare il regime di moto in ciascun tratto:

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu} \quad (3.33)$$

dove v è la velocità media del fluido nel tratto considerato, D il diametro del condotto e ν la viscosità cinematica del fluido, assunta costante lungo l'intero circuito, in accordo con l'ipotesi di proprietà termofisiche costanti introdotta nel Paragrafo 3.1.1.

Tratto chiller-attacco a T (mandata e ritorno)

Con $v = 0,800$ m/s e $D = 10,3$ mm, si ottiene:

$$Re = \frac{0,800 \cdot 0,0103}{6,70 \cdot 10^{-6}} = 1229,51 \quad (3.34)$$

Tratto attacco a T-dissipatore di calore (mandata e ritorno)

Con $v = 0,680$ m/s e $D = 7,9$ mm, si ottiene:

$$Re = \frac{0,680 \cdot 0,0079}{6,70 \cdot 10^{-6}} = 801,52 \quad (3.35)$$

Canali del dissipatore di calore

Con $v = 0,663$ m/s e $D = 8$ mm, si ottiene:

$$Re = \frac{0,663 \cdot 0,008}{6,70 \cdot 10^{-6}} = 791,50 \quad (3.36)$$

Confrontando i valori ottenuti con il valore di soglia $Re_{crit} \approx 2300$ richiamato nel Paragrafo 3.2.1, si osserva che il numero di Reynolds è ampiamente inferiore a tale valore in tutti e tre i tratti del circuito. Il moto del fluido è pertanto laminare lungo l'intero sviluppo del circuito, sia nelle tubazioni di collegamento sia nei canali a serpentina del dissipatore di calore.

La conferma del regime laminare in ogni tratto del circuito rappresenta un risultato di rilievo per la modellazione, poiché consente di impiegare, nel calcolo delle perdite di carico distribuite, l'espressione analitica esatta del fattore di attrito valida in regime laminare (3.5), evitando il ricorso alla formulazione semiempirica di Colebrook necessaria in regime turbolento.

La Figura 3.11 mostra uno schema riassuntivo della velocità e del regime di moto del fluido lungo tutto il circuito.

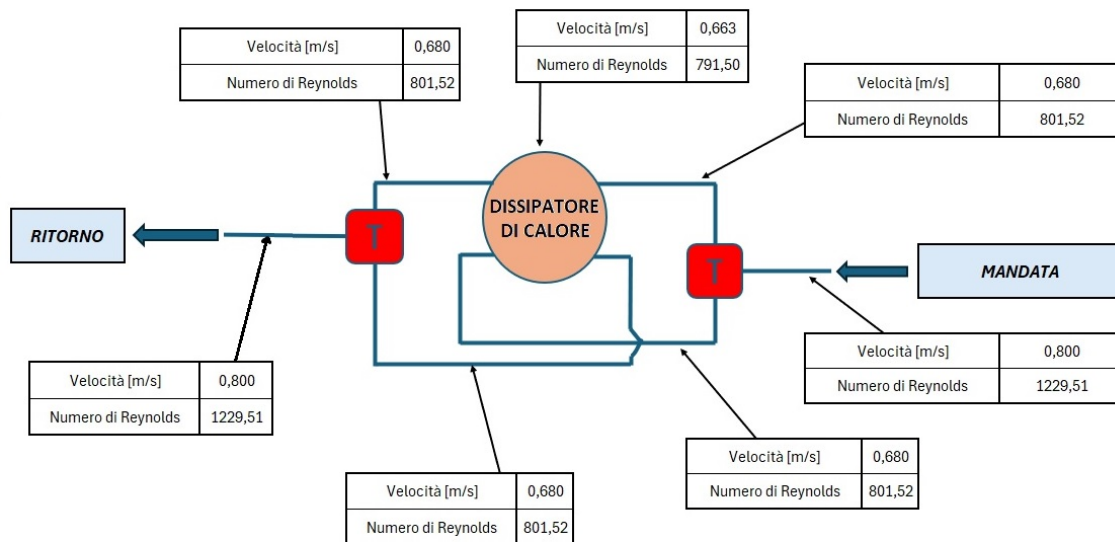


Figura 3.11: Schema riassuntivo regime del fluido

3.4 Calcolo delle perdite di carico

Determinato nel Paragrafo 3.3 il regime di moto laminare del fluido in ciascun tratto del circuito, questo paragrafo applica al caso in esame le relazioni richiamate nel Paragrafo 3.2 per il calcolo delle perdite di carico subite dal fluido di raffreddamento lungo il proprio percorso. Vengono prima calcolate le perdite distribuite, dovute all'attrito viscoso lungo lo sviluppo dei condotti, e successivamente si determinano le perdite concentrate, associate alle discontinuità geometriche presenti nel circuito. La somma dei due contributi, valutata separatamente per ciascun tratto del circuito e successivamente ricomposta sull'intero percorso, fornisce la perdita di carico totale del sistema.

3.4.1 Calcolo delle perdite di carico distribuite

Avendo verificato nel Paragrafo 3.3.3 che il moto del fluido è laminare in ogni tratto del circuito, il calcolo del fattore di attrito può essere svolto impiegando l'espressione analitica esatta (3.5) valida per tale regime, richiamata nel Paragrafo 3.2.2. Poiché il numero di Reynolds è già stato calcolato per ciascun tratto del circuito (Paragrafo 3.3.3), è possibile calcolare direttamente il corrispondente fattore di attrito, per poi risalire alla perdita di carico distribuita tramite l'equazione di Darcy-Weisbach nella forma delle perdite di pressione (3.4).

Tratto chiller-attacco a T (mandata e ritorno)

Con $Re = 1229,51$, il fattore di attrito risulta:

$$f = \frac{64}{1229,51} = 0,0521 \quad (3.37)$$

Con $L = 0,368$ m, $D = 10,3$ mm e $v = 0,800$ m/s, si ottiene:

$$\Delta p_{chiller-T} = 0,0521 \cdot \frac{0,368}{0,0103} \cdot 928,38 \cdot \frac{0,800^2}{2} = 552,637 \text{ Pa} \quad (3.38)$$

Poiché questo tratto di tubazione è presente sia in mandata sia in ritorno, con diametro e lunghezza equivalenti nei due versi, la perdita di carico distribuita complessiva relativa a questo collegamento deve essere conteggiata due volte:

$$\Delta p_{chiller-T,tot} = 2 \cdot \Delta p_{chiller-T} = 1105,274 \text{ Pa} \quad (3.39)$$

Tratto attacco a T–dissipatore di calore (mandata)

Con $Re = 801,52$, il fattore di attrito risulta:

$$f = \frac{64}{801,52} = 0,0798 \quad (3.40)$$

Con $L = 0,965$ m, $D = 7,9$ mm e $v = 0,680$ m/s, si ottiene:

$$\Delta p_{T-DC} = 0,0798 \cdot \frac{0,965}{0,0079} \cdot 928,38 \cdot \frac{0,680^2}{2} = 2093,774 \text{ Pa} \quad (3.41)$$

Tratto dissipatore di calore–attacco a T (ritorno)

Il fattore di attrito è identico al tratto precedente, essendo uguali il diametro e la velocità. Tuttavia, poiché la tubazione di ritorno presenta una lunghezza maggiore ($L = 1,321$ m), la perdita di carico risulta superiore:

$$\Delta p_{DC-T} = 0,0798 \cdot \frac{1,321}{0,0079} \cdot 928,38 \cdot \frac{0,680^2}{2} = 2866,192 \text{ Pa} \quad (3.42)$$

Sommando i contributi delle tubazioni di collegamento si ottiene la perdita di carico distribuita totale relativa al tratto di tubazioni del circuito:

$$\Delta p_{tubi,dist} = \Delta p_{chiller-T,tot} + \Delta p_{T-DC} + \Delta p_{DC-T} = 6065,240 \text{ Pa} \quad (3.43)$$

Canali del dissipatore di calore

Con $Re = 791,50$, il fattore di attrito risulta:

$$f = \frac{64}{791,50} = 0,0809 \quad (3.44)$$

Con $L = 2,785$ m, $D = 8$ mm e $v = 0,663$ m/s, si ottiene:

$$\Delta p_{DC,dist} = 0,0809 \cdot \frac{2,785}{0,008} \cdot 928,38 \cdot \frac{0,663^2}{2} = 5745,841 \text{ Pa} \quad (3.45)$$

Va precisato che, poiché i due semi-gusci del dissipatore di calore e i due rami che collegano quest'ultimo all'attacco a T (sia in mandata che in ritorno) sono collegati in parallelo, essi sono per definizione soggetti alla medesima caduta di pressione. Pertanto, la perdita distribuita calcolata per un singolo ramo è rappresentativa di entrambi i rami e non deve essere sommata due volte nel computo della perdita totale del sistema.

La perdita di carico distribuita complessiva del circuito è data dalla somma del contributo delle tubazioni e di quello dei canali del dissipatore di calore:

$$\Delta p_{dist,tot} = \Delta p_{tubi,dist} + \Delta p_{DC,dist} = 11811,081 \text{ Pa} \quad (3.46)$$

Questo valore costituisce solo una parte della perdita di carico complessiva del sistema. Nel paragrafo successivo verranno determinate le perdite concentrate, la cui somma con il contributo distribuito qui calcolato fornirà la perdita di carico totale del sistema.

3.4.2 Calcolo delle perdite di carico concentrate

Oltre alle perdite distribuite calcolate nel paragrafo precedente, il circuito presenta ulteriori dissipazioni di energia in corrispondenza delle discontinuità geometriche del percorso. Queste ultime sono quantificabili tramite la formula (3.7), richiamata nel Paragrafo 3.2.3. Le discontinuità presenti nel circuito in esame si distinguono in due gruppi: quelle associate alle tubazioni di collegamento tra il chiller e il dissipatore di calore e quelle associate ai canali a serpentina all'interno del dissipatore di calore.

Tubazioni di collegamento

In corrispondenza dell'attacco a T, la portata proveniente dal chiller si divide nei due rami diretti ai semi-gusci del dissipatore di calore (diramazione), mentre, simmetricamente, la portata di ritorno dai due semi-gusci si ricongiunge in un unico flusso diretto al chiller (confluenza). Per entrambe le configurazioni sono stati impiegati i coefficienti di perdita valutati da Idel'chik per le diramazioni e le confluenze [4]. In particolare:

$$K_{diramazione} = 1 \implies \Delta p_{diramazione} = 1 \cdot \frac{928,38 \cdot 0,800^2}{2} = 297,155 \text{ Pa} \quad (3.47)$$

$$K_{confluenza} = 1,175 \implies \Delta p_{confluenza} = 1,175 \cdot \frac{928,38 \cdot 0,800^2}{2} = 349,157 \text{ Pa} \quad (3.48)$$

Per quanto riguarda le altre discontinuità geometriche, il ridotto rapporto tra i diametri in corrispondenza degli allargamenti e delle restrizioni in ingresso e uscita dal dissipatore, unito all'elevato rapporto tra il raggio di curvatura e il diametro delle tubazioni in corrispondenza delle curve, comporta coefficienti di perdita trascurabili. Pertanto, tali contributi non vengono inclusi nel calcolo.

La perdita di carico concentrata complessiva relativa alle tubazioni risulta, quindi:

$$\Delta p_{tubi,conc} = \Delta p_{diramazione} + \Delta p_{confluenza} = 646,311 \text{ Pa} \quad (3.49)$$

Canali del dissipatore di calore

Il canale a serpentina di ciascun semi-guscio è costituito da una successione di tratti rettilinei e curve con diversi angoli di piegatura: 34 tratti rettilinei, 17 curve a 180° , 16 curve a 170° e 2 curve a 107° . Per ciascuna tipologia di curva è stato determinato un coefficiente di perdita K secondo la formulazione di Idel'chik per condotti curvi [4]:

$$K_{180^\circ} = 3,464 \quad K_{170^\circ} = 3,368 \quad K_{107^\circ} = 2,762 \quad (3.50)$$

È opportuno precisare che, nella formulazione di Idel'chik, il coefficiente di perdita complessivo per un condotto curvo è tipicamente espresso come somma di un termine legato all'attrito e di un termine aggiuntivo dovuto alla curvatura stessa. Poiché il contributo di attrito lungo i tratti curvi è già stato interamente valutato nel calcolo delle perdite distribuite del Paragrafo 3.4.1, nel presente calcolo si è considerato esclusivamente il termine aggiuntivo dovuto alla curvatura, per evitare di conteggiare due volte il medesimo contributo dissipativo.

Applicando la (3.7), si ottengono le perdite concentrate per ciascuna tipologia di curva, moltiplicate per il numero di curve corrispondente:

$$\Delta p_{180^\circ} = 17 \cdot 3,464 \cdot \frac{928,38 \cdot 0,663^2}{2} = 12021,251 \text{ Pa} \quad (3.51)$$

$$\Delta p_{170^\circ} = 16 \cdot 3,368 \cdot \frac{928,38 \cdot 0,663^2}{2} = 10999,837 \text{ Pa} \quad (3.52)$$

$$\Delta p_{107^\circ} = 2 \cdot 2,762 \cdot \frac{928,38 \cdot 0,663^2}{2} = 1127,483 \text{ Pa} \quad (3.53)$$

Sommando i tre contributi, si ottiene la perdita di carico concentrata complessiva relativa al canale a serpentina di un singolo semi-guscio:

$$\Delta p_{DC,conc} = \Delta p_{180^\circ} + \Delta p_{170^\circ} + \Delta p_{107^\circ} = 24148,572 \text{ Pa} \quad (3.54)$$

Come già osservato per le perdite distribuite, essendo i due semi-gusci collegati in parallelo, tale valore non va sommato due volte.

La perdita di carico concentrata complessiva del circuito risulta dalla somma del contributo delle tubazioni di collegamento e di quello dei canali del dissipatore di calore:

$$\Delta p_{conc,tot} = \Delta p_{tubi,conc} + \Delta p_{DC,conc} = 24794,883 \text{ Pa} \quad (3.55)$$

Si osserva come il contributo delle perdite concentrate nei canali del dissipatore di calore risulti largamente predominante rispetto a quello delle tubazioni, coerentemente con l'elevato numero di curve presenti lungo il canale a serpentina.

3.4.3 Calcolo della perdita di carico totale e ripartizione dei contributi

Calcolati nei paragrafi precedenti i contributi distribuiti (Paragrafo 3.4.1) e concentrati (Paragrafo 3.4.2), è ora possibile valutare la perdita di carico totale del circuito, sommando algebricamente le due tipologie di perdita.

$$\Delta p_{tot} = \Delta p_{dist,tot} + \Delta p_{conc,tot} = 36605,964 \text{ Pa} \approx 0,366 \text{ bar} \quad (3.56)$$

Questo valore rappresenta la prevalenza che la pompa deve essere in grado di fornire per garantire la portata di progetto.

Distinzione tra tubazioni e dissipatore di calore

Risulta utile distinguere il contributo delle tubazioni di collegamento da quello dei canali del dissipatore di calore. Sommando separatamente le perdite distribuite e concentrate calcolate nei paragrafi precedenti per ciascun tratto, si ottiene:

$$\Delta p_{tubi} = \Delta p_{tubi,dist} + \Delta p_{tubi,conc} = 6711,551 \text{ Pa} \approx 0,0671 \text{ bar} \quad (3.57)$$

$$\Delta p_{DC} = \Delta p_{DC,dist} + \Delta p_{DC,conc} = 29894,413 \text{ Pa} \approx 0,299 \text{ bar} \quad (3.58)$$

Come verifica, la somma dei due contributi restituisce correttamente il valore della perdita totale calcolata con la (3.56).

Ripartizione percentuale dei contributi

Per visualizzare il peso relativo di ciascun contributo rispetto alla perdita di carico totale del sistema, sono stati rappresentati due grafici a torta, riportati in Figura 3.12. I valori percentuali risultanti sono riassunti in Tabella 3.1.

Contributo	Perdita [bar]	Incidenza sul totale
Distribuite tubi	0,0607	16,6%
Concentrate tubi	0,0065	1,8%
Distribuite DC	0,0575	15,7%
Concentrate DC	0,2415	66%
Totale tubi	0,0671	18%
Totale DC	0,299	82%
Totale sistema	0,366	100%

Tabella 3.1: Ripartizione percentuale delle perdite di carico

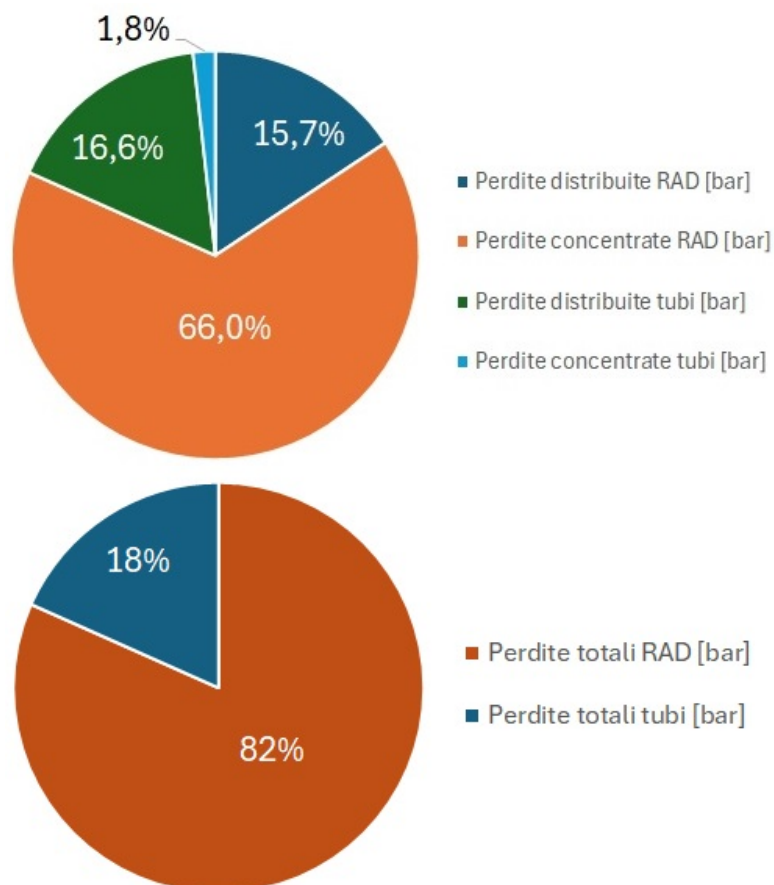


Figura 3.12: Grafici a torta delle perdite di carico

Dall'analisi della ripartizione emerge come il dissipatore di calore costituisca la sorgente dissipativa predominante del circuito, con un'incidenza pari a circa l'82% della perdita di carico totale, contro il restante 18% attribuibile, invece, alle tubazioni. All'interno del dissipatore, inoltre, il contributo delle perdite concentrate risulta di gran lunga superiore a quello delle perdite distribuite. Tale risultato è coerente con la geometria del canale a serpentina, caratterizzata da un numero elevato di curve strette (17 a 180°, 16 a 170° e 2 a 107° per ogni semi-guscio), i cui coefficienti di perdita K risultano significativi anche in regime laminare.

3.5 Il modello a resistenze termiche in serie

Una volta determinato nei paragrafi precedenti il comportamento fluidodinamico del circuito, questo paragrafo descrive la seconda componente del modello 1D: quella relativa alla caratterizzazione termica del sistema. A tale scopo viene impiegata l'analogia elettrica, che consente di rappresentare il percorso compiuto dal calore generato dall'antenna attraverso una rete di resistenze termiche disposte in serie, ciascuna associata a un meccanismo di scambio termico distinto: la resistenza conduttiva introdotta dal foglio d'interfaccia termica in grafite (comprendente anche le resistenze di contatto tra il foglio e le superfici dell'antenna e del guscio), la resistenza conduttiva dovuta allo spessore del guscio e la resistenza convettiva tra la superficie interna dei canali e il fluido di raffreddamento. La somma di questi contributi fornisce la resistenza termica complessiva che si oppone al trasferimento del calore. Tale grandezza, unitamente alla potenza termica da smaltire, consente di ricostruire il profilo di temperatura del sistema nei punti di interesse.

3.5.1 Schema del circuito termico equivalente

Il trasferimento di calore dall'antenna al fluido di raffreddamento avviene attraverso una serie di componenti solidi e di un'interfaccia fluida. Per rappresentare questo percorso, si ricorre all'analogia elettrica, largamente impiegata nell'analisi dei sistemi termici in regime stazionario. La potenza termica $\dot{Q}$ scambiata attraverso un generico mezzo è posta in analogia con la corrente elettrica; la differenza di temperatura ΔT ai capi del mezzo è paragonata alla differenza di potenziale, e la resistenza termica R , definita come il rapporto tra ΔT e $\dot{Q}$, è analoga alla resistenza elettrica.

In questo modo, la legge che governa lo scambio termico assume una forma del tutto analoga alla legge di Ohm:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} \quad [W] \quad (3.59)$$

Questa analogia consente di rappresentare l'intero percorso del calore come un circuito elettrico equivalente, costituito da resistenze termiche disposte in serie e attraversate dalla stessa potenza termica in condizioni stazionarie.

Partendo dalla superficie esterna dell'antenna, mantenuta a una temperatura nota $T_a = 20^\circ C$, il calore attraversa in sequenza:

- il **foglio d'interfaccia termica in grafite**, il cui contributo resistivo complessivo è a sua volta scomponibile in tre resistenze in serie: la resistenza di contatto tra la superficie dell'antenna e il foglio TIM ($R_{c,1}$), la resistenza conduttiva propria dello spessore di grafite (R_g), e la resistenza di contatto tra il foglio TIM e la superficie interna del guscio in acciaio ($R_{c,2}$);
- il **guscio in acciaio AISI 316**, attraverso il quale il calore si trasmette per conduzione lungo lo spessore della parete, con una resistenza conduttiva (R_{ac});
- l'**interfaccia tra la superficie interna dei canali e il fluido di raffreddamento**, attraverso la quale il calore viene asportato per convezione, con una resistenza (R_{conv}) legata al coefficiente di scambio termico convettivo h e quindi al numero di Nusselt.

Essendo le resistenze disposte in serie, la resistenza termica totale del sistema è data dalla loro somma algebrica:

$$R_{tot} = (R_{c,1} + R_g + R_{c,2}) + R_{ac} + R_{conv} \quad \left[\frac{K}{W} \right] \quad (3.60)$$

A ciascuna resistenza corrisponde un nodo di temperatura all'interfaccia tra un mezzo e il successivo. Percorrendo il circuito dall'antenna verso il fluido, si individuano quindi, oltre alla temperatura nota T_a , tre ulteriori nodi: la temperatura all'interfaccia tra il foglio di grafite e il guscio in acciaio ($T_{g,ac}$), la temperatura all'interfaccia tra il guscio in acciaio e il fluido, ovvero sulla superficie interna dei canali ($T_{ac,f}$), e infine la temperatura media del fluido di raffreddamento (T_f). Lo schema del circuito termico equivalente, con l'indicazione delle resistenze e dei nodi di temperatura corrispondenti, è riportato in Figura 3.13.



Figura 3.13: Resistenze termiche in serie

3.5.2 Calcolo della resistenza del foglio d'interfaccia in grafite

Come anticipato nel Paragrafo 3.5.1, il contributo resistivo del foglio TIM non comprende solo la resistenza conduttiva dello spessore di grafite (R_g), ma anche le due resistenze di contatto che nascono alle interfacce tra il foglio e le superfici solide adiacenti: da un lato, la superficie in alluminio dell'antenna ($R_{c,1}$), dall'altro la superficie in acciaio AISI 316 del guscio ($R_{c,2}$).

Il produttore del foglio d'interfaccia dichiara, come riportato in Tabella 2.4, un'impedenza termica inferiore a $0,28 \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{in}^2/\text{W}$, valore ricavato secondo la prova normata ASTM D5470 [5]. Questo metodo prevede di interporre il materiale in esame tra due blocchi dello stesso materiale (tipicamente alluminio) con superfici rettificate, uno dei quali viene riscaldato e l'altro raffreddato. Una volta raggiunta la condizione di equilibrio termico, le temperature delle due superfici a contatto con il campione vengono rilevate tramite sensori dedicati e, nota la potenza termica imposta al sistema, si risale al valore della resistenza complessiva opposta dal foglio al passaggio del flusso termico. È opportuno sottolineare due limiti:

- il valore misurato è un valore comprensivo sia della resistenza propria del foglio, sia delle resistenze di contatto sui due lati del campione. Queste ultime, nella prova standard, sono riferite a due superfici dello stesso materiale e non alla combinazione alluminio-acciaio effettivamente presente nell'applicazione in esame;
- il valore della resistenza di contatto non è costante, ma dipende dalla pressione di serraggio applicata al campione durante la prova. Infatti, a pressioni più elevate corrisponde una resistenza di contatto inferiore, e viceversa.

A questo secondo aspetto si affianca un ulteriore dato utile fornito dal produttore: il rapporto di compressione del materiale, per cui a una pressione di 40 psi un foglio di spessore nominale 1 mm subisce una riduzione di spessore pari al 40% (corrispondente a 0,4 mm).

Per stabilire se sia lecito impiegare direttamente il valore di impedenza termica dichiarato dal produttore, è necessario stimare la pressione di contatto effettivamente esercitata sul foglio TIM dal sistema di serraggio del dissipatore di calore. Come già detto nel Paragrafo 2.3, il manuale del componente riporta una coppia di serraggio pari a 2000 Nmm = 2 Nm per ciascuna delle sei viti M5 che uniscono i due semi-gusci. A partire dalla relazione tra coppia di serraggio e forza assiale generata dalla vite:

$$T = F \cdot K \cdot d \implies F = \frac{T}{K \cdot d} \quad [N] \quad (3.61)$$

dove $K = 0,2$ è il coefficiente di attrito per viti in acciaio e $d = 5$ mm il diametro nominale della vite, si ottiene la forza assiale generata da ciascuna vite:

$$F = \frac{2}{0,2 \cdot 0,005} = 2000 \text{ N} \quad (3.62)$$

Considerando le sei viti presenti, la forza di serraggio complessiva risulta:

$$F_{tot} = n_{viti} \cdot F = 6 \cdot 2000 = 12000 \text{ N} \quad (3.63)$$

Tale forza si distribuisce sull'area di contatto proiettata tra i due semi-gusci, approssimabile come il prodotto tra il diametro medio del guscio e la sua larghezza assiale L . La pressione di contatto risultante è quindi:

$$P = \frac{2 \cdot F_{tot}}{(D_{max} + D_{min}) \cdot L} = \frac{2 \cdot 12000}{(0,2118 + 0,2056) \cdot 0,0935} = 614960 \text{ Pa} = 89,2 \text{ psi} \quad (3.64)$$

Confrontando questo valore con la condizione di riferimento fornita dal produttore, si osserva che la pressione di contatto stimata nell'applicazione risulta più che doppia rispetto a quella di riferimento. È quindi ragionevole ipotizzare che, in queste condizioni, il foglio d'interfaccia subisca una compressione significativa, tale da colmare le microirregolarità superficiali presenti tra i materiali a contatto e il foglio stesso. Su questa base, si ritiene giustificato assumere direttamente, per il presente modello, il valore di impedenza termica dichiarato come rappresentativo della somma delle tre resistenze:

$$A_c \cdot (R_{c,1} + R_g + R_{c,2}) = 0,28 \frac{^{\circ}\text{C} \cdot \text{in}^2}{\text{W}} = 1,80645 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}} \quad (3.65)$$

dove A_c è l'area di contatto tra il foglio TIM e le superfici tronco-coniche del guscio e dell'antenna. Quest'ultima viene calcolata come la superficie laterale di un tronco di cono, di raggio massimo $r_{max} = 0,1059$ m, raggio minimo $r_{min} = 0,1028$ m e larghezza assiale $L = 0,0935$ m.

$$A_c = \pi \cdot (r_{max} + r_{min}) \cdot \sqrt{L^2 + (r_{max} - r_{min})^2} = 0,061337 \text{ m}^2 \quad (3.66)$$

Da cui, sostituendo nella (3.65), si ottiene il valore della resistenza termica complessiva del foglio d'interfaccia:

$$R_{c,1} + R_g + R_{c,2} = \frac{1,80645 \cdot 10^{-4}}{0,061337} = 0,002945 \frac{K}{W} \quad (3.67)$$

Tale valore costituisce il primo dei tre contributi resistivi che compongono la resistenza termica totale del sistema.

3.5.3 Calcolo della resistenza del guscio in acciaio

Il secondo contributo resistivo è dato dalla resistenza conduttiva opposta dal guscio in acciaio AISI 316 al passaggio del calore, tra la superficie di contatto con il foglio TIM e la superficie interna dei canali percorsi dal fluido di raffreddamento. A differenza dei casi di conduzione monodimensionale, la geometria in esame non è riconducibile a nessuna delle forme elementari trattate nel Paragrafo 3.2.6. È necessario quindi ricorrere al **metodo dello shape factor**, strumento che permette di esprimere la potenza termica scambiata tra due superfici di geometria complessa nella forma:

$$\dot{Q} = S \cdot k \cdot \Delta T \quad [W] \quad (3.68)$$

dove S è il fattore di forma (shape factor), funzione della sola geometria del problema, e $k = 15 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ la conducibilità termica del mezzo. Confrontando la (3.68) con la definizione di resistenza termica (3.59), si ottiene immediatamente la relazione tra shape factor e resistenza termica:

$$R = \frac{1}{S \cdot k} \left[\frac{K}{W} \right] \quad (3.69)$$

Consultando la bibliografia degli shape factor, la geometria che meglio approssima il caso in esame è quella relativa a una schiera di cilindri paralleli ed equidistanti, annegati in un mezzo semi-infinito [6], per la quale lo shape factor riferito a un singolo cilindro è espresso come:

$$S_1 = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{2w}{\pi D} \cdot \sinh\left(\frac{2\pi z}{w}\right)\right)} = 0,19857 \text{ m} \quad (3.70)$$

dove $L = 90$ mm è la lunghezza dei tubi, $w = 10$ mm l'interasse tra i tubi, $D = 8$ mm il diametro dei tubi e $z = 6$ mm la distanza dei tubi dalla superficie esterna del mezzo. Trattandosi di canali disposti in parallelo tra loro dal punto di vista termico, lo shape factor complessivo relativo all'insieme dei canali si ottiene moltiplicando il contributo del singolo canale per il numero totale di canali $N = 68$:

$$S_{tot} = S_1 \cdot N = 13,503 \text{ m} \quad (3.71)$$

da cui, applicando la (3.69), si ricava la resistenza termica del guscio in acciaio:

$$R_{ac} = \frac{1}{S_{tot} \cdot k} = 0,004937 \frac{K}{W} \quad (3.72)$$

L'impiego della (3.70) richiede una verifica della sua applicabilità al caso in esame, poiché la correlazione è soggetta a precise condizioni di validità:

- la relazione è valida per $L \gg D, z$ e per $w > 1,5D$. Il primo requisito è ampiamente soddisfatto; il secondo, invece, risulta al limite. Infatti, il rapporto $w/D = 1,25 < 1,5$ non rispetta rigorosamente la condizione richiesta;
- la formulazione è valida per un mezzo semi-infinito, mentre nel caso in esame il guscio ha spessore finito. Tuttavia, poiché il raggio del tronco di cono che costituisce il guscio è molto maggiore della distanza z dei canali dalla superficie, l'approssimazione di mezzo semi-infinito risulta accettabile;
- la correlazione è infine pensata per una parete piana, mentre la superficie reale del guscio è curva (tronco-conica). Anche in questo caso, tuttavia, essendo il raggio di curvatura del tronco di cono molto maggiore della distanza z , l'errore introdotto da questa approssimazione risulta trascurabile.

Tra le tre criticità individuate, la più significativa è la prima, relativa al rapporto w/D . Il mancato rispetto rigoroso di questa condizione porta a una sovrastima dello shape factor S e, di conseguenza, a una sottostima della resistenza termica R_{ac} . Si tratta pertanto di un'approssimazione non conservativa, della quale è opportuno tenere conto nella lettura dei risultati del modello.

Il valore di R_{ac} costituisce il secondo dei tre contributi resistivi della serie di resistenze. Nei paragrafi successivi verrà determinata la resistenza convettiva lato fluido, ultimo contributo necessario per il calcolo della resistenza termica totale del sistema.

3.5.4 Calcolo del numero di Nusselt tramite simulazione CFD

Come discusso nel Paragrafo 3.2.8, il numero di Nusselt per una geometria assegnata deve essere espresso come funzione del numero di Reynolds e del numero di Prandtl. La letteratura offre diverse correlazioni empiriche basate sul numero di Dean (3.11), sviluppate tuttavia per condotti elicoidali. La geometria a serpentina dei canali del dissipatore di calore ricade quindi al di fuori del campo di validità delle correlazioni analitiche disponibili in bibliografia, rendendo necessario il ricorso a un approccio numerico per la determinazione del numero di Nusselt e, di conseguenza, del coefficiente di scambio termico convettivo h .

A tale scopo, è stata eseguita un'analisi CFD tramite il software Simcenter 3D, impiegando il solutore "Thermal-Flow". Per contenere il costo computazionale della simulazione, non è stata modellata l'intera lunghezza del canale a serpentina reale, bensì una geometria a serpentina di sviluppo ridotto, costituita da un numero limitato di tratti rettilinei e curve a 180° , mantenendo le dimensioni geometriche caratteristiche analoghe al caso in esame (Figura 3.14). Tale scelta è giustificata dal fatto che, una volta esaurita la regione di sviluppo termico e fluidodinamico in ingresso, il coefficiente di scambio convettivo tende asintoticamente a un valore di regime. La geometria ridotta consente pertanto di catturare tale valore di regime con un costo computazionale nettamente inferiore rispetto alla simulazione dell'intero canale.

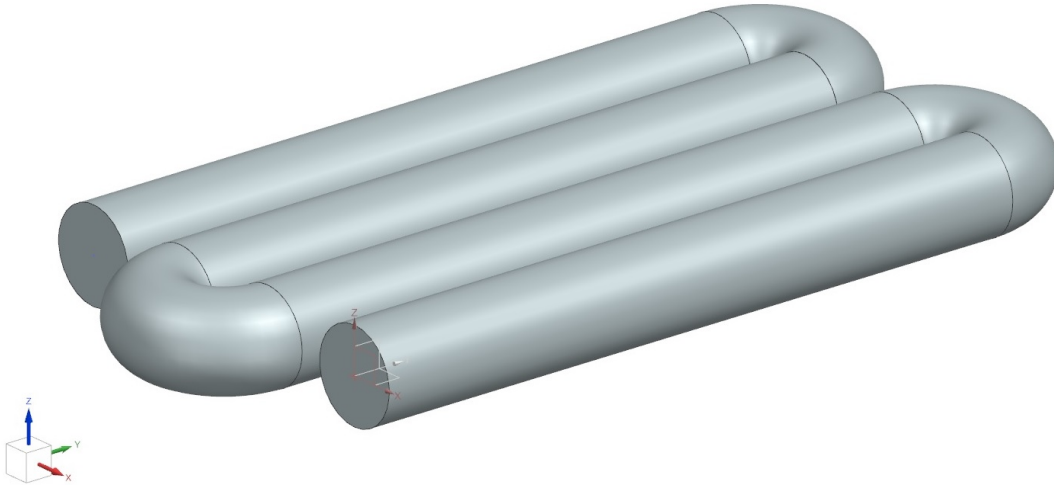


Figura 3.14: Geometria ridotta della serpentina per il calcolo di Nu

Discretizzazione del dominio fluido (mesh)

Il dominio fluido è stato discretizzato tramite una mesh ibrida, costituita da (Figura 3.15):

- una mesh di volume a elementi tetraedrici (TET10), con dimensione dell'elemento pari a 0,35 mm e un surface maximum growth rate pari a 1,2;
- uno strato limite (Boundary Layer) di tipo prismatico applicato alle facce esterne del dominio fluido a contatto con la parete, costituito da 8 layer, con spessore del primo layer pari a 0,035 mm e altezza dei layer successivi definita tramite un growth rate pari a 1,3;
- un infittimento locale in prossimità delle curve, con elemento di dimensione 0,3 mm, al fine di risolvere con maggiore accuratezza i gradienti di velocità e temperatura.

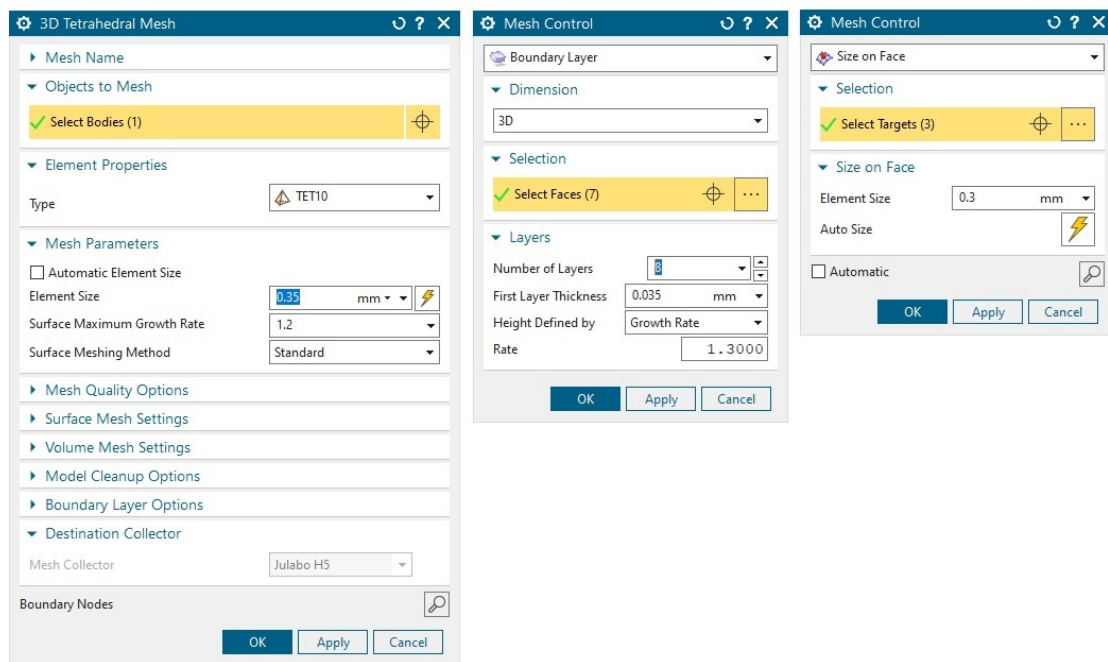


Figura 3.15: Parametri della mesh della serpentina ridotta

La mesh è composta da 1066410 elementi nella regione di volume centrale e da ulteriori 4101888 elementi nello strato limite, per un totale di oltre 5,1 milioni di elementi (Figura 3.16).

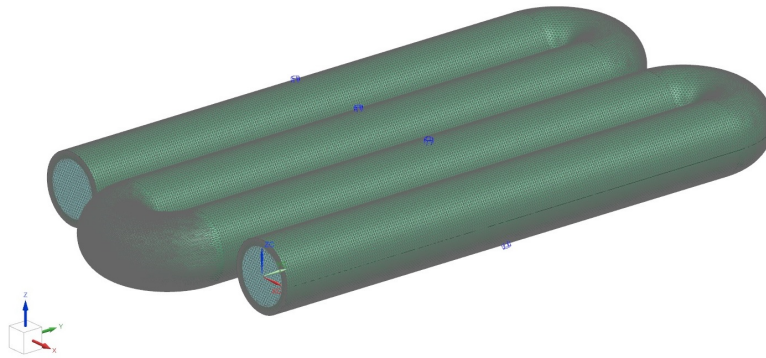


Figura 3.16: Mesh della serpentina ridotta

Condizioni al contorno

Al dominio fluido sono state applicate le seguenti condizioni al contorno:

- in ingresso (Inlet), è stata imposta una condizione di portata volumetrica assegnata (Volume Flow), pari a 2 l/min, coerente con la portata per singolo semi-guscio;
- in uscita (Outlet), è stata impiegata una condizione di tipo apertura (Opening), con pressione relativa esterna imposta pari a 0 MPa (equivalente alla pressione atmosferica);
- una condizione termica di temperatura costante di 15°C alle pareti.

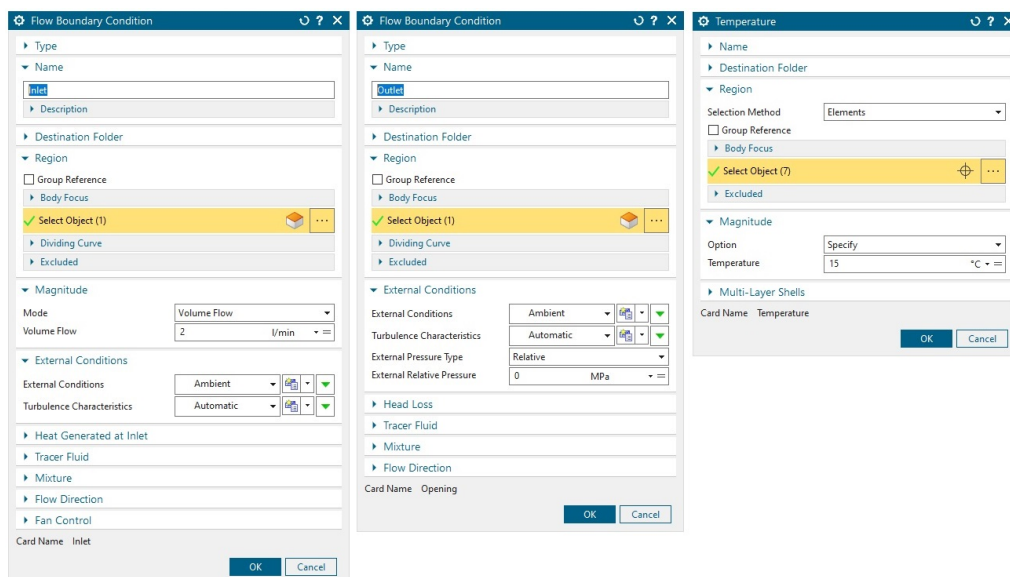


Figura 3.17: Condizioni al contorno della serpentina ridotta

Analisi dei risultati

I risultati della simulazione (Figura 3.18) mostrano il coefficiente di convezione di bulk (3D Flow Bulk Convection Coefficient) lungo lo sviluppo del canale, con un valore minimo di $174,50 \text{ W/m}^2\text{K}$ e un valore massimo di $7367,16 \text{ W/m}^2\text{K}$. I risultati evidenziano valori sensibilmente più elevati in corrispondenza delle curve a 180° , coerentemente con l'insorgenza dei vortici di Dean, i quali intensificano localmente lo scambio termico rispetto ai tratti rettilinei.

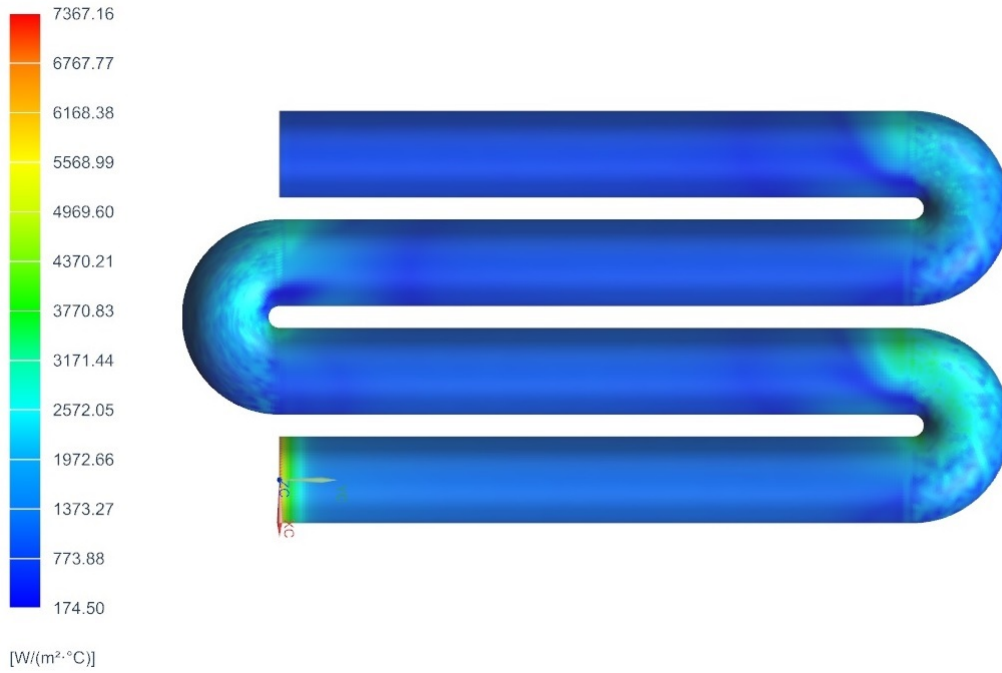


Figura 3.18: Andamento del coefficiente di convezione di bulk

Questa interpretazione è confermata dai risultati relativi alla vorticità del campo di moto (Figura 3.19), che presentano una maggiore intensità proprio in corrispondenza delle curve.

Il coefficiente di convezione h , rappresentativo della geometria in esame, è stato ricavato eseguendo una media pesata dei valori sulla terza curva e sull'equivalente di un tratto rettilineo (metà tratto a monte della curva e metà tratto a valle). Da tale procedura è stato ricavato un coefficiente di convezione pari a $h = 1060,70 \text{ W/m}^2\text{K}$ (Figura 3.20).

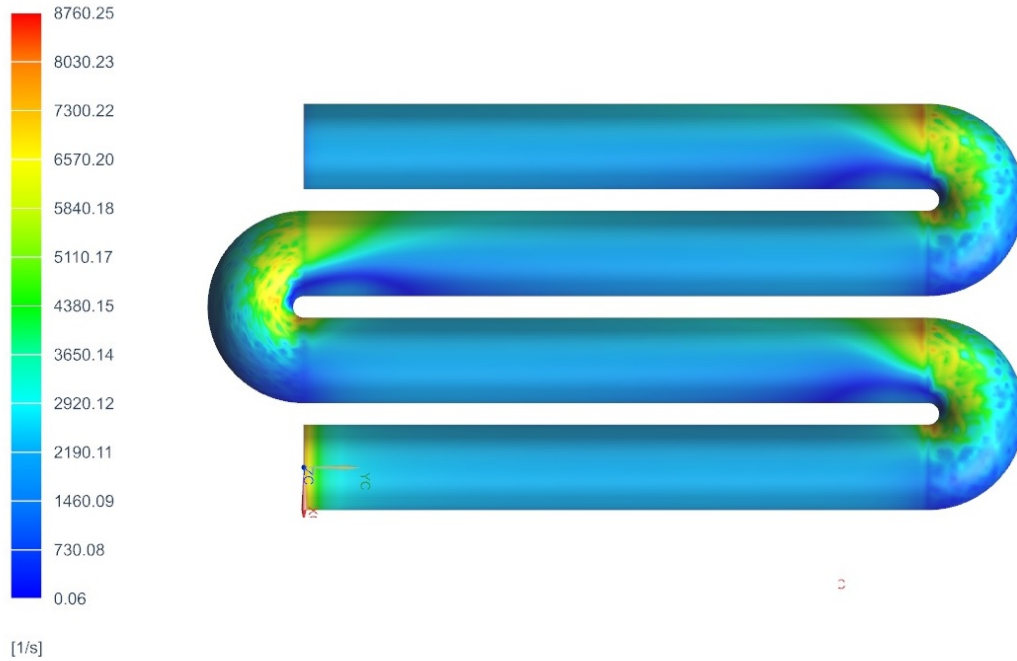


Figura 3.19: Andamento della vorticità

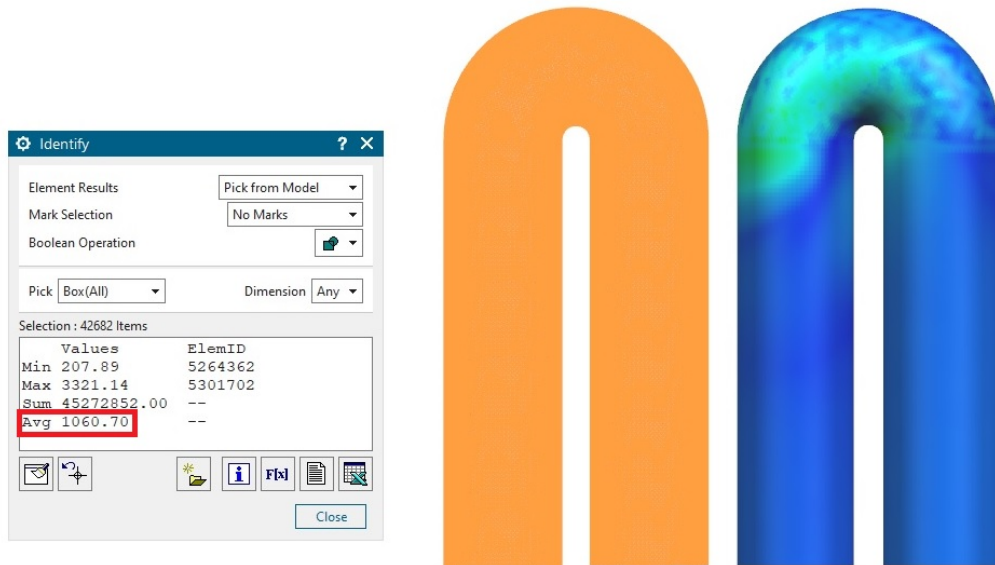


Figura 3.20: Coefficiente di convezione ottenuto

Utilizzando l'equazione (3.19) e considerando che, nel caso in esame, la lunghezza caratteristica è il diametro del condotto D , si è ottenuto un valore rappresentativo del numero di Nusselt pari a:

$$Nu_{CFD} = \frac{1060,70 \cdot 0,008}{0,116} = 73,152 \quad (3.73)$$

Tale valore risulta significativamente superiore a quello ottenibile applicando la correlazione empirica di Xin ed Ebadian [7] per condotti elicoidali:

$$Nu_{X\&E} = (2,153 + 0,318 \cdot De^{0,643}) \cdot Pr^{0,177} = 51,641 \quad (3.74)$$

dove, per il caso in esame, il numero di Dean De e il numero di Prandtl Pr risultano:

$$De = 791,50 \cdot \sqrt{\frac{0,008}{2 \cdot 0,005}} = 707,94 \quad (3.75)$$

$$Pr = \frac{6,22 \cdot 10^{-3} \cdot 1490,43}{0,116} = 79,95 \quad (3.76)$$

Lo scarto di circa il 30% tra i due numeri di Nusselt conferma l'inadeguatezza delle correlazioni analitiche disponibili in letteratura a rappresentare correttamente il caso in esame e giustifica, pertanto, l'adozione del valore ottenuto per via numerica ai fini del presente modello.

Il valore Nu_{CFD} così determinato costituisce il dato di ingresso necessario per il calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo h e della resistenza convettiva R_{conv} , ultimo dei tre contributi della serie di resistenze.

3.5.5 Calcolo della resistenza convettiva

L'ultimo dei tre contributi della serie di resistenze è la resistenza convettiva, associata allo scambio termico tra la superficie interna dei canali del dissipatore di calore e il fluido di raffreddamento in circolazione. A differenza delle due resistenze conduttive determinate nei Paragrafi 3.5.2 e 3.5.3, che dipendono unicamente dalla geometria e dalle proprietà dei materiali solidi coinvolti, la resistenza convettiva è legata al coefficiente di scambio termico h , e, tramite questo, al numero di Nusselt determinato nel Paragrafo 3.5.4.

Come mostrato nella Figura 3.20, per il caso in esame, il coefficiente di scambio termico convettivo vale $h = 1060,70 \text{ W/m}^2\text{K}$. A titolo di confronto, applicando la relazione (3.17) al valore $Nu_{X\&E} = 51,641$ ottenuto dalla correlazione di Xin ed Ebadian, si otterrebbe un coefficiente di scambio sensibilmente inferiore, pari a $h_{X\&E} = 748,79 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Nota l'area di scambio termico $A = 0,1563 \text{ m}^2$, corrispondente alla superficie interna del canale a contatto con il fluido, la resistenza convettiva è pari a:

$$R_{conv} = \frac{1}{h \cdot A} = \frac{1}{1060,70 \cdot 0,1563} = 0,006030 \frac{K}{W} \quad (3.77)$$

3.5.6 Calcolo della resistenza complessiva e ripartizione dei contributi

Determinati nei paragrafi precedenti i tre contributi resistivi, è ora possibile calcolare la resistenza termica totale del sistema sommando algebricamente le tre resistenze in accordo con la (3.60):

$$R_{tot} = 0,002945 + 0,004937 + 0,006030 = 0,0139 \frac{K}{W} \quad (3.78)$$

Questo valore rappresenta la resistenza termica complessiva opposta al trasferimento del calore dall'antenna al fluido di raffreddamento e costituisce, insieme alla potenza termica da smaltire, il dato di ingresso necessario per la ricostruzione del profilo di temperatura del sistema.

Come già fatto per le perdite di carico, risulta utile valutare il peso relativo di ciascuna resistenza rispetto alla resistenza totale del sistema, al fine di individuare l'elemento maggiormente limitante lo scambio termico. Nel foglio di calcolo è stato predisposto, in analogia alla sezione dedicata alle perdite di carico, un grafico a torta riportato in Figura 3.21, che rappresenta la ripartizione percentuale delle tre resistenze in serie. I valori risultanti sono riassunti nella Tabella 3.2.

Contributo	Resistenza [K/W]	Incidenza sul totale
Foglio TIM grafite	0,002945	21,2%
Guscio in acciaio	0,004937	35,5%
Convezione	0,006030	43,3%
Totale	0,0139	100%

Tabella 3.2: Ripartizione percentuale delle resistenze termiche

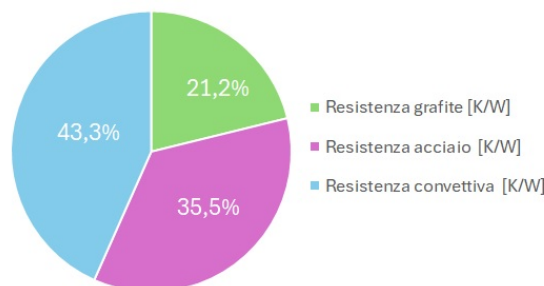


Figura 3.21: Grafico a torta delle resistenze termiche

Dall'analisi della ripartizione emerge come la resistenza convettiva costituisca il contributo singolarmente predominante, con un'incidenza pari a circa il 43% della resistenza termica totale, seguita dalla resistenza del guscio in acciaio e, infine, dalla resistenza del foglio d'interfaccia in grafite.

È interessante osservare come i tre contributi risultino relativamente comparabili tra loro, senza che nessuna delle tre resistenze domini nettamente le altre due. Questo risultato indica che un eventuale intervento di ottimizzazione, volto a ridurre la resistenza termica complessiva del sistema, non può concentrarsi su un unico elemento, ma deve agire su più fronti.

3.6 Bilancio termico e calcolo della temperatura del fluido

Determinata nel Paragrafo 3.5 la resistenza termica complessiva del sistema, questo paragrafo applica il bilancio energetico tra l'antenna e il fluido di raffreddamento per ricostruire il profilo di temperatura nei punti di interesse del dissipatore di calore. Note la potenza termica da smaltire, che verrà valutata nel Paragrafo 3.6.1, e la temperatura superficiale dell'antenna, è possibile risalire alle temperature dei singoli nodi della serie di resistenze, chiudendo così il ciclo di calcolo iterativo descritto nel Paragrafo 3.1.4 e fornendo una valutazione complessiva dell'efficacia del sistema di raffreddamento.

3.6.1 Potenza termica complessiva da smaltire: il contributo della dissipazione viscosa

Il bilancio termico richiede, come dato di ingresso, la potenza termica complessiva che il fluido di raffreddamento deve asportare lungo il proprio percorso attraverso il dissipatore di calore. Tale potenza non coincide semplicemente con la potenza dissipata dall'antenna ($\dot{Q} = 600 \text{ W}$), ma include anche un contributo aggiuntivo dovuto alla dissipazione viscosa del fluido in moto.

Il lavoro meccanico che la pompa compie per vincere le perdite di carico del circuito non è recuperabile. Infatti, per il primo principio della termodinamica, l'energia meccanica dissipata per attrito viscoso lungo il percorso del fluido viene irreversibilmente convertita in energia termica, che si somma al calore ceduto dall'antenna.

Ai fini del bilancio energetico, è rilevante unicamente la dissipazione viscosa generata all'interno dei canali del dissipatore, poiché è in questa regione che il calore aggiuntivo si somma effettivamente al flusso termico proveniente dall'antenna. La dissipazione viscosa che si verifica lungo le tubazioni di collegamento tra chiller e dissipatore di calore, invece, avviene al di fuori del volume di controllo considerato e non influisce sul salto termico del fluido attraverso il dissipatore.

La potenza dissipata per effetto delle perdite di carico è calcolabile come il prodotto tra la caduta di pressione subita dal fluido e la portata volumetrica che lo attraversa:

$$\dot{Q}_a = \Delta p_{DC} \cdot \dot{V}_{tot} \quad [W] \quad (3.79)$$

dove Δp_{DC} è la perdita di carico totale del dissipatore di calore (3.58) e $\dot{V}_{tot}$ la portata volumetrica complessiva elaborata dalla pompa. Si osservi che, pur essendo la perdita di carico riferita al singolo canale a serpentina, il suo prodotto con la portata volumetrica totale del sistema fornisce correttamente la potenza dissipata complessiva in entrambi i semi-gusci. Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$\dot{Q}_a = 29894,413 \cdot 6,667 \cdot 10^{-5} = 1,993 \text{ W} \quad (3.80)$$

La potenza termica complessiva che il fluido di raffreddamento deve asportare risulta quindi:

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q} + \dot{Q}_a = 600 + 1,993 = 601,993 \text{ W} \quad (3.81)$$

Il contributo della dissipazione viscosa risulta quindi pari a circa lo 0,33% della potenza termica dissipata dall'antenna:

$$\frac{\dot{Q}_a}{\dot{Q}} \cdot 100 = 0,332 \% \quad (3.82)$$

Si tratta pertanto di un contributo marginale rispetto alla potenza termica generata dall'antenna. Ciononostante, il modello lo include esplicitamente nel bilancio, in accordo con il principio di conservazione dell'energia, garantendo così che il valore impiegato nei calcoli successivi sia rigorosamente completo. Tale valore costituisce quindi il dato di ingresso impiegato, nel paragrafo successivo, per il calcolo della temperatura media del fluido di raffreddamento.

3.6.2 Calcolo della temperatura media del fluido e delle temperature alle interfacce

Note la potenza termica complessiva da smaltire $\dot{Q}_{tot}$ e la resistenza termica totale del sistema R_{tot} , è ora possibile determinare le temperature ai singoli nodi della serie di resistenze descritta nel Paragrafo 3.5.1, applicando ripetutamente la relazione fondamentale dell'analogia elettrica (3.59).

Partendo dalla temperatura nota della superficie esterna dell'antenna ($T_a = 20\text{ }^\circ\text{C}$) e percorrendo la rete di resistenze in serie nel verso di propagazione del calore, la caduta di temperatura attraverso ciascuna resistenza è pari al prodotto tra la potenza termica che attraversa e la resistenza del tratto considerato:

$$\Delta T = \dot{Q}_{tot} \cdot R \quad [^\circ\text{C}] \quad (3.83)$$

Applicando la (3.83) alla resistenza del foglio d'interfaccia in grafite, si ottiene la temperatura all'interfaccia tra la grafite e il guscio in acciaio:

$$T_{g,ac} = T_a - \dot{Q}_{tot} \cdot (R_{c,1} + R_g + R_{c,2}) = 20 - 601,993 \cdot 0,002945 = 18,23\text{ }^\circ\text{C} \quad (3.84)$$

Proseguendo attraverso la resistenza conduttiva del guscio in acciaio, si ottiene la temperatura all'interfaccia tra il guscio e il fluido:

$$T_{ac,f} = T_{g,ac} - \dot{Q}_{tot} \cdot R_{ac} = 18,23 - 601,993 \cdot 0,004937 = 15,25\text{ }^\circ\text{C} \quad (3.85)$$

Infine, attraversando la resistenza convettiva, si ottiene la temperatura media del fluido di raffreddamento:

$$T_f = T_{ac,f} - \dot{Q}_{tot} \cdot R_{conv} = 15,25 - 601,993 \cdot 0,006030 = 11,62\text{ }^\circ\text{C} \quad (3.86)$$

Equivalentemente, essendo le tre resistenze disposte in serie, la temperatura può essere ottenuta in un unico passaggio applicando la (3.83) alla resistenza termica totale del sistema:

$$T_f = T_a - \dot{Q}_{tot} \cdot R_{tot} = 20 - 601,993 \cdot 0,0139 = 11,62\text{ }^\circ\text{C} \quad (3.87)$$

Tale valore coincide con la temperatura di bulk assunta come riferimento per il calcolo delle proprietà del fluido (Paragrafo 3.3.1).

3.6.3 Calcolo della temperatura d'ingresso e di uscita del fluido dal dissipatore

La temperatura T_f appena calcolata rappresenta, come definito nel Paragrafo 3.1.4, la media aritmetica tra la temperatura del fluido in ingresso e quella in uscita dal dissipatore di calore. Per determinare queste ultime, e quindi il salto termico complessivamente subito dal fluido nell'attraversare il dissipatore, si applica il bilancio energetico globale tra ingresso e uscita:

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{m}_{tot} \cdot c_p \cdot \Delta T_{fluido} \implies \Delta T_{fluido} = \frac{\dot{Q}_{tot}}{\dot{m}_{tot} \cdot c_p} \quad [^{\circ}C] \quad (3.88)$$

dove $\dot{m}_{tot} = 0,061892 \text{ kg/s}$ è la portata massica complessiva elaborata dalla pompa e $c_p = 1490,43 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ è il calore specifico del fluido, valutato, per coerenza, alla temperatura di bulk. Sostituendo i valori numerici, si ottiene:

$$\Delta T_{fluido} = \frac{601,993}{0,061892 \cdot 1490,43} = 6,53 \text{ }^{\circ}C \quad (3.89)$$

Note la temperatura media e il salto termico, le temperature di ingresso e di uscita si ottengono risolvendo il seguente sistema:

$$\begin{cases} T_f = \frac{T_{f,in} + T_{f,out}}{2} = 11,62 \text{ }^{\circ}C \\ \Delta T_{fluido} = T_{f,out} - T_{f,in} = 6,53 \text{ }^{\circ}C \end{cases} \quad (3.90)$$

$$\begin{cases} T_{f,in} = T_f - \frac{\Delta T_{fluido}}{2} = 8,36 \text{ }^{\circ}C \\ T_{f,out} = T_f + \frac{\Delta T_{fluido}}{2} = 14,89 \text{ }^{\circ}C \end{cases} \quad (3.91)$$

3.7 Risultati del modello 1D, confronto e limiti

Il modello monodimensionale, sviluppato nei paragrafi precedenti, ha permesso di caratterizzare in maniera coerente il comportamento fluidodinamico e termico del circuito di raffreddamento in condizioni operative nominali. In questo paragrafo conclusivo del capitolo si riepilogano i principali risultati ottenuti, si confrontano con i vincoli di progetto e si discutono i limiti dell'approccio adottato.

Dal punto di vista fluidodinamico, il modello ha evidenziato un regime di moto laminare in ogni tratto del circuito, con numeri di Reynolds compresi tra circa 790 e 1230, ben al di sotto della soglia critica. Questo risultato ha permesso di impiegare, per il calcolo delle perdite di carico distribuite, l'espressione analitica esatta del fattore di attrito valida in regime laminare, evitando il ricorso a correlazioni empiriche. La perdita di carico totale del circuito è risultata pari a $\Delta p_{tot} = 0,366$ bar, con un'incidenza predominante del dissipatore di calore (82%) rispetto alle tubazioni di collegamento (18%).

Dal punto di vista termico, la serie di resistenze ha fornito una resistenza termica complessiva $R_{tot} = 0,0139$ K/W, con un peso relativamente equilibrato tra i tre meccanismi di scambio coinvolti, nessuno dei quali risulta quindi trascurabile ai fini di un'eventuale ottimizzazione del sistema. Il bilancio termico ha permesso di ricostruire il profilo di temperatura completo, dalla superficie dell'antenna fino al fluido di raffreddamento, con un salto termico complessivo di circa 8,4°C e un incremento di temperatura del fluido tra ingresso e uscita dal dissipatore pari a 6,53°C.

I risultati ottenuti sono pienamente compatibili con i vincoli di progetto e le condizioni operative definite nel Paragrafo 2.4. In particolare, la perdita di carico totale del circuito (0,366 bar) rientra ampiamente nel campo di funzionamento della pompa integrata nel chiller, la cui capacità dichiarata copre un intervallo di pressione compreso tra 0,1 e 0,7 bar. Dal punto di vista termico, la temperatura superficiale dell'antenna risulta mantenuta al valore di progetto di 20°C, mentre la temperatura media del fluido di raffreddamento (11,62°C) è ampiamente compresa nell'intervallo di temperatura operativa ammesso per il fluido stesso.

Pur fornendo risultati coerenti, il modello 1D sviluppato presenta alcuni limiti, in parte già evidenziati nel corso della trattazione, che è opportuno riepilogare:

- **Ipotesi semplificative di base**

Come descritto nel Paragrafo 3.1.1, il modello assume condizioni stazionarie, monodimensionalità delle grandezze, incomprimibilità del fluido e, soprattutto, proprietà termofisiche costanti lungo l'intero circuito, valutate a un'unica temperatura di bulk. Quest'ultima ipotesi trascura le variazioni locali di temperatura che si verificano realmente tra ingresso e uscita del dissipatore di calore, con un salto termico non trascurabile;

- **Rappresentatività del numero di Nusselt CFD**

Il valore di Nusselt impiegato nel modello è stato ricavato da un'unica simulazione CFD su una geometria a serpentina di sviluppo ridotto rispetto al canale reale e nell'ipotesi che il coefficiente di scambio raggiunga un valore di regime asintotico dopo un numero limitato di curve;

- **Approssimazioni nel calcolo delle resistenze**

Come discusso nei Paragrafi 3.5.2 e 3.5.3, sia l'assunzione del valore di impedenza termica del foglio TIM così come dichiarato dal produttore (ottenuto in condizioni di prova non perfettamente rappresentative dell'accoppiamento alluminio-acciaio reale), sia il mancato rispetto rigoroso della condizione $w > 1,5 \cdot D$ nella formulazione dello shape factor per il guscio in acciaio, introducono approssimazioni;

- **Natura a parametri concentrati del modello**

Essendo il modello basato su un numero discreto di nodi di temperatura e su grandezze mediate per ciascun tratto del circuito, esso non è in grado di restituire l'andamento continuo delle grandezze di interesse lungo lo sviluppo del canale, né di cogliere eventuali effetti locali.

Questi limiti, pur non intaccando la validità del modello come strumento di progettazione preliminare, motivano la necessità di eseguire un'analisi di sensibilità (oggetto del prossimo capitolo) tramite una campagna di simulazioni CFD dedicata, in grado di evidenziare l'effetto delle principali variabili geometriche e operative sulle prestazioni termo-fluidodinamiche del dissipatore di calore.

Capitolo 4

Analisi di sensibilità

Il modello monodimensionale sviluppato nel capitolo precedente ha fornito una caratterizzazione completa del comportamento fluidodinamico e termico del circuito di raffreddamento nelle condizioni operative nominali. Tuttavia, i limiti già discussi nel Paragrafo 3.7, pur non compromettendone la validità, ne restringono l'affidabilità a un unico punto operativo.

Un'eventuale ottimizzazione del sistema di raffreddamento, condotta variando la geometria della serpentina (rapporto L/D) o le condizioni di funzionamento della pompa (numero di Reynolds), richiederebbe la conoscenza del comportamento di K e di Nu non in un punto isolato, ma su un intero dominio di variazione dei due parametri adimensionali di progetto.

Il presente capitolo affronta questa esigenza attraverso una campagna di simulazioni CFD, pianificata secondo i criteri del Design of Experiments (DOE), volta a determinare come il coefficiente di perdita K , il numero di Nusselt e la potenza dissipata per attrito varino al variare di L/D e Re . L'obiettivo finale non è soltanto descrittivo: le relazioni ottenute dall'analisi di sensibilità vengono elaborate, tramite un codice MATLAB dedicato, in superfici di risposta $K = K(Re, L/D)$, $Nu = Nu(Re, L/D)$ e $P_a = P_a(Re, L/D)$, che costituiscono lo strumento con cui, nel capitolo successivo, si affronterà l'ottimizzazione del sistema di raffreddamento.

4.1 Richiami teorici sul Design of Experiments (DOE)

Il Design of Experiments (DOE) è un insieme di tecniche statistiche finalizzate a pianificare in maniera sistematica ed efficiente le prove (sperimentali o numeriche) necessarie a caratterizzare la risposta di un sistema al variare di una o più variabili

di ingresso. A differenza di un approccio non strutturato, in cui le prove vengono condotte in maniera casuale o guidata unicamente dall'intuizione del progettista, il DOE consente di ottenere, a parità di risorse computazionali o sperimentali disponibili, un'informazione più completa e statisticamente robusta sul comportamento del sistema, evidenziando sia l'effetto delle singole variabili sia, quando il piano lo prevede, le eventuali interazioni tra esse.

Nell'ambito della progettazione ingegneristica, il ricorso al DOE risulta particolarmente vantaggioso quando la valutazione della risposta del sistema richiede simulazioni onerose dal punto di vista computazionale. La pianificazione sistematica delle prove permette di limitare il numero di simulazioni necessarie, senza però rinunciare alla possibilità di ricostruire un modello matematico capace di predire il comportamento del sistema anche in condizioni non esplicitamente simulate.

Nei sottoparagrafi successivi si richiamano gli elementi teorici del DOE rilevanti ai fini del presente lavoro.

4.1.1 Variabili di ingresso, variabili di risposta e spazio di progetto

Il primo passo nella pianificazione di un esperimento secondo i criteri del DOE consiste nell'identificazione delle variabili coinvolte nel problema e nella loro classificazione in due categorie:

- **Variabili di ingresso.** Sono le grandezze che il progettista può controllare e far variare in maniera indipendente tra una prova e l'altra e che si ipotizza influenzino il comportamento del sistema oggetto di studio. Ogni variabile di ingresso viene esplorata all'interno di un intervallo di interesse, delimitato da un valore minimo e da un valore massimo compatibili con i vincoli fisici, geometrici o operativi del sistema. I valori discreti assunti dalla variabile all'interno di tale intervallo, in corrispondenza dei quali vengono effettivamente condotte le prove, sono detti livelli.
- **Variabili di risposta.** Sono, al contrario, le grandezze di uscita del sistema, il cui valore non viene imposto, ma osservato o calcolato al termine di ciascuna prova. L'obiettivo dell'analisi è determinare in che modo la risposta dipenda dai fattori di ingresso, sia in termini qualitativi (individuazione delle variabili più influenti) sia in termini quantitativi (costruzione di una relazione matematica tra fattori e risposta).

L'insieme di tutte le possibili combinazioni dei livelli delle variabili di ingresso, comprese all'interno dei rispettivi intervalli di variazione, definisce lo spazio di progetto (design space) del problema. Nel caso di due sole variabili di ingresso, lo spazio di progetto è rappresentabile come una regione del piano delimitata dai valori estremi delle due variabili. Ogni punto di tale regione corrisponde a una possibile configurazione del sistema, mentre l'insieme dei punti effettivamente simulati costituisce il piano sperimentale vero e proprio.

Nel lavoro in esame, le variabili di ingresso coincidono con i due parametri adimensionali che governano il comportamento fluidodinamico e termico del canale a serpentina: il rapporto L/D , che esprime il rapporto tra la lunghezza del tratto rettilineo tra due curve consecutive e il diametro del condotto, e il numero di Reynolds Re , rappresentativo del regime di moto del fluido di raffreddamento. La scelta di utilizzare questi due soli fattori deriva dalla considerazione che essi rappresentano le due leve di progetto effettivamente disponibili sul sistema in esame. Infatti, il primo agisce sulla geometria della serpentina, mentre il secondo sulle condizioni operative imposte dalla pompa. Le variabili di risposta corrispondenti sono, invece, il coefficiente di perdita K (comprendente sia il contributo distribuito che quello concentrato), il numero di Nusselt Nu e la potenza dissipata per attrito viscoso.

Infine, è opportuno osservare che, trattandosi di un'indagine condotta per via numerica anziché sperimentale, le variabili di risposta non sono affette da errore di misura in senso stretto, ma restano comunque soggette alle incertezze proprie della modellazione CFD.

4.1.2 Design fattoriali completi e design a un fattore alla volta (OAT)

Una volta definito lo spazio di progetto, il passo successivo nella pianificazione di un esperimento consiste nello scegliere quali combinazioni dei livelli delle variabili di ingresso debbano essere effettivamente esplorate. Le strategie disponibili a tale scopo si distinguono principalmente in due categorie: i **design fattoriali completi** e i **design a un fattore alla volta** (One-Factor-At-a-Time, OAT).

Un design fattoriale completo prevede che ciascuna combinazione dei livelli di tutte le variabili di ingresso venga effettivamente simulata. Nel caso più semplice di due fattori, ciascuno esplorato, ad esempio, su due soli livelli, il piano fattoriale completo

richiede quattro prove. L'estensione a più livelli o a più fattori comporta una crescita del numero di prove necessarie, pari al prodotto del numero di livelli di ciascuna variabile. Il vantaggio principale di questo approccio consiste nella possibilità di stimare non soltanto l'effetto di ciascuna variabile presa singolarmente, ma anche le eventuali interazioni tra i fattori, ossia le situazioni in cui l'effetto di una variabile sulla risposta dipende dal livello assunto dall'altra. Tale completezza ha però un costo computazionale che cresce rapidamente al crescere del numero di fattori e di livelli, rendendo il design fattoriale completo poco praticabile quando, come nel caso delle simulazioni CFD condotte in questo lavoro, ciascuna prova comporta un onere computazionale significativo.

Un design a un fattore alla volta, al contrario, esplora l'effetto di ciascuna variabile d'ingresso, mantenendo tutte le altre fisse a un valore di riferimento e facendo variare un solo fattore per volta su un certo numero di livelli all'interno del proprio intervallo. A parità di variabili in gioco, il numero di prove richieste da un piano OAT è generalmente inferiore a quello richiesto da un design fattoriale completo, poiché cresce in maniera additiva anziché moltiplicativa con il numero di livelli esplorati per ciascun fattore. Questa economicità computazionale rappresenta il principale vantaggio dell'approccio OAT e ne giustifica l'ampio utilizzo nelle fasi preliminari di un'indagine di sensibilità, quando l'obiettivo primario è individuare quali variabili influenzino maggiormente la risposta del sistema prima di investire risorse in un'analisi più completa. Il limite del design OAT risiede tuttavia nell'impossibilità di cogliere le interazioni tra le variabili. Infatti, variando ad ogni prova un solo fattore e mantenendo gli altri fissi, non è possibile stabilire se l'effetto di una variabile sulla risposta rimanga costante al variare del livello delle altre o se invece i due fattori interagiscano tra loro in maniera non separabile. Un piano OAT, inoltre, non esplora l'intero spazio di progetto, ma soltanto i due segmenti che si dipartono dal punto di riferimento lungo le direzioni dei singoli fattori, lasciando priva di informazione diretta la restante porzione del dominio.

Per queste ragioni, nel presente lavoro il design a un fattore alla volta è stato impiegato come prima fase dell'indagine, con l'obiettivo di caratterizzare separatamente l'effetto di L/D e di Re sulle variabili di risposta K , Nu e sulla potenza dissipata per attrito viscoso.

4.1.3 La metodologia delle superfici di risposta (RSM)

Una volta raccolti i dati riguardanti le variabili di risposta in corrispondenza dei punti del piano sperimentale, si pone il problema di sintetizzare queste informazioni in una forma che permetta di predire il valore della risposta anche in condizioni non simulate, comprese tra i punti del dominio. A tale scopo si ricorre alla **Response Surface Methodology (RSM)**, un insieme di tecniche statistiche e matematiche finalizzate alla costruzione di un modello approssimato (la superficie di risposta) che esprima la variabile di risposta come funzione continua delle variabili di ingresso.

Formalmente, data una risposta y e un vettore di k variabili di ingresso $(x_1, x_2, \dots, x_k)$, la superficie di risposta è una funzione $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$, non nota a priori. Essa, infatti, viene stimata a partire dai dati del piano sperimentale attraverso una procedura di regressione, scegliendo una forma funzionale (polinomiale, esponenziale, a legge di potenza o di altro tipo) ritenuta adeguata a rappresentare il fenomeno fisico in esame e specificandone i coefficienti in modo da minimizzare lo scarto tra i valori predetti dal modello e quelli effettivamente calcolati nei punti del design (tipicamente secondo il criterio dei minimi quadrati).

Il livello di adattamento del modello di regressione ai dati sperimentali viene comunemente quantificato attraverso il **coefficiente di determinazione** R^2 , definito come la frazione della variabilità totale della risposta spiegata dal modello. Valori di R^2 prossimi all'unità indicano un adattamento pressoché perfetto, mentre valori sensibilmente inferiori segnalano che la forma funzionale scelta non è in grado di catturare adeguatamente l'andamento dei dati.

Una volta costruita, la superficie di risposta rappresenta uno strumento di calcolo estremamente efficiente, poiché consente di stimare il valore della risposta in un numero arbitrario di punti dello spazio di progetto senza richiedere l'esecuzione di ulteriori simulazioni CFD. È proprio questa caratteristica a rendere la RSM lo strumento metodologico di riferimento per le analisi di ottimizzazione. La ricerca del punto di funzionamento che massimizza o minimizza una o più variabili di risposta, o che ne realizza un compromesso ottimale nel caso di obiettivi multipli e in conflitto tra loro, può infatti essere condotta esplorando l'intero dominio della superficie di risposta, anziché ricorrere a una nuova campagna di simulazioni per ciascuna configurazione da valutare. È su questo principio che si fonda l'approccio adottato nel capitolo successivo, dedicato all'ottimizzazione del sistema di raffreddamento.

4.1.4 Applicazione dei principi del DOE al caso in esame

I concetti richiamati nei sottoparagrafi precedenti trovano applicazione diretta nella pianificazione della campagna di simulazioni CFD condotta in questo lavoro, i cui dettagli sono presentati nel Paragrafo 4.2. Lo scopo di questo sottoparagrafo è invece spiegare il percorso logico che ha condotto dalla teoria generale del DOE alla specifica strategia sperimentale adottata, motivando le scelte compiute alla luce dei vantaggi e dei limiti discussi in precedenza.

Le variabili di ingresso individuate per il problema in esame sono, come anticipato nel Paragrafo 4.1.1, il rapporto L/D e il numero di Reynolds Re , mentre le variabili di risposta sono il coefficiente di perdita K , il numero di Nusselt Nu e la potenza dissipata per attrito viscoso. Lo spazio di progetto risulta pertanto bidimensionale, delimitato dagli intervalli di variazione assegnati ai due fattori: cinque livelli per il rapporto L/D e sette livelli per il numero di Reynolds.

In seguito al confronto tra design fattoriali completi e design OAT, si è scelto di non ricorrere a un piano fattoriale completo su tutti i livelli dei due fattori. Infatti, un'esplorazione sistematica di ogni combinazione di L/D e Re avrebbe comportato un numero di simulazioni CFD non compatibile con l'onere computazionale di ciascuna prova. È stato quindi adottato un piano a un fattore alla volta, articolato in due sweep indipendenti (variazione di L/D a Re fissato e variazione di Re a L/D fissato) condotti sia sulla geometria a serpentina sia sul tubo dritto di riferimento. Per il tubo dritto, è importante ricordare che i risultati sono stati ottenuti tramite formulazione analitica e non tramite simulazioni CFD.

Per compensare il limite principale dell'approccio OAT, ovvero l'incapacità di cogliere eventuali interazioni tra i due fattori, il piano sperimentale è stato integrato con quattro punti aggiuntivi, corrispondenti alle combinazioni estreme dei livelli minimo e massimo di L/D e di Re . Questi punti d'angolo sono stati impiegati come parte integrante del dataset utilizzato per la costruzione delle superfici di risposta bivariate, insieme agli 11 punti distinti generati dai due sweep OAT.

La costruzione delle superfici di risposta è stata condotta assumendo l'ipotesi di separabilità degli effetti dei due fattori tramite una regressione non lineare sull'insieme completo dei 15 punti CFD disponibili, svolta con un codice sviluppato in ambiente MATLAB.

4.2 Definizione del piano sperimentale

Definiti nel paragrafo precedente i principi metodologici del Design of Experiments e le scelte generali di impostazione dell'analisi, questo paragrafo descrive nel dettaglio il piano sperimentale effettivamente adottato. Vengono specificati i parametri adimensionali scelti come variabili di ingresso, i livelli e gli intervalli di variazione esplorati per ciascuno di essi.

4.2.1 Temperatura di riferimento e proprietà del fluido

Le proprietà del fluido di raffreddamento impiegate nel calcolo delle variabili di risposta (densità, calore specifico, viscosità cinematica, viscosità dinamica e conducibilità termica) sono state valutate a una temperatura di riferimento di 10°C , anziché alla temperatura di bulk di $11,62^{\circ}\text{C}$, determinata a valle del bilancio termico del modello monodimensionale. La Tabella 4.1 riassume le proprietà del fluido.

Proprietà	Valore
Densità [kg/m^3]	930
Calore specifico [$\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$]	1488,571
Viscosità cinematica [m^2/s]	$6,86 \cdot 10^{-6}$
Viscosità dinamica [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]	$6,38 \cdot 10^{-3}$
Conducibilità termica [$\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$]	0,116

Tabella 4.1: Proprietà del fluido

Questa scelta deriva dalla necessità di adottare un'unica temperatura di riferimento, fissa e indipendente dal punto operativo, per l'intera campagna di simulazioni. A differenza del modello 1D, in cui la temperatura di bulk è calcolata a valle del bilancio termico in un unico punto di funzionamento nominale, l'analisi di sensibilità esplora un ampio insieme di configurazioni, alcune anche significativamente distanti dalla condizione nominale del sistema. Valutare le proprietà del fluido a una temperatura ricalcolata punto per punto avrebbe introdotto una variabile aggiuntiva, non direttamente legata ai due parametri di ingresso L/D e Re , compromettendo la possibilità di isolare correttamente l'effetto di questi ultimi sulle variabili di risposta.

Si è pertanto scelto di adottare un valore di riferimento, pari a 10°C , mantenuto costante per tutti i punti del piano sperimentale. Questa scelta garantisce la piena

coerenza interna della campagna di sensibilità, poiché tutte le relazioni che verranno ottenute risulteranno confrontabili tra loro in quanto valutate alle medesime proprietà del fluido, e la loro validità non è vincolata al particolare valore di temperatura di bulk emerso dal modello 1D per la sola condizione nominale.

Inoltre, lo scarto tra la temperatura di riferimento qui adottata e quella di bulk del modello 1D ($1,62^{\circ}\text{C}$) è comunque sufficientemente contenuto da non alterare in maniera apprezzabile i valori delle proprietà del fluido nell'intervallo considerato.

4.2.2 Scelta dei parametri adimensionali

La scelta delle variabili di ingresso da assumere come fattori del piano sperimentale è ricaduta su due parametri adimensionali: il rapporto L/D e il numero di Reynolds Re . Il primo esprime il rapporto tra la lunghezza del tratto rettilineo e il diametro della serpentina; variando quindi la lunghezza del tratto rettilineo (parametro dimensionale), varierà il rapporto L/D . Per quanto riguarda il numero di Reynolds, esso varierà al variare della portata elaborata dalla pompa. Tale scelta risponde a un preciso criterio metodologico: l'impiego di parametri adimensionali consente di ottenere relazioni di validità generale, svincolate dalla scala geometrica specifica del componente in esame e direttamente confrontabili con le correlazioni di letteratura, le quali sono anch'esse tipicamente espresse in funzione di Re e di rapporti geometrici adimensionali.

Il rapporto L/D governa la densità delle curve lungo il percorso. Infatti, valori bassi di L/D corrispondono a una serpentina con curve più ravvicinate tra loro, mentre valori elevati corrispondono a tratti rettilinei più lunghi tra una curva e quella successiva. Poiché, come discusso nel Paragrafo 3.5.4, l'insorgenza dei vortici di Dean in corrispondenza delle curve è il meccanismo fisico responsabile sia dell'intensificazione dello scambio termico sia dell'incremento delle perdite di carico concentrate, il rapporto L/D rappresenta la leva geometrica attraverso cui tale meccanismo può essere modulato in fase di progetto, a parità di diametro del condotto.

Il numero di Reynolds è stato scelto come secondo parametro di ingresso perché è rappresentativo del regime di moto del fluido di raffreddamento e quindi delle condizioni operative imposte dalla pompa del chiller. Rispetto all'utilizzo diretto della portata volumetrica (grandezza dimensionale e dipendente dalle proprietà del fluido alla temperatura di esercizio), il numero di Reynolds consente di esprimere l'effetto della portata in una forma adimensionale.

La decisione di limitare il piano sperimentale a queste due sole variabili, escludendo altri parametri geometrici potenzialmente rilevanti (come il diametro del condotto o il passo tra i canali adiacenti), deriva dalla considerazione che L/D e Re rappresentano le uniche due leve di progetto effettivamente disponibili sul sistema in esame. Infatti, il diametro del condotto è vincolato da considerazioni costruttive esterne all'oggetto della presente analisi, mentre il numero e la disposizione dei canali sono fissati dalla configurazione del guscio. Va inoltre precisato che le variabili di risposta relative alla geometria a serpentina sono state ottenute per via numerica, tramite le simulazioni CFD, mentre le corrispondenti grandezze per il tubo dritto di riferimento sono state calcolate per via analitica, impiegando il fattore di attrito di Darcy-Weisbach in regime laminare per il coefficiente di perdita K e la correlazione di Hausen per il numero di Nusselt, senza quindi ricorrere a simulazioni CFD.

4.2.3 Range di variazione e livelli esplorati

Definiti nel paragrafo precedente i due parametri adimensionali assunti come variabili di ingresso, si descrivono ora gli intervalli entro cui essi sono stati effettivamente fatti variare nel piano sperimentale, distinguendo tra lo sweep condotto sul rapporto L/D e quello condotto sul numero di Reynolds.

I livelli dei due sweep sono stati scelti secondo una logica non casuale, ma di diretto interesse ingegneristico. In entrambi i casi, il valore mediano dell'intervallo esplorato coincide con il valore effettivamente posseduto dal sistema di raffreddamento reale, mentre gli altri livelli sono stati ottenuti facendoli variare simmetricamente attorno a tale valore, in modo da poter valutare l'effetto di un allontanamento, in entrambe le direzioni, dalla configurazione attuale.

Per il rapporto L/D , il valore centrale dello sweep $L/D = 7,29$, corrispondente a una lunghezza del tratto rettilineo di 58,30 mm, rappresenta la configurazione geometrica reale del canale a serpentina. Gli altri quattro livelli sono stati ottenuti facendo variare tale valore del $\pm 25\%$ e del $\pm 50\%$, da cui risultano le lunghezze di 43,725 mm e 72,875 mm (rispettivamente -25% e $+25\%$) e di 29,15 mm e 87,45 mm (rispettivamente -50% e $+50\%$), a cui corrispondono i rapporti L/D pari a 3,64, 5,47, 9,11 e 10,93. Durante questo sweep, il numero di Reynolds è stato mantenuto fisso al valore $Re = 773,35$, corrispondente alla portata volumetrica nominale di 2 l/min per ogni semi-guscio già impiegata come condizione al contorno nel modello 1D. La Tabella 4.2 riassume i livelli esplorati nel primo sweep.

L/D	Lunghezza tratto rettilineo [mm]	Variazione %
3,64	29,15	-50%
5,47	43,725	-25%
7,29	58,3	0%
9,11	72,875	+25%
10,93	87,45	+50%

Tabella 4.2: Sweep L/D

Per il numero di Reynolds, il valore centrale dello sweep $Re = 773,35$ rappresenta, analogamente, la condizione operativa nominale del sistema reale. Gli altri sei livelli sono stati ottenuti facendo variare la portata nominale con incrementi discreti pari al 25% del suo valore, dal 25% al 175% di quest'ultimo (corrispondenti a portate comprese tra 0,5 e 3,5 l/min, con passo di 0,5 l/min), ottenendo così numeri di Reynolds compresi tra 193 e 1353. Durante questo sweep, il rapporto L/D è stato mantenuto fisso al valore nominale $L/D = 7,29$, coincidente con il valore centrale dello sweep precedente. La Tabella 4.3 riassume i livelli esplorati nel secondo sweep.

Re	Portata volumetrica [l/min]	Variazione %
193,34	0,5	-75%
386,67	1	-50%
580,01	1,5	-25%
773,35	2	0%
966,68	2,5	+25%
1160,02	3	+50%
1353,36	3,5	+75%

Tabella 4.3: Sweep Re

Tale criterio di costruzione dei due sweep consente di leggere direttamente le relazioni ottenute come una misura dello scostamento delle variabili di risposta rispetto al punto di funzionamento nominale del sistema, informazione di immediato interesse ai fini dell'ottimizzazione trattata nel capitolo successivo.

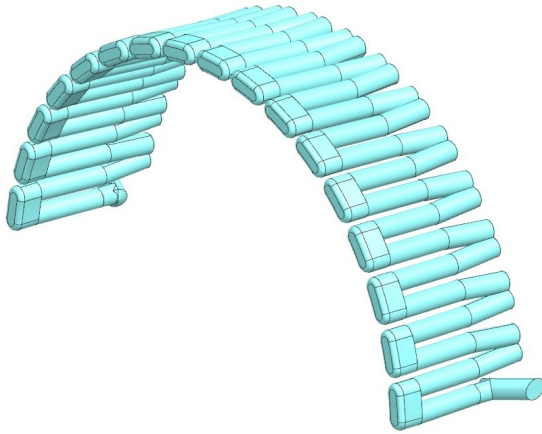
4.3 Setup delle simulazioni CFD e delle relazioni analitiche

Questo paragrafo descrive le modalità con cui le variabili di risposta sono state effettivamente determinate in corrispondenza di ciascun punto del piano. Poiché, come anticipato nel Paragrafo 4.2.2, il coefficiente di perdita K e il numero di Nusselt sono stati ottenuti con approcci metodologicamente distinti (il primo tramite simulazione CFD sulla geometria reale della serpentina, il secondo tramite simulazione CFD su una geometria semplificata a sviluppo ridotto), mentre la potenza dissipata per attrito e i valori inerenti al tubo dritto di riferimento sono stati calcolati per via analitica, si è ritenuto opportuno dedicare un paragrafo specifico alla descrizione di ciascuno di questi quattro approcci.

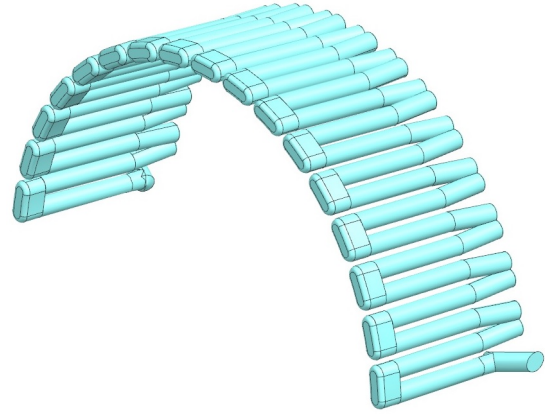
4.3.1 Simulazione CFD per il calcolo del coefficiente K

Le simulazioni CFD per la determinazione del coefficiente di perdita K sono state svolte con lo stesso software impiegato nel Paragrafo 3.5.4 per la determinazione del numero di Nusselt, Simcenter 3D, ma impiegando in questo caso il solutore "Flow" anziché il solutore "Thermal-Flow". Tale scelta è giustificata dalla natura della grandezza da determinare. Infatti, il coefficiente di perdita K dipende esclusivamente dal campo di moto e dalla distribuzione di pressione all'interno del canale, senza richiedere la risoluzione del campo di temperatura. L'impiego del solo solutore fluidodinamico, rispetto a quello accoppiato fluido-termico, consente di ridurre il costo computazionale della simulazione, risultando pertanto particolarmente vantaggioso.

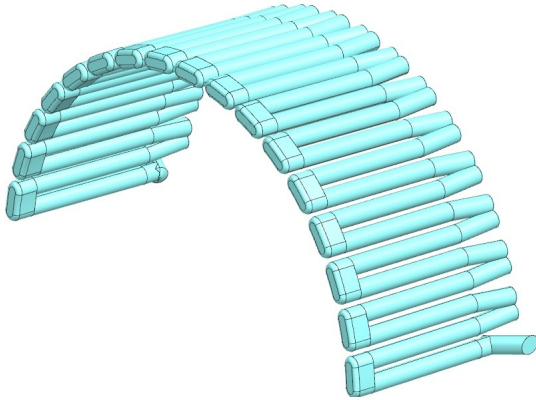
A differenza della simulazione svolta per il calcolo del numero di Nusselt, per la determinazione del coefficiente di perdita di carico K è stata modellata la geometria reale e completa del canale a serpentina del semi-guscio, per ciascuno dei cinque livelli del rapporto L/D esplorati nello sweep geometrico (Figura 4.1). Questa scelta, opposta a quella adottata per il Nusselt, è giustificata dalla natura stessa della grandezza da calcolare. Infatti, mentre il coefficiente di scambio convettivo tende asintoticamente a un valore di regime dopo un numero limitato di curve (rendendo lecita la riduzione della geometria simulata), la perdita di carico complessiva è, per sua natura, una grandezza cumulativa, dipendente dalla somma dei contributi distribuiti e concentrati lungo l'intero sviluppo del canale. Impiegare una geometria ridotta avrebbe pertanto fornito un coefficiente K non rappresentativo del comportamento fluidodinamico reale dell'intero semi-guscio.



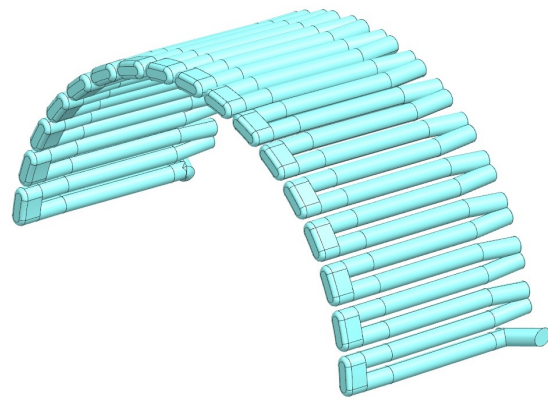
(a) $L/D = 3,64$



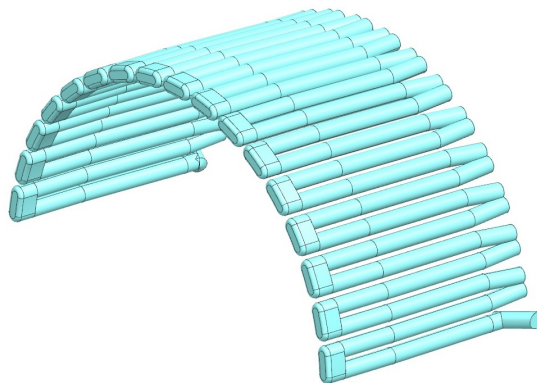
(b) $L/D = 5,47$



(c) $L/D = 7,29$



(d) $L/D = 9,11$



(e) $L/D = 10,93$

Figura 4.1: Geometria della serpentina al variare di L/D (calcolo di K)

Discretizzazione dei domini del fluido (mesh)

I domini del fluido sono ottenuti tramite mesh ibride, costituite da (Figura 4.2):

- una mesh di volume a elementi tetraedrici (TET10), con dimensione dell'elemento pari a 1 mm e un surface maximum growth rate pari a 1,2;
- uno strato limite (Boundary Layer) di tipo prismatico applicato alle facce esterne del dominio fluido a contatto con la parete, costituito da 6 layer, con spessore del primo layer pari a 0,05 mm e altezza dei layer successivi definita tramite un growth rate pari a 1,2;
- un infittimento locale in prossimità delle curve, con elemento di dimensione 0,5 mm, al fine di risolvere con maggiore accuratezza i gradienti di velocità.

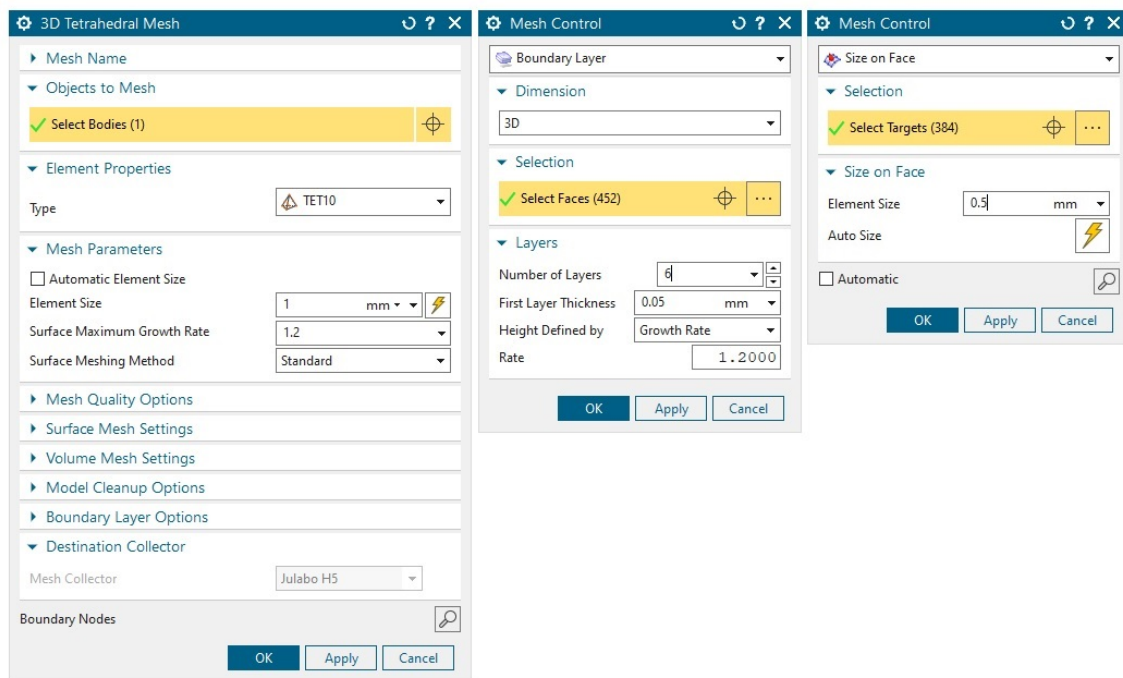


Figura 4.2: Parametri della mesh per il calcolo di K

Le mesh sono composte rispettivamente da 8635457, 9748428, 9786722, 10067004 e 10756010 elementi (Figura 4.3).

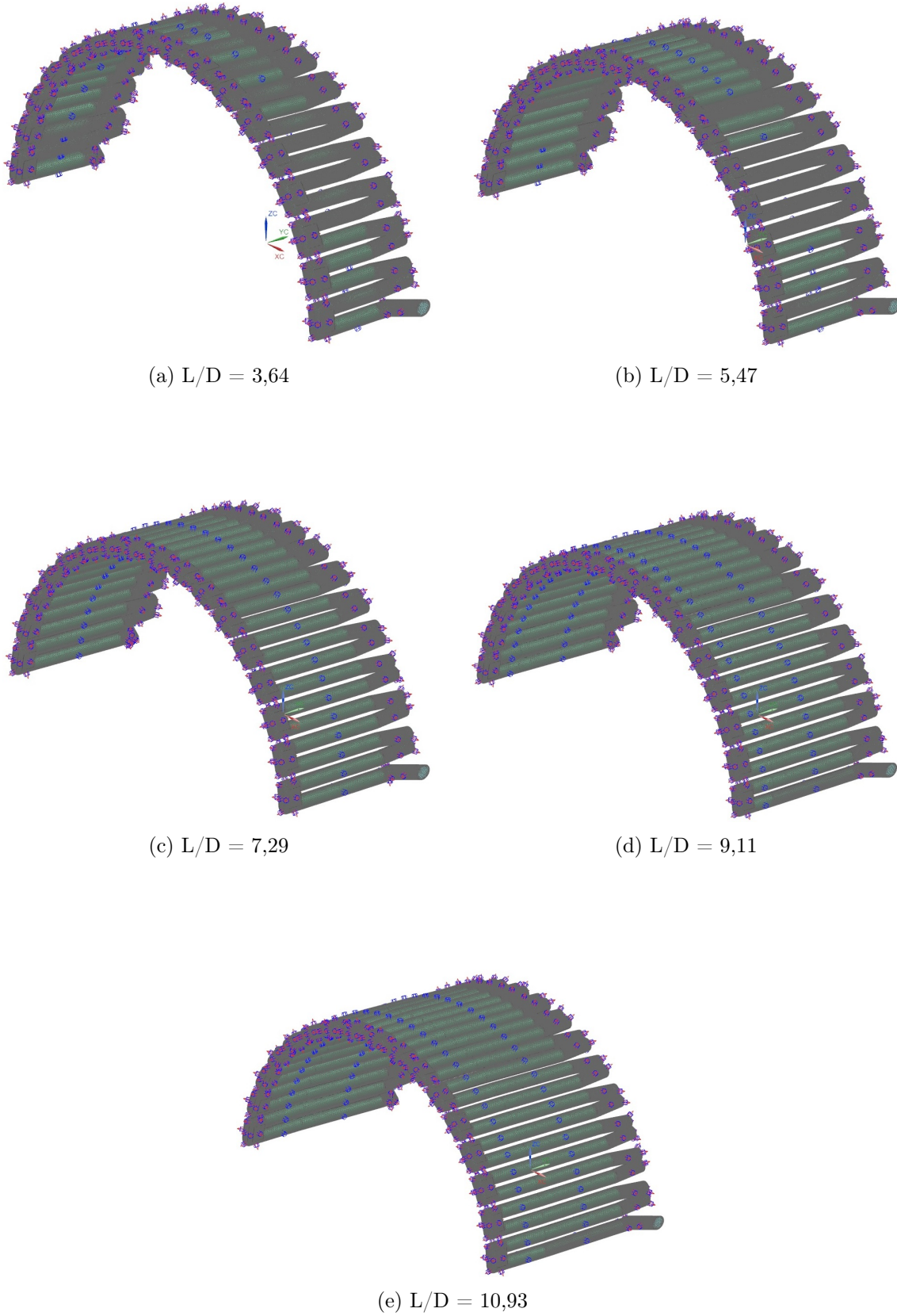


Figura 4.3: Mesh della geometria completa al variare di L/D

Condizioni al contorno

Al dominio fluido sono state applicate le seguenti condizioni al contorno:

- in ingresso (Inlet), è stata imposta una condizione di portata volumetrica (Volume Flow) coerente con il punto del piano sperimentale simulato: pari alla portata nominale di 2 l/min per semi-guscio (corrispondente a $Re = 773,35$) per tutti i punti dello sweep su L/D, e pari, di volta in volta, a ciascuno dei sette valori di portata compresi tra 0,5 e 3,5 l/min per i punti dello sweep su Re, secondo i livelli riportati in Tabella 4.3;
- in uscita (Outlet), è stata impiegata per tutte le simulazioni una condizione di tipo apertura (Opening), con pressione relativa esterna imposta pari a 0 MPa (equivalente alla pressione atmosferica).

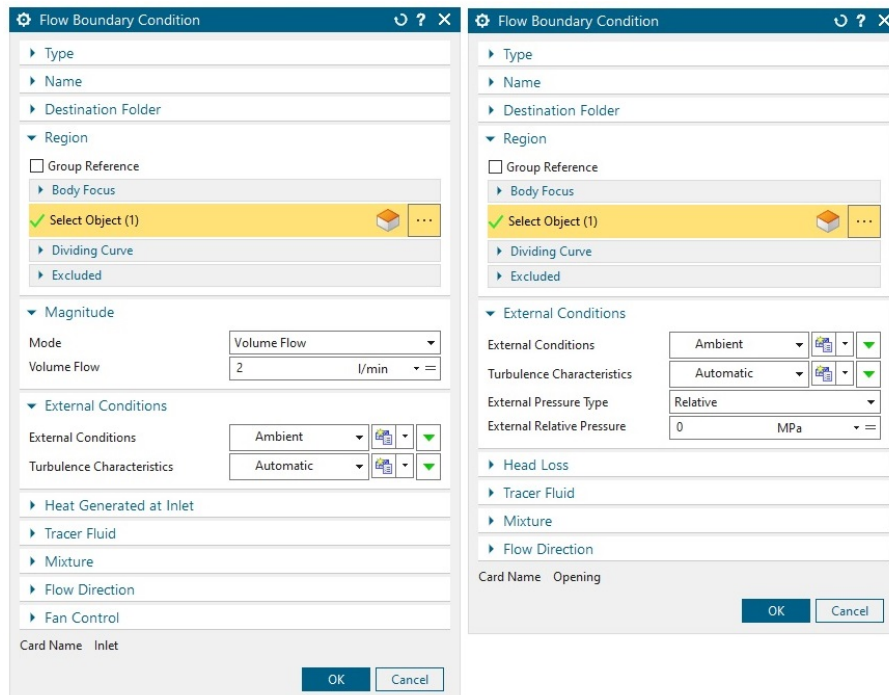


Figura 4.4: Condizioni al contorno per il calcolo di K

Per ciascuno dei cinque punti dello sweep su L/D e per ciascuno dei sette punti dello sweep su Re, la simulazione ha restituito la caduta di pressione complessiva ai capi del canale, da cui il coefficiente di perdita K è stato ricavato dividendo la caduta di pressione per la pressione dinamica.

4.3.2 Simulazione CFD per il calcolo del numero di Nusselt

Le simulazioni CFD per la determinazione del numero di Nusselt sono state eseguite con lo stesso software e lo stesso solutore impiegati nel Paragrafo 3.5.4, Simcenter 3D con il solutore "Thermal-Flow", necessario in questo caso per la risoluzione accoppiata del campo di moto e del campo di temperatura, indispensabile per il calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo h e, di conseguenza, del numero di Nusselt.

Anche in questa campagna non è stata modellata l'intera lunghezza del canale a serpentina reale, bensì una geometria a serpentina di sviluppo ridotto, costituita da un numero limitato di tratti rettilinei e curve a 180° . Per ciascuno dei cinque livelli del rapporto L/D esplorati nello sweep geometrico, la geometria ridotta è stata riproporzionata mantenendo invariato il numero di tratti rettilinei e di curve, variando unicamente la lunghezza dei tratti rettilinei stessi (Figura 4.5).

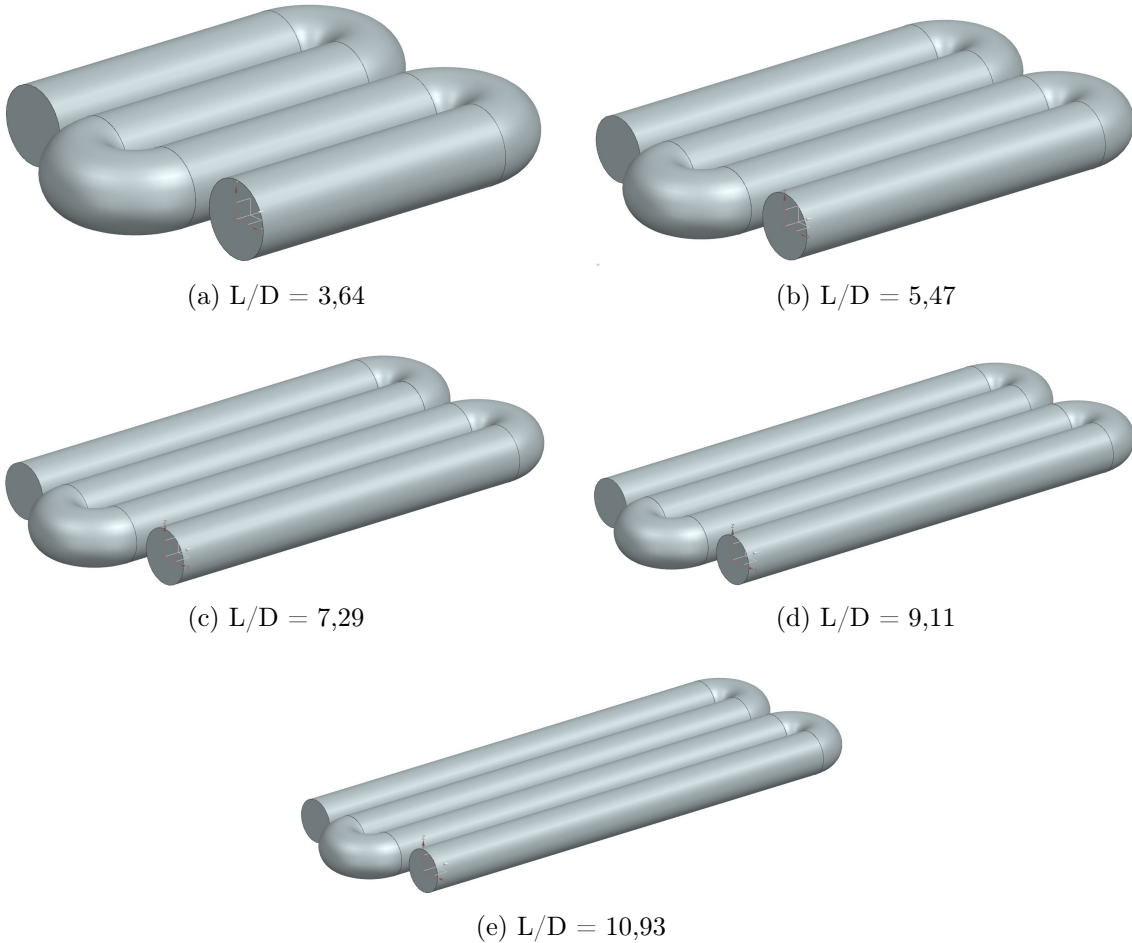


Figura 4.5: Geometria della serpentina al variare di L/D (calcolo di Nu)

Discretizzazione dei domini del fluido (mesh)

I domini del fluido sono stati discretizzati tramite una mesh ibrida, costituita da (Figura 4.6):

- una mesh di volume a elementi tetraedrici (TET10), con dimensione dell'elemento pari a 0,35 mm e un surface maximum growth rate pari a 1,2;
- uno strato limite (Boundary Layer) di tipo prismatico applicato alle facce esterne del dominio fluido a contatto con la parete, costituito da 8 layer, con spessore del primo layer pari a 0,035 mm e altezza dei layer successivi definita tramite un growth rate pari a 1,3;
- un infittimento locale in prossimità delle curve, con elemento di dimensione 0,3 mm, al fine di risolvere con maggiore accuratezza i gradienti di velocità e temperatura.

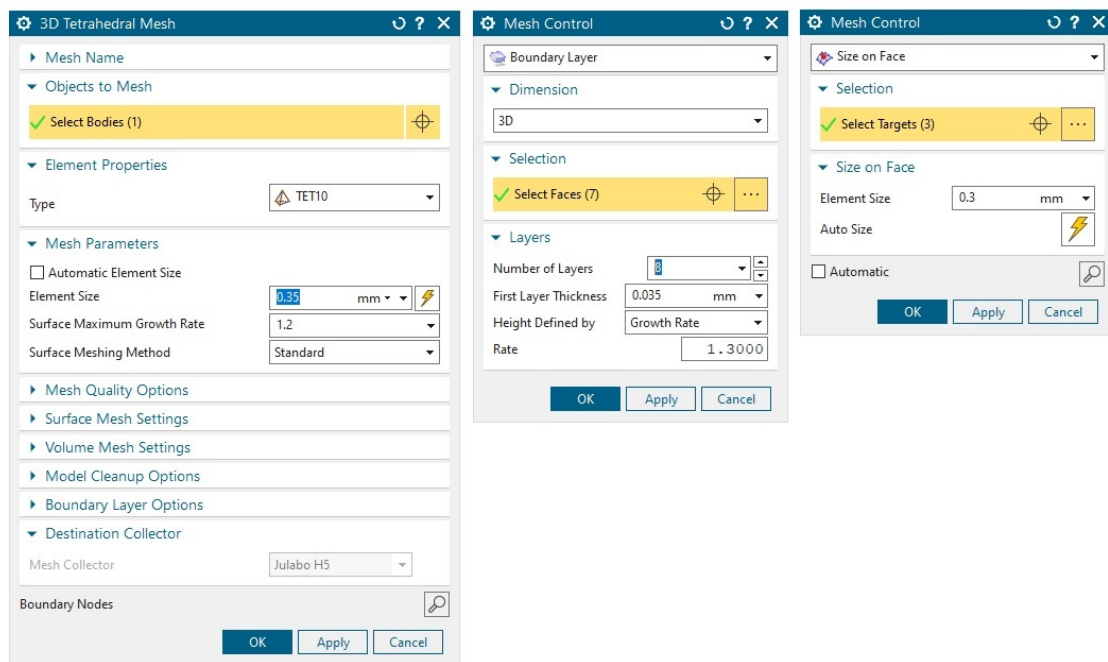


Figura 4.6: Parametri della mesh per il calcolo di Nu

Le mesh sono composte rispettivamente da 3166413, 4168245, 5168298, 6147204 e 7152238 elementi (Figura 4.7).

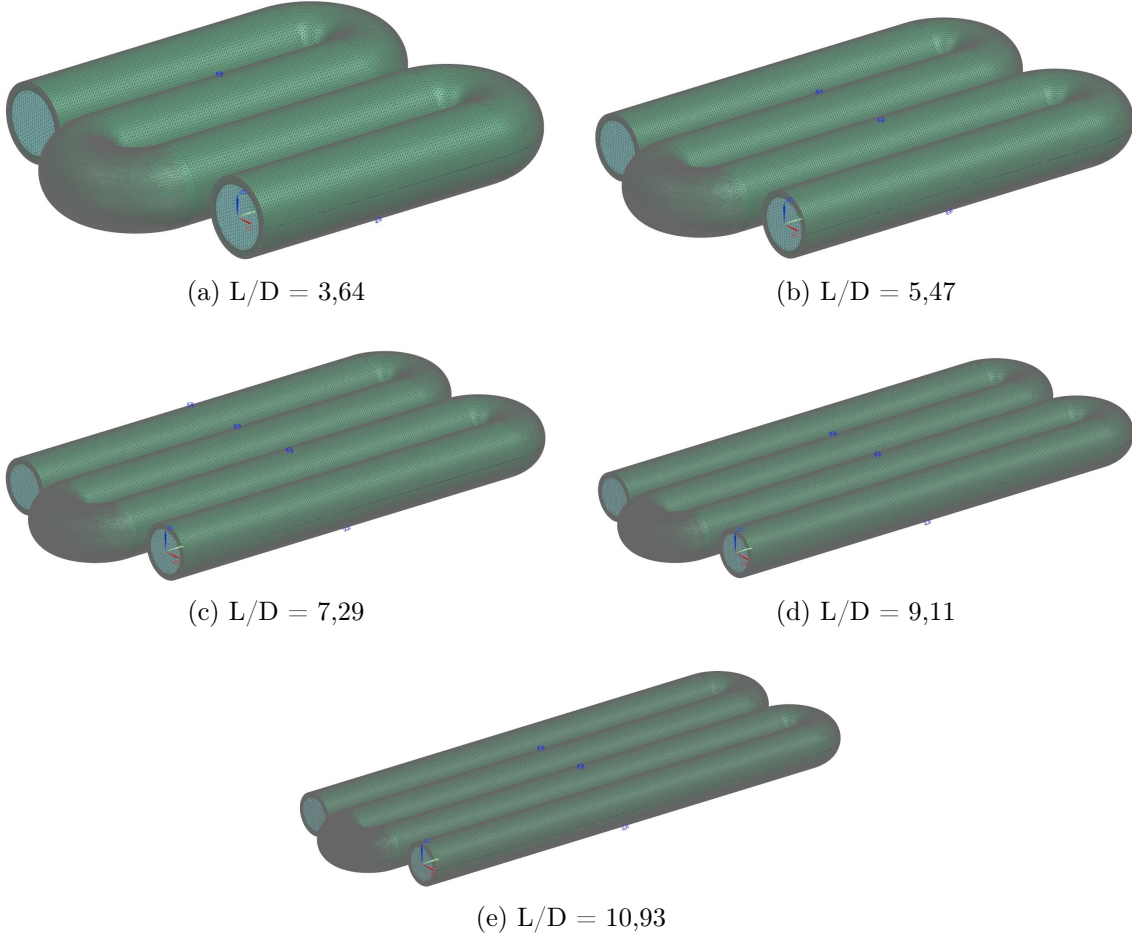


Figura 4.7: Mesh della geometria ridotta al variare di L/D

Condizioni al contorno

Al dominio fluido sono state applicate le seguenti condizioni al contorno:

- in ingresso (Inlet), è stata imposta una condizione di portata volumetrica (Volume Flow) coerente con il punto del piano sperimentale simulato: pari alla portata nominale di 2 l/min (corrispondente a $Re = 773,35$) per tutti i punti dello sweep su L/D , e pari, di volta in volta, a ciascuno dei sette valori di portata compresi tra 0,5 e 3,5 l/min per i punti dello sweep su Re , secondo i livelli riportati in Tabella 4.3;
- in uscita (Outlet), è stata impiegata una condizione di tipo apertura (Opening), con pressione relativa esterna imposta pari a 0 MPa (equivalente alla pressione atmosferica);
- una condizione termica di temperatura costante di 15°C alle pareti.

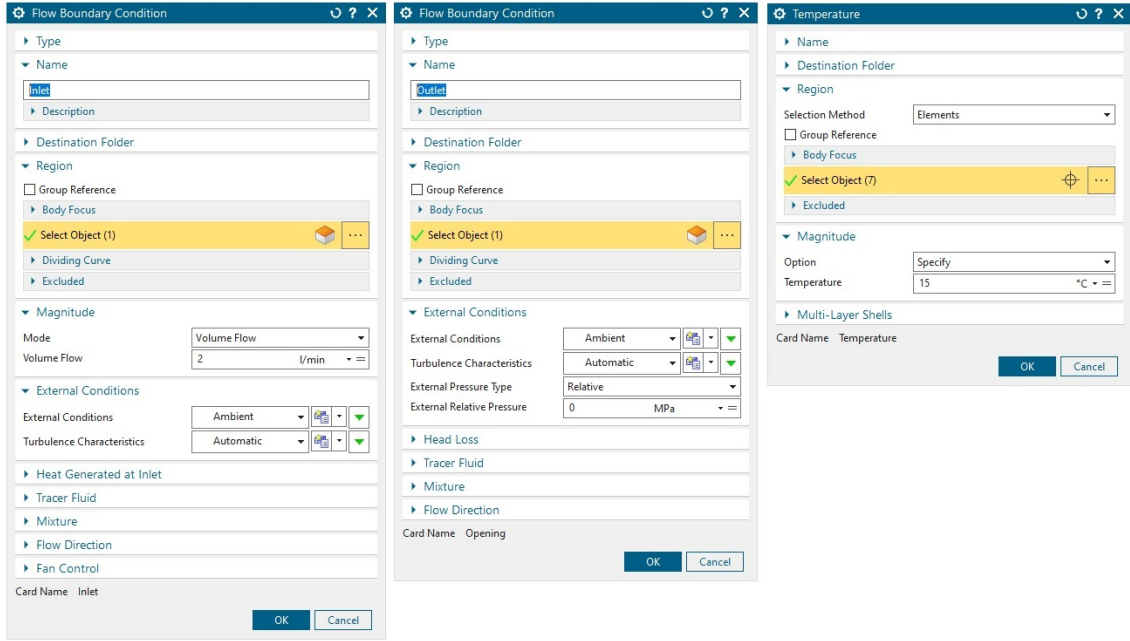


Figura 4.8: Condizioni al contorno per il calcolo di Nu

Per ciascuno dei cinque punti dello sweep su L/D e per ciascuno dei sette punti dello sweep su Re , la simulazione ha restituito il coefficiente convettivo h , da cui è stato ricavato il numero di Nusselt tramite la relazione (3.19).

4.3.3 Relazioni analitiche per il calcolo della potenza dissipata per attrito viscoso

A differenza del coefficiente di perdita K e del numero di Nusselt, il calcolo della potenza dissipata per attrito viscoso non ha richiesto l'esecuzione di alcuna simulazione CFD aggiuntiva. Tale grandezza, infatti, è ottenibile per via puramente analitica a partire dai risultati già ricavati nella campagna descritta nel Paragrafo 4.3.1, applicando la stessa relazione introdotta nel Paragrafo 3.6.1:

$$\dot{Q}_a = \Delta p_{DC} \cdot \dot{V}_{tot} \quad [W] \quad (4.1)$$

dove Δp_{DC} è la perdita di carico complessiva del canale nel punto del piano sperimentale considerato e $\dot{V}_{tot}$ la portata volumetrica totale corrispondente, considerando entrambi i semi-gusci. Poiché il coefficiente di perdita K è legato alla perdita di carico tramite la relazione (3.7), la potenza dissipata per attrito può essere espressa in funzione diretta di K , della densità del fluido ρ e della velocità media v :

$$\dot{Q}_a = K \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot \dot{V}_{tot} \quad [W] \quad (4.2)$$

Per ciascun punto dei due sweep (sia sul rapporto L/D sia sul numero di Reynolds) il valore di K necessario alla (4.2) è quindi quello già determinato tramite simulazione CFD sulla geometria reale della serpentina. Allo stesso modo, la velocità media v e la portata volumetrica $\dot{V}_{tot}$ in corrispondenza di ciascun livello di Reynolds sono note dalla definizione stessa del numero di Reynolds e dalla geometria del condotto, senza richiedere altre informazioni oltre a quelle già impiegate per il calcolo di K .

Questa impostazione presenta un vantaggio rilevante ai fini dell'analisi di sensibilità. Infatti, non essendo la potenza dissipata per attrito una grandezza indipendente, ma una funzione diretta della perdita di carico già nota, la sua caratterizzazione al variare di L/D e di Re non comporta alcun costo computazionale aggiuntivo rispetto a quello già sostenuto per la campagna CFD relativa a K . Questo consente di estendere l'analisi di sensibilità a una terza variabile di risposta senza dover pianificare ed eseguire una terza campagna di simulazioni.

4.3.4 Relazioni analitiche di riferimento per il tubo dritto

Come già anticipato, le variabili di risposta relative al tubo dritto di riferimento, impiegato come termine di paragone per la geometria a serpentina in entrambe le campagne CFD, non sono state ottenute per via numerica, ma calcolate per via analitica, a partire dalle relazioni di fluidodinamica e scambio termico già richiamate nel Paragrafo 3.2.

Il coefficiente di perdita K_{dritto} è stato determinato applicando l'equazione di Darcy-Weisbach in regime laminare, i cui termini sono già stati impiegati nel modello 1D del Capitolo 3 per il calcolo delle perdite distribuite. Il fattore di attrito $f = 64/Re$ è stato applicato a un condotto rettilineo di lunghezza complessiva pari allo sviluppo assiale totale della serpentina corrispondente, in modo da garantire un confronto a parità di percorso complessivamente attraversato dal fluido, ottenendo:

$$K_{dritto} = f \cdot \frac{L_{tot}}{D} \quad (4.3)$$

Il numero di Nusselt Nu_{dritto} è stato, invece, calcolato tramite la correlazione di Hausen, valida per il regime laminare in condizioni di ingresso termico non ancora sviluppato (condizione appropriata per un condotto di lunghezza finita come quello qui considerato), tenendo conto del valore asintotico $Nu = 3,66$ valido per condotti indefinitamente lunghi:

$$Nu_{dritto} = 3,66 + \frac{0,0668 \cdot \frac{D}{L_{tot}} \cdot Re \cdot Pr}{1 + 0,04 \cdot (\frac{D}{L_{tot}} \cdot Re \cdot Pr)^{2/3}} \quad (4.4)$$

dove D è il diametro del condotto, L_{tot} la sua lunghezza totale, Re il numero di Reynolds corrispondente e Pr il numero di Prandtl del fluido, valutati alla temperatura di riferimento definita nel Paragrafo 4.2.1.

L'utilizzo del tubo dritto come termine di paragone riveste un'importanza metodologica specifica ai fini dell'analisi di sensibilità. Le variabili di risposta calcolate sulla geometria a serpentina comprendono, infatti, sia l'effetto dello sviluppo assiale del canale sia l'effetto specifico introdotto dalla curvatura, ossia l'insorgenza dei vortici di Dean. Senza un termine di confronto, non sarebbe possibile distinguere quale frazione dell'incremento di K o di Nu osservato al variare di L/D o di Re sia attribuibile alla sola densità di curve lungo il percorso, e quale sia invece semplicemente riconducibile all'effetto atteso anche in un condotto privo di curvatura.

Confrontando i valori ottenuti per la serpentina con quelli del tubo dritto a parità di L/D e di Re , è quindi possibile isolare il contributo netto della curvatura, esprimendolo come fattore di intensificazione (o di penalizzazione, nel caso delle perdite di carico) rispetto al comportamento di riferimento. Questa distinzione risulta di particolare importanza anche in chiave di ottimizzazione. Infatti, un'eventuale variazione di L/D che riduca la densità di curve non modifica soltanto l'entità assoluta di K e Nu , ma altera specificamente il peso relativo dell'effetto di curvatura rispetto all'effetto di sviluppo assiale, informazione che il solo dato relativo alla serpentina non consente di ricavare.

4.4 Analisi di sensibilità OAT

Definite nel paragrafo precedente le modalità con cui sono state determinate le variabili di risposta, il presente paragrafo analizza i risultati secondo l'approccio a un fattore alla volta (OAT).

Per ciascuna delle variabili di risposta si esamina separatamente l'effetto del rapporto L/D e quello del numero di Reynolds, confrontando in entrambi i casi il comportamento della geometria a serpentina con quello del tubo dritto di riferimento.

È opportuno ribadire che le relazioni ottenute in questa fase descrivono l'effetto di ciascun parametro adimensionale preso singolarmente, mantenendo l'altro fissato al proprio valore nominale. Tali relazioni costituiscono, pertanto, un primo livello di caratterizzazione del comportamento del sistema, propedeutico ma non sufficiente alla costruzione delle superfici di risposta bivariate.

4.4.1 Sensibilità del coefficiente di perdita K

I risultati dei due sweep vengono qui analizzati separatamente per l'effetto del rapporto L/D e per l'effetto del numero di Reynolds.

Effetto del rapporto L/D

La Tabella 4.4 mostra i risultati ottenuti sia per K_{serp} che per K_{dritto} , alla condizione di Reynolds fissato $Re = 773,35$ e rapporto L/D variabile. In entrambi i casi si è ottenuto un andamento pressoché lineare (Figura 4.9).

Lunghezza tratto rettilineo [mm]	29,15	43,725	58,3	72,875	87,45
Rapporto L/D	3,64	5,47	7,29	9,11	10,93
Perdita di carico [bar]	0,265	0,285	0,304	0,326	0,347
K serpentina	129,65	139,43	148,73	159,49	169,77
K tubo dritto	18,56	23,68	28,81	33,93	39,06

Tabella 4.4: Coefficienti di perdita K al variare di L/D

La regressione lineare fornisce:

$$K_{serp} = 5,5 \cdot \frac{L}{D} + 109,35 \quad (4.5)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99936$.

Il medesimo andamento lineare si osserva per il tubo dritto, con:

$$K_{dritto} = 2,81 \cdot \frac{L}{D} + 8,31 \quad (4.6)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99999$.

Dal punto di vista fisico, la linearità di entrambe le relazioni è coerente con la definizione stessa di K. Infatti, all'aumentare di L/D con numero di curve costante, aumenta proporzionalmente lo sviluppo assiale complessivo del canale e con esso il contributo delle perdite distribuite, mentre il contributo delle perdite concentrate resta costante in valore assoluto ma viene normalizzato su una velocità caratteristica invariata.

Il confronto tra i due coefficienti angolari evidenzia come la serpentina risenta più intensamente, in termini assoluti, dell'aumento di L/D . Questo è un effetto atteso, poiché nella serpentina l'incremento della lunghezza dei tratti rettilinei si somma a un contributo distribuito che si sviluppa su un percorso già intrinsecamente più dissipativo a causa delle curve.

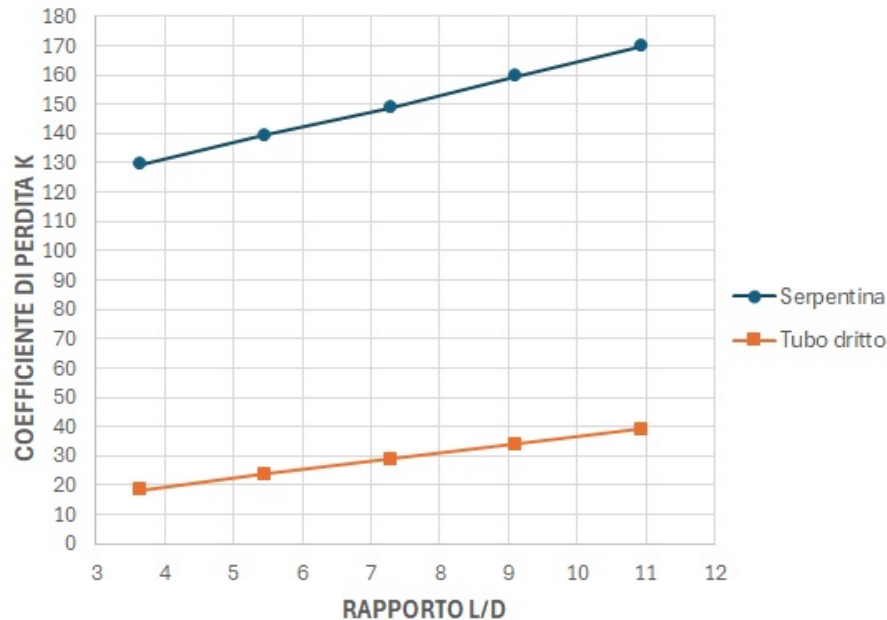


Figura 4.9: Andamento di K al variare del rapporto L/D

Effetto del numero di Reynolds

La Tabella 4.5 mostra i risultati ottenuti sia per K_{serp} che per K_{dritto} , alla condizione del rapporto L/D fissato a 7,29 e Reynolds variabile.

Portata [l/min]	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Velocità [m/s]	0,166	0,332	0,497	0,663	0,829	0,995	1,161
Numero di Reynolds	193,34	386,67	580,01	773,35	966,68	1160,02	1353,36
Perdita di carico [bar]	0,0346	0,0976	0,189	0,304	0,445	0,610	0,802
K serpentina	270,72	190,91	164,31	148,66	139,27	132,58	128,06
K tubo dritto	115,24	57,62	38,41	28,81	23,05	19,21	16,46

Tabella 4.5: Coefficienti di perdita K al variare di Reynolds

La regressione a legge di potenza fornisce:

$$K_{serp} = 16485,48 \cdot Re^{-0,8635} + 95,2 \quad (4.7)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99979$.

Per il tubo dritto, invece, si ricava il seguente andamento:

$$K_{dritto} = \frac{22280}{Re} \quad (4.8)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 1$.

L'esponente di Re ottenuto per la serpentina risulta inferiore, in valore assoluto, a quello atteso per il solo contributo di attrito distribuito in regime laminare (pari a -1, coerentemente con $f = 64/Re$). Questa differenza è attribuibile al peso delle perdite concentrate nelle curve, il cui coefficiente K non è in generale indipendente dal numero di Reynolds. La presenza di un termine costante additivo nella correlazione è dovuta a una componente della perdita concentrata.

La Figura 4.10 mostra l'andamento di K al variare di Reynolds.

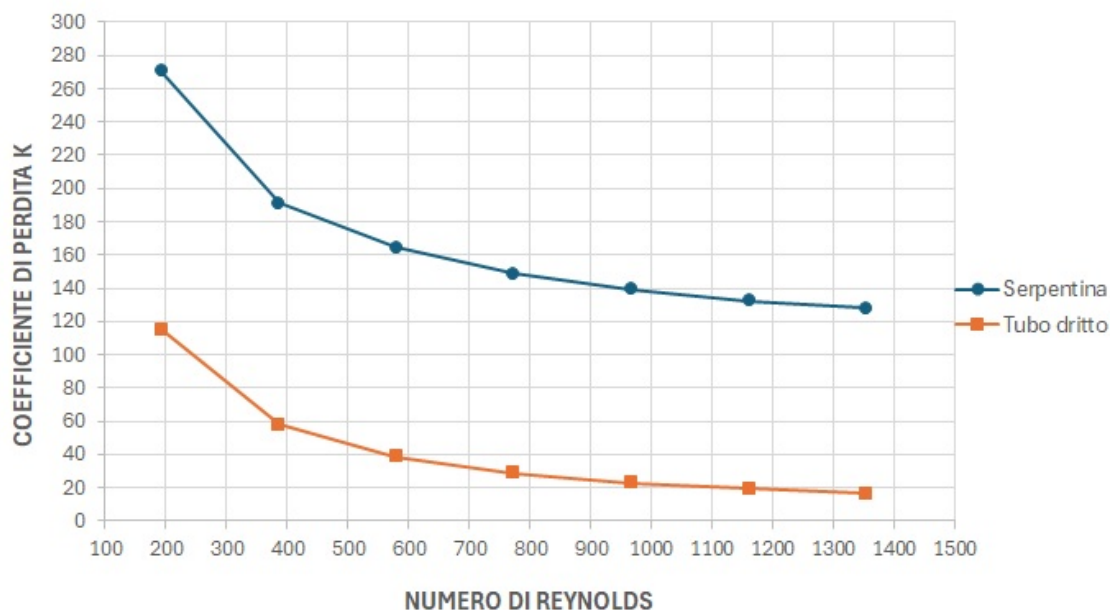


Figura 4.10: Andamento di K al variare di Reynolds

Relazione diretta tra K serpentina e K tubo dritto

Oltre alle relazioni $K = f(L/D)$ e $K = f(Re)$, si riporta anche una correlazione diretta tra il coefficiente di perdita della serpentina e quello del tubo dritto per ciascuno dei due sweep.

Per lo sweep su L/D si ottiene una relazione lineare:

$$K_{serp} = 1,96 \cdot K_{dritto} + 93,09 \quad (4.9)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99926$.

Per lo sweep su Re si ottiene invece una relazione a legge di potenza:

$$K_{serp} = 2,9 \cdot K_{dritto}^{0,8635} + 95,62 \quad (4.10)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99988$.

È interessante notare come l'esponente 0,8635 della seconda relazione coincida, in valore assoluto, con quello già ottenuto nella correlazione $K_{serp} = f(Re)$. Questo risultato non è casuale. Infatti, poiché lungo lo sweep su Re il tubo dritto segue la legge esatta $K_{dritto} = 22280/Re$, esprimere K_{serp} in funzione di K_{dritto} anziché di Re equivale a un cambio di variabile che conserva la forma funzionale della dipendenza da Re , trasferendone semplicemente l'esponente sulla nuova variabile indipendente. La relazione diretta non aggiunge quindi, in questo caso, informazione fisica ulteriore rispetto a $K_{serp} = f(Re)$.

Il caso dello sweep su L/D è invece diverso e più significativo. Qui K_{dritto} varia linearmente con L/D , esattamente come K_{serp} . Il fatto che la relazione $K_{serp} = f(K_{dritto})$ risulti anch'essa lineare conferma che l'effetto della curvatura sulla serpentina si sovrappone in maniera additiva e proporzionale all'effetto di sviluppo assiale già colto dal tubo dritto. Il termine noto pari a 93,09 rappresenta il contributo aggiuntivo attribuibile dalle sole curve, sostanzialmente costante al variare di L/D nell'intervallo esplorato, mentre il coefficiente angolare 1,96 indica che ogni unità di incremento di K_{dritto} si traduce in un incremento quasi doppio di K_{serp} .

In sintesi, le due relazioni sono coerenti con le correlazioni ottenute in precedenza, senza introdurre discrepanze o comportamenti anomali.

4.4.2 Sensibilità del numero di Nusselt

I risultati dei due sweep vengono qui analizzati separatamente per l'effetto del rapporto L/D e per l'effetto del numero di Reynolds.

Effetto del rapporto L/D

La Tabella 4.6 mostra i risultati ottenuti sia per Nu_{serp} che per Nu_{dritto} , alla condizione di Reynolds fissato $Re = 773,35$ e rapporto L/D variabile. In entrambi i casi si è ottenuto un andamento a legge di potenza (Figura 4.11).

Lunghezza tratto rettilineo [mm]	29,15	43,725	58,3	72,875	87,45
Rapporto L/D	3,64	5,47	7,29	9,11	10,93
h [W/(m²·K)]	1324,01	1170,55	1058,21	970,36	896,42
Nusselt serpentina	91,31	80,73	72,98	66,92	61,82
Nusselt tubo dritto	10,59	9,66	8,98	8,45	8,03

Tabella 4.6: Numero di Nusselt al variare del rapporto L/D

La regressione a legge di potenza fornisce:

$$Nu_{serp} = 144,136 \cdot \left(\frac{L}{D}\right)^{-0,3475} \quad (4.11)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99528$.

Il medesimo andamento si osserva per il tubo dritto, con:

$$Nu_{dritto} = 14,686 \cdot \left(\frac{L}{D}\right)^{-0,25} \quad (4.12)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99805$.

Dal punto di vista fisico, la decrescita di Nu al crescere di L/D è coerente con la natura stessa della correlazione di Hausen impiegata per il tubo dritto. Infatti, all'aumentare della lunghezza del tratto rettilineo tra due curve, la frazione di canale in cui il regime termico può considerarsi pienamente sviluppato aumenta. Lo stesso meccanismo, sovrapposto all'effetto locale delle curve, spiega la decrescita osservata anche nella serpentina. Infatti, al crescere di L/D con numero di curve fissato, cresce la frazione di canale lontana dall'effetto di intensificazione dei vortici di Dean,

abbassando il valore medio di Nu sull'intero sviluppo.

Il confronto tra i due esponenti mostra come la serpentina risenta più intensamente della variazione di L/D . Questo è un risultato coerente con il fatto che, in questo caso, l'allontanamento delle curve comporta la perdita non solo dell'effetto di sviluppo termico incompleto, ma anche di una quota maggiore di percorso soggetto all'intensificazione locale dovuta alla curvatura.

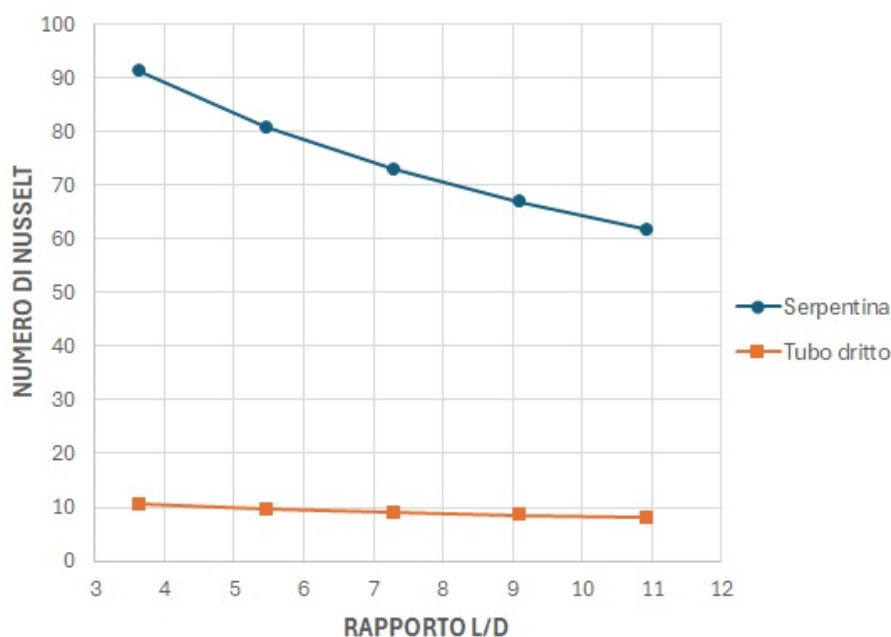


Figura 4.11: Andamento di Nusselt al variare del rapporto L/D

Effetto del numero di Reynolds

La Tabella 4.7 mostra i risultati ottenuti sia per Nu_{serp} che per Nu_{dritto} , alla condizione del rapporto L/D fissato a 7,29 e Reynolds variabile.

Portata [l/min]	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Velocità [m/s]	0,166	0,332	0,497	0,663	0,829	0,995	1,161
Numero di Reynolds	193,34	386,67	580,01	773,35	966,68	1160,02	1353,36
h [W/(m ² ·K)]	307,04	572,14	822,62	1058,21	1278,72	1485,21	1678,25
Nusselt serpentina	21,18	39,46	56,73	72,98	88,19	102,43	115,74
Nusselt tubo dritto	5,67	7,02	8,08	8,98	9,76	10,45	11,08

Tabella 4.7: Numero di Nusselt al variare di Reynolds

La regressione a legge di potenza fornisce:

$$Nu_{serp} = 0,2445 \cdot Re^{0,8554} \quad (4.13)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99957$.

Per il tubo dritto, invece, si ricava il seguente andamento:

$$Nu_{dritto} = 0,8654 \cdot Re^{0,3527} \quad (4.14)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99835$.

L'esponente di Re ottenuto per la serpentina risulta più che doppio rispetto a quello del tubo dritto. Questo divario risulta pienamente coerente con la fisica dei vortici di Dean, secondo cui l'intensità del moto secondario, e con essa l'intensificazione dello scambio termico, cresce con il numero di Reynolds più rapidamente di quanto non faccia il solo sviluppo dello strato limite termico in un condotto rettilineo. L'esponente ottenuto risulta inoltre coerente, in ordine di grandezza, con quanto già osservato nel Paragrafo 3.5.4 nel confronto tra Nu_{CFD} e la correlazione di Xin ed Ebadian, dove l'esponente di Re nella correlazione di letteratura era pari a 0,643 nel numero di Dean.

La Figura 4.12 mostra l'andamento del numero di Nusselt al variare di Reynolds.

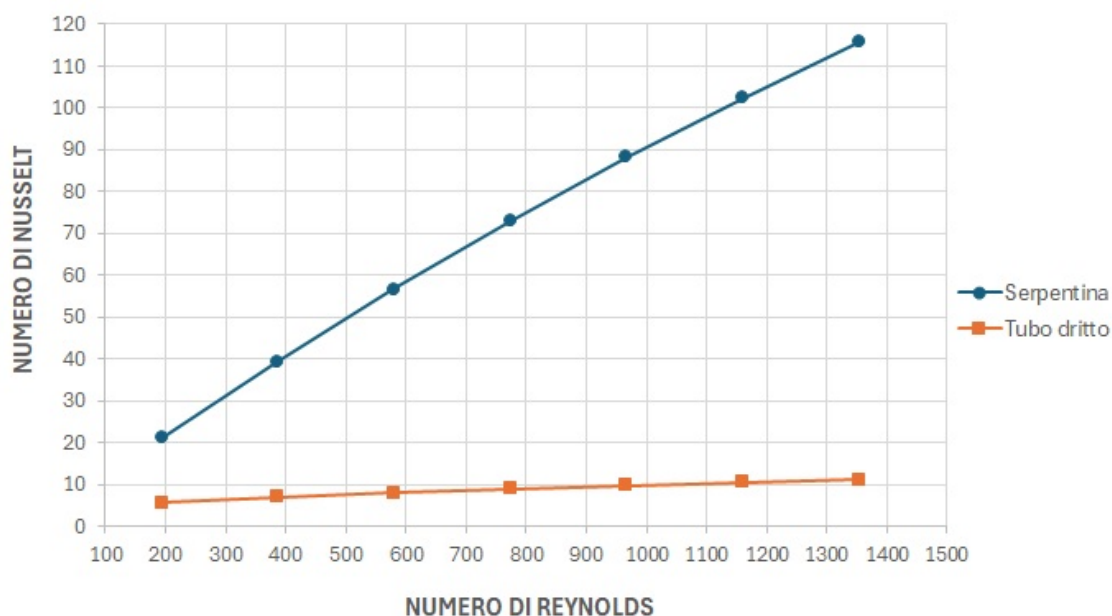


Figura 4.12: Andamento di Nusselt al variare di Reynolds

Relazione diretta tra il Nu serpentina e il Nu tubo dritto

Il confronto punto per punto tra Nu_{serp} e Nu_{dritto} conferma che la serpentina scambia più calore del tubo dritto a parità di L/D o di Re .

Per lo sweep su L/D si ottiene una relazione a legge di potenza:

$$Nu_{serp} = 3,395 \cdot Nu_{dritto}^{1,396} \quad (4.15)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99931$.

Per lo sweep su Re si ottiene invece:

$$Nu_{serp} = 0,34716 \cdot Nu_{dritto}^{2,4252} \quad (4.16)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99714$.

A differenza di quanto osservato per il coefficiente di perdita K , in questo caso entrambe le relazioni presentano un esponente superiore all'unità. Questo risultato ha un significato fisico rilevante. Infatti, mentre per K la relazione diretta si limitava a confermare la coerenza interna delle correlazioni già ottenute, per il numero di Nusselt l'esponente superiore a 1 indica che l'intensificazione dello scambio termico nella serpentina non cresce proporzionalmente all'intensificazione osservata nel tubo dritto, ma più che proporzionalmente. In altri termini, l'effetto delle curve non si limita ad aggiungersi all'effetto di sviluppo assiale già presente nel tubo dritto, ma lo amplifica.

L'esponente particolarmente elevato ottenuto nello sweep su Re è coerente con quanto già osservato nell'analisi della sensibilità a Re nel paragrafo precedente. Infatti, poiché Nu_{serp} cresce con Re molto più rapidamente di Nu_{dritto} , è atteso che la relazione diretta tra le due grandezze amplifichi ulteriormente questo divario.

4.4.3 Sensibilità della potenza dissipata per attrito viscoso

Come descritto nel Paragrafo 4.3.3, la potenza dissipata per attrito viscoso è stata calcolata per via analitica a partire dai risultati di K già ottenuti per la geometria a serpentina, senza richiedere alcuna simulazione CFD aggiuntiva. Inoltre, a differenza di K e di Nu , non è necessario eseguire un confronto diretto con il tubo dritto di riferimento. Ciò è dovuto alla natura stessa di questa grandezza. Infatti, la potenza dissipata non è una grandezza fisica autonoma, ma una funzione diretta

del coefficiente di perdita K . Il confronto tra la serpentina e il tubo dritto in termini di effetto della curvatura è quindi già stato interamente svolto a monte, sulla grandezza K da cui la potenza dissipata deriva per via puramente analitica. Pertanto, ripetere lo stesso confronto sulla potenza equivarrebbe a duplicare un'informazione già disponibile, senza aggiungere alcun contenuto fisico ulteriore.

I risultati dei due sweep vengono qui analizzati separatamente per l'effetto del rapporto L/D e per l'effetto del numero di Reynolds.

Effetto del rapporto L/D

La Tabella 4.8 mostra i risultati ottenuti alla condizione di Reynolds fissato $Re = 773,35$ e rapporto L/D variabile. Si è ottenuto un andamento lineare (Figura 4.13).

Lunghezza tratto rettilineo [mm]	29,15	43,725	58,3	72,875	87,45
Rapporto L/D	3,64	5,47	7,29	9,11	10,93
Perdita di carico [bar]	0,265	0,285	0,304	0,326	0,347
Potenza dissipata per attrito [W]	1,77	1,90	2,03	2,17	2,31
Incidenza relativa [%]	0,29	0,32	0,34	0,36	0,39

Tabella 4.8: Potenza dissipata al variare del rapporto L/D

La regressione lineare fornisce:

$$P_a = 0,0741 \cdot \left(\frac{L}{D} \right) + 1,498 \quad (4.17)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99951$.

Rispetto alla potenza termica dissipata dall'antenna (600 W), questo contributo resta contenuto lungo tutto lo sweep, passando da un'incidenza relativa dello 0,29% a un'incidenza dello 0,39%. Questi valori risultano pienamente coerenti con quanto già osservato per il singolo punto operativo nominale, a conferma che la variazione della sola geometria della serpentina, nell'intervallo esplorato, non altera in maniera sostanziale il peso di questo contributo nel bilancio energetico complessivo.

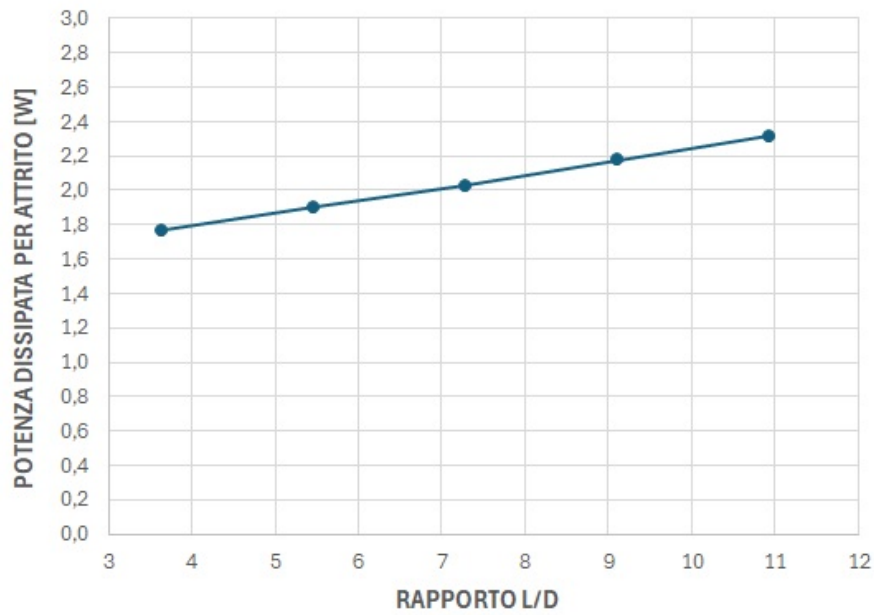


Figura 4.13: Andamento della potenza dissipata al variare del rapporto L/D

Effetto del numero di Reynolds

La Tabella 4.9 mostra i risultati ottenuti nella condizione in cui il rapporto L/D è fissato a 7,29 e Reynolds è variabile. Si è ottenuto un andamento a legge di potenza (Figura 4.14).

Portata [l/min]	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Velocità [m/s]	0,166	0,332	0,497	0,663	0,829	0,995	1,161
Numero di Reynolds	193,34	386,67	580,01	773,35	966,68	1160,02	1353,36
Perdita di carico [bar]	0,0346	0,0976	0,189	0,304	0,445	0,610	0,802
Potenza dissipata [W]	0,06	0,33	0,95	2,03	3,71	6,10	9,36
Incidenza relativa [%]	0,01	0,05	0,16	0,34	0,62	1,02	1,56

Tabella 4.9: Potenza dissipata al variare del numero di Reynolds

La regressione a legge di potenza fornisce:

$$P_a = 6,77 \cdot 10^{-8} \cdot Re^{2,593} \quad (4.18)$$

con un coefficiente di determinazione $R^2 = 0,99869$.

L'incidenza relativa rispetto alla potenza dell'antenna passa dallo 0,01% all'1,56%. Questo risultato ha un'implicazione progettuale rilevante, non colta dal modello 1D del Capitolo 3. Infatti, se il numero di Reynolds viene incrementato in fase di ottimizzazione per migliorare lo scambio termico, la dissipazione viscosa, pur restando un contributo secondario, cresce molto rapidamente e il suo peso nel bilancio termico complessivo non può più essere considerato trascurabile a priori in tutto il dominio esplorato, come invece è lecito nel solo punto nominale.

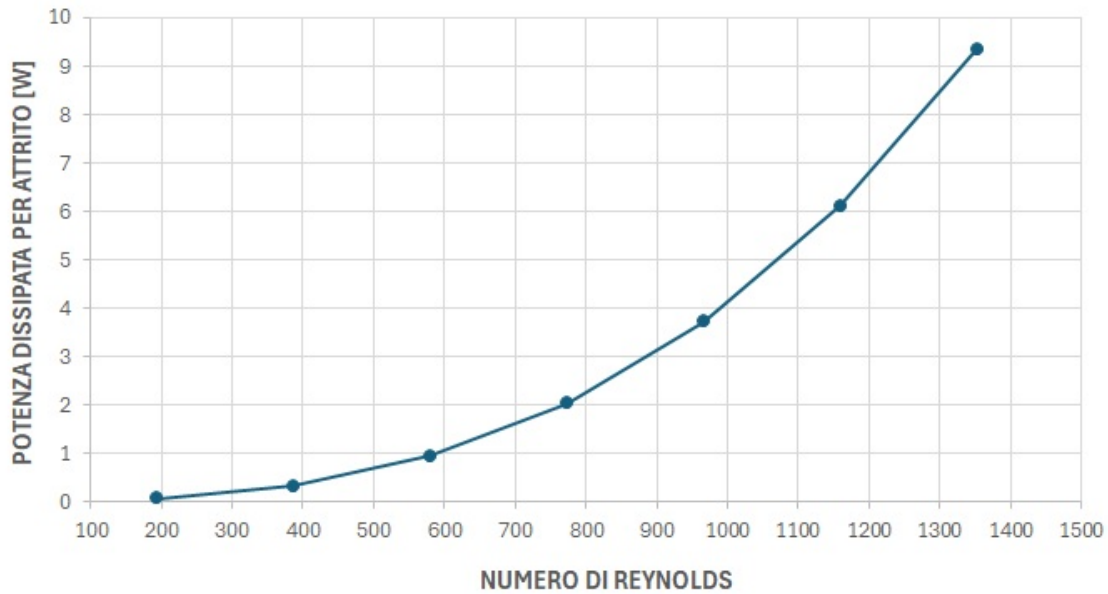


Figura 4.14: Andamento della potenza dissipata al variare di Reynolds

4.5 Costruzione delle superfici di risposta

Le relazioni ottenute nel Paragrafo 4.4 descrivono l'effetto di L/D e di Re presi singolarmente, mantenendo l'altro parametro fissato. Tuttavia, per avere uno strumento predittivo utilizzabile su tutto lo spazio di progetto, e non solo lungo i due segmenti esplorati dal piano OAT, è necessario combinare tali relazioni in un'unica superficie di risposta bivariata per ciascuna variabile di risposta. Questo paragrafo presenta anzitutto i risultati CFD ottenuti nei quattro punti d'angolo del dominio, successivamente descrive la metodologia impiegata per costruire le superfici di risposta tramite un codice sviluppato in ambiente MATLAB e, infine, presenta i risultati delle tre superfici ottenute (per K , per Nu e per la potenza dissipata per attrito).

4.5.1 Risultati nei punti d'angolo

A differenza dei punti dei due sweep, questi quattro punti forniscono un'informazione diretta sul comportamento del sistema in condizioni in cui entrambi i fattori si discostano simultaneamente dal valore nominale. Per questa ragione, tali punti sono stati inclusi nel dataset utilizzato per la regressione delle superfici di risposta, insieme agli 11 punti distinti generati dai due sweep, per un totale di 15 punti CFD complessivi. Per coerenza con la trattazione separata già adottata nel paragrafo precedente, i risultati vengono presentati separatamente per ciascuna delle tre variabili di risposta.

Punti d'angolo per il coefficiente di perdita K

La Tabella 4.10 riporta, per ciascuno dei quattro punti d'angolo, il coefficiente di perdita K ottenuto dalla simulazione CFD sulla geometria a serpentina:

Rapporto L/D	3,64	3,64	10,93	10,93
Numero di Reynolds	193,34	1353,36	193,34	1353,36
Perdita di carico [bar]	0,027	0,725	0,0427	0,890
Coefficiente di perdita K	211,26	115,77	334,10	142,12

Tabella 4.10: Coefficiente K nei punti d'angolo

Il valore più elevato tra i quattro punti si osserva in corrispondenza di $L/D = 10,93$ e $Re = 193,34$, ossia dove entrambi i parametri agiscono nella direzione di incremento di K già individuata nel Paragrafo 4.4.1. Simmetricamente, il valore più basso si osserva in corrispondenza di $L/D = 3,64$ e $Re = 1353,36$, dove entrambi gli effetti agiscono in direzione opposta. Questa coerenza di tendenza costituisce una condizione necessaria per l'attendibilità della successiva costruzione bivariata. Infatti, un'eventuale inversione avrebbe segnalato un'interazione tra L/D e Re non trascurabile, tale da mettere in discussione l'ipotesi di separabilità su cui si fonda l'approccio.

Punti d'angolo per il numero di Nusselt

La Tabella 4.11 riporta i valori del numero di Nusselt ottenuti dalla simulazione CFD sulla geometria semplificata, negli stessi quattro punti d'angolo:

Rapporto L/D	3,64	3,64	10,93	10,93
Numero di Reynolds	193,34	1353,36	193,34	1353,36
h [W/(m²·K)]	385,06	2057,63	253,33	1449,06
Numero di Nusselt	26,56	141,91	17,47	99,94

Tabella 4.11: Numero di Nusselt nei punti d'angolo

Il valore massimo e il valore minimo ricorrono, rispettivamente, nei punti in cui L/D è basso e Re è alto, e L/D è alto e Re è basso, agendo in accordo con le tendenze individuate nel Paragrafo 4.4.2. Anche in questo caso, la coerenza di tendenza tra i quattro punti d'angolo e le relazioni monovariabili di partenza è una condizione necessaria per l'attendibilità della superficie di risposta.

Punti d'angolo per la potenza dissipata per attrito

La Tabella 4.12 riporta, infine, la potenza dissipata per attrito viscoso nei quattro punti d'angolo, calcolata per via analitica a partire dalla perdita di carico corrispondente:

Rapporto L/D	3,64	3,64	10,93	10,93
Numero di Reynolds	193,34	1353,36	193,34	1353,36
Perdita di carico [bar]	0,027	0,725	0,0427	0,890
Potenza dissipata [W]	0,05	8,46	0,07	10,38
Incidenza relativa [%]	0,01	1,41	0,01	1,73

Tabella 4.12: Potenza dissipata per attrito nei punti d'angolo

Il valore massimo si osserva in corrispondenza del punto a $L/D = 10,93$ e $Re = 1353,36$, coerentemente con la marcata sensibilità a Re già evidenziata nel Paragrafo 4.4.3. Inoltre, a differenza di K e Nu , per la potenza dissipata l'effetto di Re è talmente dominante da rendere il segno dell'effetto di L/D influente ai fini dell'individuazione del punto di massimo e di minimo tra i quattro angoli. Infatti, entrambi i punti a $Re = 1353,36$ presentano una potenza dissipata superiore a quella dei corrispondenti punti a $Re = 193,34$, indipendentemente dal valore di L/D . Questo conferma l'osservazione già fatta riguardante la necessità di tenere in conto questo contributo quando Re si allontana significativamente dal valore nominale.

4.5.2 Metodologia di costruzione delle superfici di risposta

Le relazioni OAT ottenute nel Paragrafo 4.4 hanno permesso di individuare, separatamente per L/D e per Re , le relazioni più adatte a descrivere ciascuna variabile di risposta. La costruzione delle superfici di risposta vere e proprie è stata condotta come una regressione non lineare indipendente, svolta in ambiente MATLAB tramite il Curve Fitting Toolbox, sull'insieme completo dei 15 punti CFD disponibili (gli 11 punti distinti generati dai due sweep OAT e i 4 punti d'angolo).

L'inclusione dei punti d'angolo nella base dati è stata una scelta precisa. Infatti, avendo a disposizione quattro combinazioni di L/D e Re non allineate con i due assi dello sweep OAT, la regressione bivariata beneficia di un'informazione diretta sull'eventuale interazione tra i due fattori, che il solo piano OAT non è in grado di fornire. Includere questi punti nel fit consente, quindi, non solo di stimare i coefficienti della superficie con maggiore accuratezza su tutto il dominio bidimensionale, ma anche di verificare implicitamente, attraverso la qualità complessiva dell'adattamento (R^2 e RMSE), se l'ipotesi di separabilità degli effetti di L/D e Re sia compatibile con il comportamento osservato anche al di fuori dei due assi principali del piano sperimentale.

In tutti e tre i casi, i coefficienti e gli esponenti del modello sono stati stimati tramite regressione non lineare ai minimi quadrati, restituendo, oltre al valore puntuale di ciascun parametro, il relativo intervallo di confidenza al 95%. La bontà di adattamento è stata valutata tramite il coefficiente di determinazione R^2 e tramite lo scarto quadratico medio (RMSE), che fornisce una misura dello scarto tipico tra i valori CFD (o, nel caso della potenza dissipata, i valori calcolati analiticamente) e quelli predetti dalla superficie. Le tre superfici sono state definite valide esclusivamente all'interno del dominio effettivamente esplorato dalla campagna CFD.

La forma funzionale specifica adottata per ciascuna delle tre superfici è descritta nel dettaglio all'inizio del rispettivo paragrafo, insieme ai risultati della regressione e alla loro discussione fisica.

4.5.3 Superficie di risposta di K

Come discusso nel Paragrafo 4.4.1, l'analisi OAT ha mostrato per il coefficiente di perdita K un andamento lineare rispetto a L/D e un andamento a legge di potenza con termine costante additivo rispetto a Re .

Coerentemente con questa struttura e con l'interpretazione fisica già proposta (un primo contributo proporzionale a L/D e decrescente con Re secondo la legge attesa in regime laminare, riconducibile alle perdite distribuite, e un secondo contributo indipendente da L/D , riconducibile alle perdite concentrate nelle curve), la superficie di risposta per K è stata costruita secondo il modello generale additivo:

$$K(Re, L/D) = A \cdot Re^p \cdot \left(\frac{L}{D} \right) + B \cdot Re^q \quad (4.19)$$

La regressione non lineare condotta sui 15 punti CFD ha fornito i seguenti coefficienti, con i relativi intervalli di confidenza al 95%:

$$A = 2324,67 [988,72; 3660,62]$$

$$p = -0,92847 [-1,03545; -0,82150]$$

$$B = 325,32 [238,61; 412,02]$$

$$q = -0,15628 [-0,19789; -0,11468]$$

da cui la superficie di risposta:

$$K(Re, L/D) = 2324,67 \cdot Re^{-0,92847} \cdot \left(\frac{L}{D} \right) + 325,32 \cdot Re^{-0,15628} \quad (4.20)$$

con $R^2 = 0,9981$ e $RMSE = 2,9456$.

L'esponente p ottenuto dal fit (-0,92847) risulta in buon accordo con quello individuato dall'analisi OAT (-0,8635). Lo scostamento è attribuibile al fatto che la regressione bivariata è vincolata a riprodurre simultaneamente anche i quattro punti d'angolo, non impiegati nella stima della relazione monovariabile di partenza. L'intervallo di confidenza di p , che comprende il valore -1 atteso in regime laminare puro per il solo contributo di attrito distribuito, conferma la coerenza fisica del risultato. Infatti, il termine $A \cdot Re^p \cdot (L/D)$ può essere interpretato come il contributo dominante delle perdite distribuite.

Il secondo termine, $B \cdot Re^q$, presenta invece un esponente q molto più debole e un intervallo di confidenza stretto attorno a tale valore, a conferma che il contributo delle perdite concentrate nelle curve tende a un comportamento quasi indipendente da Re nell'intervallo esplorato.

Il valore di R^2 ottenuto (0,9981), leggermente superiore a quello delle singole relazioni OAT, e l'RMSE contenuto (2,9456) indicano che il modello additivo riesce a riprodurre adeguatamente il comportamento di K anche nei quattro punti d'angolo, non allineati con gli assi principali del piano sperimentale. Questo risultato costituisce una prima indicazione a favore della sostanziale separabilità degli effetti di L/D e Re sul coefficiente di perdita nel dominio esplorato.

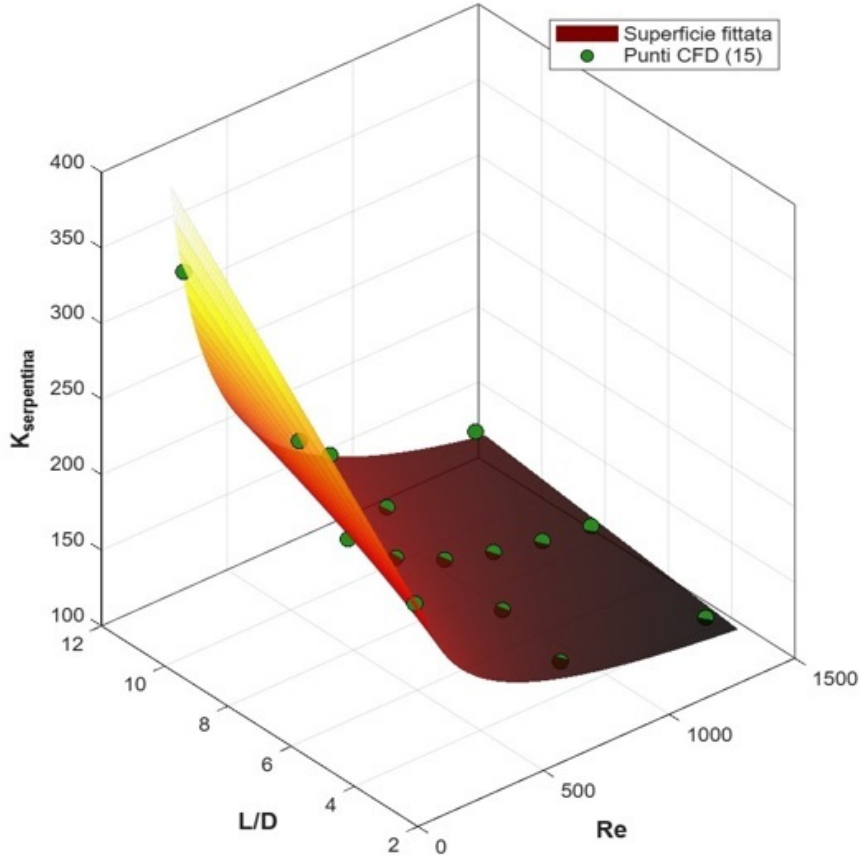


Figura 4.15: Superficie di risposta di K

4.5.4 Superficie di risposta di Nusselt

Come discusso nel Paragrafo 4.4.2, l'analisi OAT ha mostrato per il numero di Nusselt un andamento a legge di potenza pura rispetto a entrambi i fattori. Coerentemente con questa struttura, la superficie di risposta per Nusselt è stata costruita secondo il modello generale moltiplicativo:

$$Nu(Re, L/D) = C \cdot Re^a \cdot \left(\frac{L}{D}\right)^b \quad (4.21)$$

La regressione non lineare condotta sui 15 punti CFD ha fornito i seguenti coefficienti, con i relativi intervalli di confidenza al 95%:

$$C = 0,49413 [0,39167; 0,59659]$$

$$a = 0,84453 [0,81595; 0,87310]$$

$$b = -0,32040 [-0,34702; -0,29378]$$

da cui la superficie di risposta:

$$Nu(Re, L/D) = 0,49413 \cdot Re^{0,84453} \cdot \left(\frac{L}{D}\right)^{-0,32040} \quad (4.22)$$

con $R^2 = 0,9985$ e $RMSE = 1,4901$.

Gli esponenti ottenuti dal fit bivariato risultano in ottimo accordo con quelli individuati separatamente dall'analisi OAT: $a = 0,84453$ contro $0,8554$ per l'esponente di Re , e $b = -0,32040$ contro $-0,3475$ per l'esponente di L/D . Gli scostamenti, più contenuti rispetto a quelli osservati per il coefficiente di perdita K , sono coerenti con il valore di R^2 leggermente superiore ottenuto in questo caso e con la forma funzionale a legge di potenza pura, priva del termine costante additivo che, nel caso di K , introduce una maggiore sensibilità del fit ai punti agli estremi del dominio.

L'esponente a conferma quanto già osservato nel Paragrafo 4.4.2: l'intensificazione dello scambio termico nella serpentina cresce con Re più rapidamente di quanto atteso per un condotto rettilineo, coerentemente con l'azione dei vortici di Dean. L'esponente b , negativo e con intervallo di confidenza relativamente stretto, conferma inoltre che l'effetto della densità di curve lungo il canale si mantiene ben distinto dal semplice effetto di sviluppo assiale.

Il valore di R^2 ottenuto ($0,9985$) e l' $RMSE$ contenuto ($1,4901$) indicano un adattamento pressoché ottimale del modello moltiplicativo a tre parametri, esteso anche ai quattro punti d'angolo non allineati con gli assi principali del piano sperimentale. Questo risultato, ancora più netto di quello ottenuto per K , costituisce un'indicazione a favore della separabilità degli effetti di L/D e Re sul numero di Nusselt nel dominio esplorato.

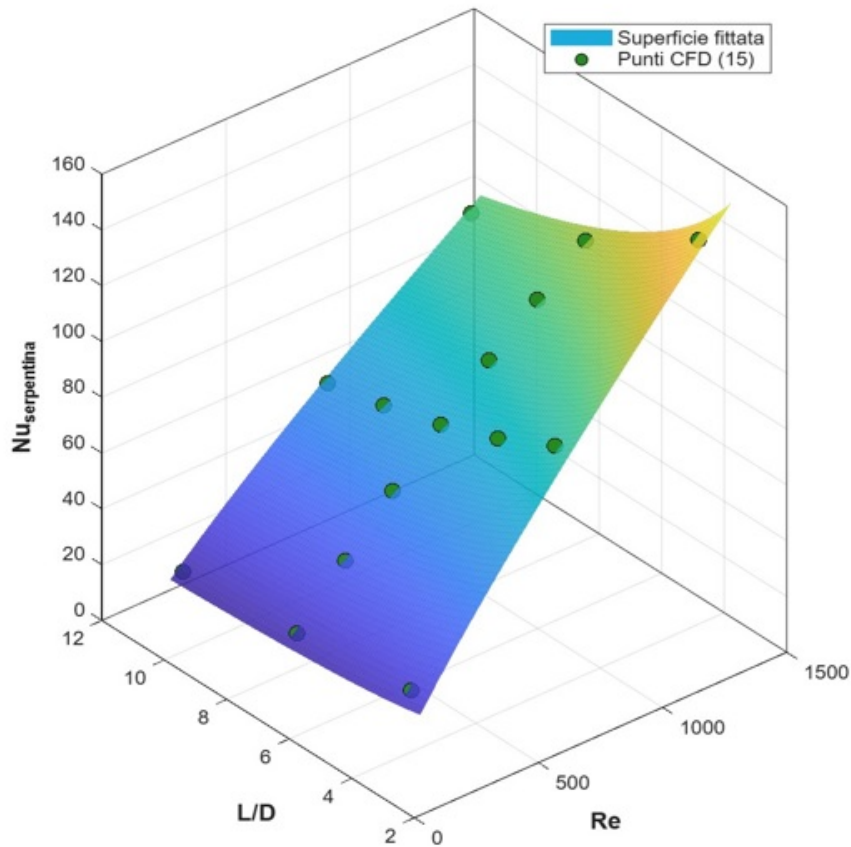


Figura 4.16: Superficie di risposta di Nusselt

4.5.5 Superficie di risposta della potenza dissipata per attrito

I valori di potenza dissipata nei 15 punti del piano sperimentale sono stati calcolati, per via analitica, a partire dalla perdita di carico corrispondente a ciascun punto, senza richiedere alcuna simulazione CFD aggiuntiva rispetto a quella già condotta per K .

Su questo insieme di valori è stata eseguita una regressione non lineare usando una legge di potenza pura, analoga a quella impiegata per il numero di Nusselt:

$$P_a(Re, L/D) = C \cdot Re^a \cdot \left(\frac{L}{D}\right)^b \quad (4.23)$$

La regressione ha fornito i seguenti coefficienti, con i relativi intervalli di confidenza al 95%:

$$C = 1,538 \cdot 10^{-8} [8,287 \cdot 10^{-9}; 2,248 \cdot 10^{-8}]$$

$$a = 2,756 [2,692; 2,820]$$

$$b = 0,188 [0,163; 0,213]$$

da cui la superficie di risposta:

$$P_a(Re, L/D) = 1,538 \cdot 10^{-8} \cdot Re^{2,756} \cdot \left(\frac{L}{D}\right)^{0,188} \quad (4.24)$$

con $R^2 = 0,9995$ e $RMSE = 0,0839$.

L'esponente di L/D , più basso rispetto a quello di Re , conferma quanto già osservato: la potenza dissipata per attrito è governata in maniera largamente predominante dal numero di Reynolds, mentre la geometria della serpentina (pur avendo un effetto statisticamente significativo, come indica l'intervallo di confidenza di b , che non comprende lo zero) svolge un ruolo secondario nel determinarne l'entità.

Il valore di R^2 ottenuto (0,9995), il più elevato tra le tre superfici costruite in questo paragrafo, e l' $RMSE$ molto contenuto in termini assoluti (0,0839) sono in parte attesi. Infatti, la superficie di risposta della potenza dissipata eredita la qualità del fit già ottenuto per K , senza introdurre ulteriori fonti di dispersione nei dati di ingresso alla regressione.

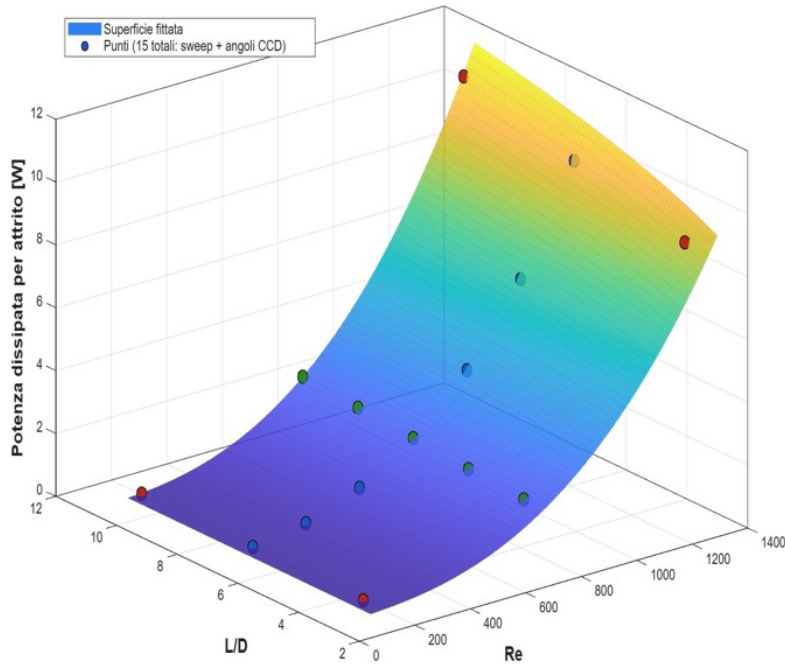


Figura 4.17: Superficie di risposta della potenza dissipata per attrito

4.5.6 Verifica delle superfici di risposta

Le tre superfici di risposta costruite sono state stimate tramite regressione sui 15 punti CFD disponibili, comprensivi dei quattro punti d'angolo. Non essendo rimasto, all'interno di quel dataset, alcun punto realmente indipendente dal processo di fitting, la verifica delle superfici richiede l'impiego di dati CFD ulteriori, non utilizzati nella regressione. Per questo motivo, sono stati simulati due punti aggiuntivi, in corrispondenza di combinazioni di L/D e Re scelte al di fuori sia dei livelli della griglia OAT sia dei quattro punti d'angolo.

Coefficiente di perdita K

Rapporto L/D	4,5	6,2
Numero di Reynolds	1050	650
K previsto	126,07	153,47
K ottenuto	127,32	152,17
Errore K	+0,99%	-0,85%

Tabella 4.13: Confronto tra i valori del coefficiente K previsti e ottenuti

L'accordo tra i valori CFD e le previsioni della superficie $K = K(Re, L/D)$ risulta eccellente in entrambi i punti, con errori contenuti.

Numero di Nusselt

Rapporto L/D	4,5	6,2
Numero di Reynolds	1050	650
Nu previsto	108,65	65,40
Nu ottenuto	109,13	64,97
Errore Nu	+0,44%	-0,66%

Tabella 4.14: Confronto tra i valori del numero di Nusselt previsti e ottenuti

Anche per il numero di Nusselt, l'accordo risulta eccellente in entrambi i punti, con errori inferiori all'1%.

Potenza dissipata per attrito

Rapporto L/D	4,5	6,2
Numero di Reynolds	1050	650
P_a prevista	4,315	1,222
P_a ottenuta	4,344	1,232
Errore P_a	+0,67%	+0,82%

Tabella 4.15: Confronto tra i valori della potenza dissipata previsti e ottenuti

Lo scostamento resta contenuto anche per la potenza dissipata, con errori inferiori all'1% in entrambi i punti, coerentemente con il fatto che, essendo P_a calcolata analiticamente a partire da K , essa eredita direttamente la buona accuratezza già osservata su quest'ultimo.

In sintesi, il fatto che l'accordo si mantenga buono su tutte e tre le grandezze, in due punti scelti in regioni diverse rispetto agli assi della griglia OAT originale, costituisce un'indicazione solida a favore dell'ipotesi di separabilità degli effetti di L/D e Re assunta nella costruzione delle tre superfici. La verifica condotta su punti indipendenti dal processo di regressione conferma, pertanto, la solidità delle tre superfici di risposta sul dominio testato.

4.6 I limiti dell'analisi di sensibilità

La campagna di simulazioni CFD e l'analisi condotta in questo capitolo hanno permesso di superare i limiti del modello 1D individuati nel Capitolo 3, fornendo relazioni per il coefficiente di perdita K , il numero di Nusselt e la potenza dissipata per attrito viscoso valide su un intero dominio di L/D e Re , anziché nel solo punto operativo nominale. La verifica condotta ha inoltre confermato, su punti indipendenti dal processo di regressione, la solidità delle tre superfici di risposta ottenute. Tuttavia, l'approccio adottato presenta alcuni limiti che è opportuno riconoscere prima di utilizzare tali superfici come strumento di analisi nel capitolo successivo.

Il piano sperimentale si fonda su un numero relativamente contenuto di simulazioni CFD. Sebbene tale numero sia stato sufficiente a ottenere fit di buona qualità e a superare positivamente la verifica su punti indipendenti, la densità di copertura del

dominio bidimensionale resta relativamente bassa, specialmente lontano dagli assi della griglia OAT. Non si può escludere che, in porzioni del dominio non esplorate né dai punti di regressione né dai due punti di verifica, il comportamento del sistema si discosti in misura maggiore da quanto previsto dalle superfici.

Inoltre, le tre superfici di risposta sono state costruite e verificate esclusivamente all'interno del dominio Re compreso tra 193 e 1353 e L/D compreso tra 3,64 e 10,93, corrispondente all'intervallo effettivamente esplorato dalla campagna CFD. Il loro impiego al di fuori di tale dominio andrebbe quindi evitato o quantomeno trattato con cautela in sede di ottimizzazione.

Nonostante i limiti sopra discussi, le tre superfici di risposta rappresentano uno strumento utile per stimare in modo continuo ed efficiente, a livello preliminare, il comportamento del sistema all'interno del dominio esplorato, limitatamente ai risultati del solutore adottato e senza richiedere ulteriori simulazioni CFD per ciascuna configurazione. Il Capitolo 5 le impiegherà per individuare una direzione di miglioramento, verificando come variano Nu , K e la caduta di pressione al variare di $(L/D, Re)$ e fino a che punto tale direzione sia percorribile nel rispetto dei vincoli di progetto.

Capitolo 5

Ottimizzazione del sistema

Il capitolo precedente ha fornito tre superfici di risposta capaci di descrivere il comportamento del sistema su un intero dominio di progetto. Questo capitolo impiega tali superfici per individuare in quale direzione dello spazio (L/D , Re) convenga muoversi per migliorare le prestazioni del sistema e fino a che punto tale direzione sia effettivamente percorribile alla luce dei vincoli.

L'ottimizzazione coinvolge due obiettivi apparentemente in conflitto: massimizzare il numero di Nusselt per migliorare lo scambio termico e minimizzare il coefficiente di perdita K per contenere le perdite di carico. I risultati mostrano che la riduzione di L/D migliora congiuntamente Nu , K e, a Re fissato, anche Δp , mentre l'aumento di Re incrementa Nu e riduce K , ma fa crescere Δp e la potenza dissipata. Il miglioramento dello scambio termico ottenibile aumentando Re ha quindi un costo idraulico, il cui limite è fissato dalla pompa.

5.1 Formulazione del problema

Le variabili del problema sono il rapporto geometrico L/D e il numero di Reynolds Re . Le grandezze di interesse sono tre: il numero di Nusselt, rappresentativo dell'efficacia dello scambio termico, il coefficiente di perdita K , rappresentativo in forma adimensionale della resistenza idraulica della serpentina, e la caduta di pressione $\Delta p = K \cdot \rho \cdot v^2/2$, insieme alla potenza dissipata P_a , rappresentative dell'onere idraulico effettivamente imposto al sistema, poiché tengono conto anche della velocità. Le grandezze sono valutate tramite le rispettive superfici di risposta, il cui andamento è sufficientemente regolare da consentire di individuare le direzioni di variazione direttamente dalla loro espressione analitica.

Il problema è soggetto a due categorie di vincoli, di natura diversa tra loro. La prima è un vincolo fisico reale del sistema: la pompa integrata nel chiller, la cui prevalenza non è un valore fisso, ma decresce all'aumentare della portata erogata, da un massimo di 0,7 bar a portata nulla fino a circa 0,1 bar alle portate più elevate (Figura 2.3). L'ammissibilità di una configurazione (L/D , Re) dipende quindi dal confronto tra la perdita di carico totale del circuito in quella configurazione e la prevalenza che la pompa è effettivamente in grado di fornire alla portata corrispondente. È questo vincolo a limitare quanto ci si possa spingere lungo la direzione del miglioramento.

La seconda categoria è invece un vincolo puramente matematico, non fisico: il dominio di validità delle superfici di risposta, Re compreso tra 193 e 1353 e L/D compreso tra 3,64 e 10,93 (corrispondente all'intervallo effettivamente esplorato dalla campagna CFD del Capitolo 4). È importante sottolineare che questi estremi sono stati scelti come variazione simmetrica ($\pm 25\%$, $\pm 50\%$) attorno ai valori nominali del sistema, senza alcuna relazione con il limite fisico reale della pompa. Non rappresentano quindi un confine fisico oltre il quale il sistema smetta di funzionare, ma solo il limite oltre il quale le superfici di risposta non sono più supportate da dati CFD e il loro impiego costituirebbe un'estrapolazione. Nella ricerca del punto ottimale, i due vincoli vanno pertanto tenuti ben distinti. Infatti, il vincolo di pressione determina l'ammissibilità fisica della soluzione, mentre il dominio delle superfici ne determina l'affidabilità predittiva.

5.2 Comportamento di Nu e K nel dominio

L'analisi dell'andamento delle due superfici di risposta ottenute permette di individuare direttamente la direzione in cui Nu e K migliorano rispetto alle due variabili.

Per il numero di Nusselt:

$$Nu(Re, L/D) = 0,49413 \cdot Re^{0,84453} \cdot \left(\frac{L}{D}\right)^{-0,32040} \quad (5.1)$$

l'esponente di Re è positivo, mentre quello di L/D è negativo. Ciò significa che Nu cresce sia al crescere di Reynolds sia al diminuire di L/D . Il numero di Nusselt è quindi massimizzato dalla combinazione Re alto e L/D basso.

Per il coefficiente di perdita:

$$K(Re, L/D) = 2324,67 \cdot Re^{-0,92847} \cdot \left(\frac{L}{D}\right) + 325,32 \cdot Re^{-0,15628} \quad (5.2)$$

entrambi i termini decrescono al crescere di Re (esponenti negativi in entrambi i casi), mentre il primo termine cresce linearmente con L/D . Il coefficiente di perdita è quindi minimizzato dalla stessa combinazione: Re alto e L/D basso.

Tuttavia, poiché in regime laminare e a parità di D , ρ e ν la velocità media è proporzionale a Re , la caduta di pressione nel dissipatore risulta proporzionale a $K \cdot Re^2$. A differenza di K , la caduta di pressione cresce quindi al crescere di Re . Analogamente, la potenza dissipata P_a cresce rapidamente con Re . Il minimo di K a Re elevato non coincide pertanto con il minimo della perdita di carico.

Le condizioni di massimo di Nu e di minimo di K coincidono: entrambe sono favorite da Re crescente e L/D decrescente. Ciò vale per K , non per la caduta di pressione, e conviene quindi considerare separatamente le due variabili. Una riduzione di L/D , a Re fissato, migliora congiuntamente Nu , K e Δp . Un aumento di Re , a L/D fissato, incrementa Nu ma fa crescere Δp . In questa direzione esiste quindi un compromesso reale tra scambio termico e onere idraulico, reso quantitativamente rilevante dal vincolo della pompa.

Questo risultato è confermato direttamente dai dati CFD ai due estremi opposti del dominio: nel punto a $L/D = 3,64$ e $Re = 1353,36$ si osservano contemporaneamente il valore più basso di K (115,77) e il valore più alto di Nu (141,91) tra tutti i punti della campagna, mentre nel punto opposto, a $L/D = 10,93$ e $Re = 193,34$, si osservano contemporaneamente il valore più alto di K (334,10) e il valore più basso di Nu (17,47). Tuttavia, il punto a Re più elevato è anche quello con la maggiore caduta di pressione. Il dato mostra quindi che Nu e K migliorano concordemente, non che il miglioramento dello scambio termico sia privo di costi idraulici.

Il comportamento è coerente con il ruolo fisico dei due parametri. Un Re più elevato intensifica i vortici di Dean nelle curve, migliorando lo scambio termico; in regime laminare l'aumento di velocità riduce il fattore di attrito ($f = 64/Re$) e quindi il coefficiente K , ma la caduta di pressione cresce comunque con la velocità. Un rapporto L/D più basso corrisponde a una maggiore densità di curve a parità di sviluppo assiale: intensifica lo scambio termico legato alle curve senza introdurre una penalizzazione netta sul coefficiente di perdita, il cui andamento resta governato in misura predominante dalla dipendenza da Re .

Nel dominio esplorato, Nu e K non sono in conflitto, e lo stesso vale per Nu e Δp lungo la direzione di L/D decrescente. Lungo la direzione di Re crescente, il miglioramento di Nu è invece ottenuto a costo di una maggiore caduta di pressione e di una maggiore potenza dissipata. Si individua pertanto una direzione di miglioramento (L/D decrescente, Re crescente) la cui percorribilità è limitata dal vincolo idraulico. La valutazione quantitativa del compromesso richiederebbe di esprimere il vincolo della pompa in forma numerica.

5.3 Verifica della direzione di miglioramento

La direzione di miglioramento congiunto individuata (Re crescente e L/D decrescente) non può essere seguita indefinitamente. Infatti, come già detto, la pompa integrata nel chiller pone un limite fisico concreto a quanto ci si possa spingere in quella direzione. A differenza di un vincolo a soglia costante, tale limite non è un singolo valore di pressione massima erogabile a qualunque portata, ma è descritto dalla curva caratteristica della pompa, lungo la quale la prevalenza disponibile decresce al crescere della portata elaborata (da un massimo di circa 0,7 bar a portata nulla fino a valori prossimi a 0,1 bar in corrispondenza delle portate più elevate ammesse). L'ammissibilità di una configurazione (L/D , Re) dipende quindi dal confronto tra la perdita di carico totale del circuito in quella configurazione e la prevalenza che la pompa è effettivamente in grado di erogare alla portata corrispondente, e non da un confronto con un valore soglia fisso.

È inoltre opportuno ribadire che tale limite si applica alla perdita di carico totale del circuito, comprendente sia il contributo del dissipatore di calore sia quello delle tubazioni di collegamento tra chiller e dissipatore, e non alla sola perdita nel dissipatore restituita direttamente dalla superficie $K(Re, L/D)$ del Capitolo 4. Pertanto, anche le tubazioni, non incluse nella campagna CFD di sensibilità, contribuiscono alla perdita di carico complessiva, crescendo a loro volta con la portata.

Per verificare quanto margine resti effettivamente disponibile lungo la direzione di miglioramento, è sufficiente considerare il punto d'angolo del dominio più favorevole a tale direzione ($L/D = 3,64$, $Re = 1353,36$), per il quale si dispone di un riscontro CFD diretto. In questo punto, la sola perdita di carico nel dissipatore di calore ammonta a 0,725 bar. Questo valore è già superiore alla prevalenza massima teoricamente erogabile dalla pompa, quella a portata nulla (0,7 bar). Tale punto non è quindi raggiungibile nella pratica.

Questo risultato fornisce un'indicazione qualitativa, indipendente dalla conoscenza esatta della curva della pompa, ma subordinata all'accuratezza della simulazione CFD nel punto considerato, che non è stata verificata rispetto alla discretizzazione né a dati sperimentali: muovendosi lungo la direzione di miglioramento congiunto, è il vincolo di pressione della pompa a governare fino a che punto il sistema possa realisticamente essere spinto in quella direzione.

L'individuazione precisa del punto operativo di equilibrio richiederebbe di risolvere l'intersezione tra la curva caratteristica della pompa e la curva di resistenza del circuito nella nuova configurazione geometrica (L/D , Re). Tale problema, a differenza della sola verifica qualitativa condotta sopra, necessita della disponibilità della curva della pompa in forma numerica corretta per la viscosità del fluido di raffreddamento. Questa integrazione tra la curva della pompa e le superfici di risposta ottenute nel Capitolo 4 non è stata affrontata in questo lavoro e viene indicata come sviluppo naturale e concreto dell'analisi.

Un intervento di miglioramento del sistema, condotto riducendo L/D e, compatibilmente con la pompa, aumentando Re rispetto alla configurazione nominale, può incrementare in modo significativo lo scambio termico. La riduzione di L/D migliora anche il coefficiente di perdita e la caduta di pressione a parità di Re , mentre l'aumento di Re comporta una crescita della caduta di pressione e della potenza dissipata. L'entità del miglioramento resta pertanto vincolata dalla curva caratteristica della pompa esistente, non dai limiti del dominio esplorato dalla campagna CFD. Un'eventuale sostituzione della pompa con un modello a maggiore prevalenza alle portate di interesse costituirebbe la leva più efficace per estendere il beneficio nella stessa direzione.

Capitolo 6

Conclusioni e sviluppi futuri

Il presente lavoro di tesi ha affrontato la modellazione monodimensionale e l'analisi termo-fluidodinamica di un dissipatore di calore a liquido per il controllo termico di un'antenna per applicazioni spaziali, con l'obiettivo di individuare come migliorarne le prestazioni.

Nel Capitolo 3 è stato sviluppato un modello 1D del circuito di raffreddamento. Tale modello, implementato in ambiente Excel con risoluzione iterativa della dipendenza circolare tra la temperatura di bulk e le proprietà del fluido, ha permesso di caratterizzare le prestazioni fluidodinamiche e termiche del sistema in condizioni operative nominali, evidenziando il ruolo predominante delle perdite di carico concentrate e analizzando la rete di resistenze termiche che si oppone al trasferimento del calore.

Il Capitolo 4 ha esteso la caratterizzazione del sistema a un intero dominio di progetto, tramite una campagna di simulazioni CFD pianificata secondo i criteri del Design of Experiments. L'analisi di sensibilità OAT ha permesso di isolare l'effetto del rapporto geometrico L/D e del numero di Reynolds sul coefficiente di perdita K , sul numero di Nusselt e sulla potenza dissipata per attrito viscoso, anche in confronto con il comportamento di un tubo dritto di riferimento. A partire da questi risultati, sono state costruite, tramite regressione non lineare in ambiente MATLAB, tre superfici di risposta $K(Re, L/D)$, $Nu(Re, L/D)$ e $P_a(Re, L/D)$, verificate, tramite CFD, su punti indipendenti.

Il Capitolo 5 ha utilizzato le superfici di risposta per individuare una direzione di miglioramento del sistema. Nel dominio esplorato, il numero di Nusselt e il coefficiente di perdita K migliorano concordemente al diminuire di L/D e all'aumentare di Re . Poiché la caduta di pressione dipende da $K \cdot Re^2$, ossia anche dalla velocità,

il miglioramento dello scambio termico ottenuto aumentando Re comporta un incremento della caduta di pressione e della potenza dissipata, mentre la riduzione di L/D migliora congiuntamente scambio termico e perdite di carico a parità di Re .

Il problema si è quindi spostato dalla ricerca di un punto di ottimo alla verifica di quanto la direzione individuata sia percorribile rispetto ai vincoli di progetto, in particolare la capacità della pompa integrata nel chiller. Il vincolo di pressione diventa attivo prima del limite del dominio esplorato dalla campagna CFD, indicando che la pompa esistente costituisce, allo stato attuale, il fattore limitante per un eventuale intervento di miglioramento del dissipatore.

Il lavoro svolto ha permesso di estendere il modello 1D, valido in un solo punto operativo, a un dominio di progetto, fornendo relazioni analitiche di tipo preliminare utilizzabili per orientare le scelte progettuali future. Non è stata individuata una configurazione ottimale effettivamente raggiungibile, ma è stata identificata una direzione lungo la quale il miglioramento risulta possibile.

I risultati numerici e analitici ottenuti sono coerenti tra loro e con le ipotesi adottate. Il lavoro presenta tuttavia limitazioni che richiedono sviluppi futuri. Non è stata eseguita una validazione sperimentale né del modello 1D né delle simulazioni CFD, poiché il dissipatore non era fisicamente disponibile presso l'azienda; l'accordo tra superfici di risposta e CFD costituisce quindi una verifica interna, non una validazione fisica. Non è stato inoltre condotto uno studio di indipendenza della soluzione dalla mesh, per cui l'incertezza numerica dei risultati CFD non è quantificata.

Di conseguenza, il principale sviluppo futuro di questo lavoro consiste nell'eseguire una campagna di test sperimentali sul prototipo, affiancata da uno studio di indipendenza dalla mesh. I test fisici permetteranno di validare le ipotesi semplificative assunte nel modello 1D, confermare l'accuratezza del calcolo delle perdite di carico e verificare l'effettiva resistenza termica complessiva. Infine, l'acquisizione della curva caratteristica della pompa, corretta per la viscosità del fluido di raffreddamento, consentirebbe di integrare tale curva con le superfici di risposta ottenute nel Capitolo 4, risolvendo l'intersezione con la curva di resistenza del circuito e individuando così un punto operativo ottimale quantitativo, anziché la sola direzione di miglioramento identificata nel Capitolo 5.

Bibliografia

- [1] F. M. White. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, 7th edition, 2011.
- [2] W. R. Dean and J. M. Hurst. Note on the motion of fluid in a curved pipe. *Mathematika*, 6:77–85, 1959.
- [3] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, and A. S. Lavine. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley & Sons, 6th edition, 2007.
- [4] I. E. Idel’chik. *Handbook of Hydraulic Resistance: Coefficients of Local Resistance and of Friction*. Israel Program for Scientific Translations, 1966.
- [5] Z. Buliński, S. Pawlak, T. Krysiński, W. Adamczyk, and R. Bialecki. Application of the astm d5470 standard test method for thermal conductivity measurements of high thermal conductive materials. *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, 95(2):57–63, 2019.
- [6] Yunus A. Çengel and Afshin J. Ghajar. *Heat and Mass Transfer: Fundamentals & Applications*. McGraw-Hill Education, 6th edition, 2020.
- [7] T.A. Pimenta and J.B.L.M. Campos. Heat transfer coefficients from newtonian and non-newtonian fluids flowing in laminar regime in a helical coil. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 58:676–690, 2013.